# *TEMA Nº2. CONDENSADORES*

**Cuando diseñamos un equipo electrónico, normalmente concebimos y diseñamos la circuitería para que funcione en base a tensiones y corrientes, concibiendo el equipo siguiendo la Teoría de Circuitos. Sin embargo, desgraciadamente, las leyes físicas ignoran las fronteras conceptuales que el diseñador impone a su circuito y, de este modo, los componenes electrónicos no se comportan de forma ideal, sino que presentan multitud de *efectos parásitos* (puntos luminosos, cuadrículas que alteran la imagen inicial.**

**De este modo, es importante considerar que los circuitos electrónicos trabajan con señales eléctricas, que son a su vez señales electromagnéticas y, en consecuencia, los circuitos son sensibles a las señales electromagnéticas, viéndose afectados por *interferencias electromagnéticas* que pueden alterar su buen funcionamiento, *causando errores respecto al funcionamiento deseado*. Pero a su vez, el *propio equipo* es generador de señales electromagnéticas que, además de afectar a otros circuitos de su entorno, pueden afectarle a si mismo. Por eso, es importante concebir los circuitos electrónicos considerando no sólo la Teoría de Circuitos, sino también la Teoría de Campos.**

**Se llama *ruido eléctrico* a toda pertubación electrómagnetica que afecta al circuito digital, toda señal parásita no propia del comportamiento del circuito y que, por tanto, puede producir errores al modificar los valores correctos que debería tener el mismo.**

**Estos ruidos eléctricos pueden ser externos al equipo electrónico y o ser producidos por el propio equipo y, a su vez, el ruido eléctrico puede ser conducido, si se transmite por conductores y componentes del propio circuito, o radiado, si se acopla a través de campos magnéticos, eléctricos o electromagnéticos.**

**Solución al ruido eléctrico conducido: Si bien se ha comentado que lo deseable es que no haya variaciones bruscas de corriente para evitar los efectos de las inductancias parásitas, no es menos cierto, que en ocasiones es necesario apagar y encender partes del mismo para reducir el consumo eléctrico del circuito, o bien se necesita actuar sobre cargas que funcionan con troceadores, como los de las máquinas expendedoras. En estos casos la solución al ruido eléctrico conducido que provocarán estas acciones es el filtrado de la tensión parásita inducida mediante *condensadores* y la inclusión de mecanismos de separación galvánica entre dichos elementos y el resto del circuito, mediante optoacopladores y elementos similares.**

**Javier Longares el 6 diciembre, 2011**

## *Contenido:*



## *1.- Capacidad*

**Al tomar un cuerpo conductor una carga eléctrica *"q"* adquiere un potencial *V*, de tal manera que ambas magnitudes quedan ligadas de forma directamente proporcional. Si se denomina por *"C"* la constante de proporcionalidad, la fórmula correspondiente será:**

$$Q = C \cdot V \quad (1)$$

**La constante de proporcionalidad *"C"* depende de:**

***a) De la forma geométrica del conducor***
***b) Tipo de material que constituye al conductor***

***"C"* recibe el nombre de *Capacidad* del conductor.**

**De la ecuación (1) podemos despejar *"C"*:**

$$\boxed{C = Q / V}$$

**Podemos por tanto afirmar que la *Capacidad Eléctrica* de un conductor cargado y aislado es una magnitud que se mide por el *cociente entre su carga y su potencial eléctrico*.**

**Podemos establecer una definición *Capacidad*:**
***Mide la capacidad de almacenar carga para una determinada diferencia de potencial.***

**La unidad de *Capacidad* ( En el S.I.) es el *FARADIO*.**

**De lo dicho hasta el momento podemos establecer que *1 faradio* es igual a *1 coulomb por voltio (Q/V)*, o sea que el objeto con esa *capacidad puede almacenar 1 coulomb de carga* ( aproximadamente $6{,}2 \cdot 10^{18}$ veces la carga de un electrón ) *por cada voltio aplicado*.**

**Por efectividad matemática se trabaja mejor con los submúltiplos de *Faradio*:**

**El *microfaradio* (m F) = 0,000001 F. ($10^{-6}$ F )**

**El *nanofaradio* (nF) = 0,000000001 F. ($10^{-9}$ F)**

**El *picofaradio* (pF) = 0,000000000001 F. ($10^{-12}$ F)**

**Cuando se da la capacidad en *"K"*, estamos hablando de Kilopicofaradio (1000 picofaradios):**

**1000 picofaradios = 1000 . $10^{-12}$ Faradios = $10^{-9}$ Faradios =**

**= 1 nanofaradio.**

**Cuando alguien nos dice que un condensador tiene *4K7*, nos está diciendo que tiene *4,7 kilopicofaradio*, que por las equivalencias anteriores es lo mismo que decir *4,7 nanofaradio*.**

## *2.- Condensadores*

**Páginas Web consultadas:**

**Condensadores**
**http://www.planetaelectronico.com/cursillo/tema2/tema2.3.html**

**Condensadores**
**http://www.electronicafacil.net/tutoriales/Los-condensadores.php**

**Condensadores**
**http://www.av.anz.udo.edu.ve/file.php/1/ElecMag/capitulo%20V/el%20condensador.html**

**Condensadores**
**http://www.info-ab.uclm.es/labelec/solar/Componentes/Condensadores.htm**

**Se define un *condensador* en *Electricidad* y *Electrónica*, como aquel elemento eléctrico que tiene la *capacidad de almacenar carga eléctrica*.**

**Un condensador es un *dispositivo pasivo* (aquellos que no producen amplificación) y que sirven para *controlar la electricidad* colaborando al mejor funcionamiento de los *elementos activos.* Son utilizados en *electricidad* y *electrónica* sustentando un *campo eléctrico*.**

**La *carga* almacenada da lugar a una magnitud llamada *Capacidad* que es proporcional a la *diferencia de potencial*.**

## *3.- Tipos de condensadores*

**Tipos de Condensadores**
**http://www.planetaelectronico.com/cursillo/tema2/tema2.3.html**

**Tipos de Condensadores**
**http://www.electronicafacil.net/tutoriales/Los-condensadores.php**

**Tipos de Condensadores**
**http://www.av.anz.udo.edu.ve/file.php/1/ElecMag/capitulo%20V/el%20condensador.html**

**Tipos de Condensadores**
**http://www.info-ab.uclm.es/labelec/solar/Componentes/Condensadores.htm**

**Existen varios tipos de condensadores.**

Propiedad de factopotenciadesistelectrico.blogst.com

**Para nuestro estudio de los condensadores nos centraremos en los *condensadores esféricos* y *condensadores planos*.**

## *3.1.- Condensadores esféricos*

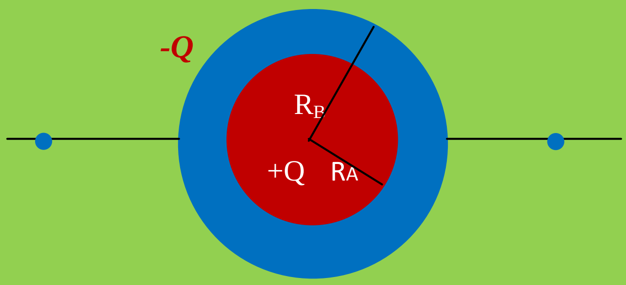
**Capacidad de un condensador esférico**
**http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/capsph.html**

**Condensador esférico**
**http://laplace.us.es/wiki/index.php/Condensador_esf%C3%A9rico**

**Capacidad de un condensador esférico**
**http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/esfera1/esfera1.htm**

## *Capacidad de un condensador Esférico*

**Un *condensador esférico* está formado por dos *superficies conductoras esféricas*, concéntricas de radios “$r_a$” y ”$r_b$”, *cargadas* con cargas iguales y opuestas $+Q$ y $-Q$, respectivamente:**




**La capacidad se puede obtener midiendo la diferencia de potencial entre las dos superficies esféricas para una carga eléctrica para cada una de ellas. El campo eléctrico creado por una esfera viene dado por la ecuación:**

$$E = Q / 4\pi \,.\, \varepsilon_o \,.\, r^2$$

**Aplicando la ley de Gauss. El voltaje entre las esferas, se puede obtener integrando el campo eléctrico a lo largo de una línea radial:**

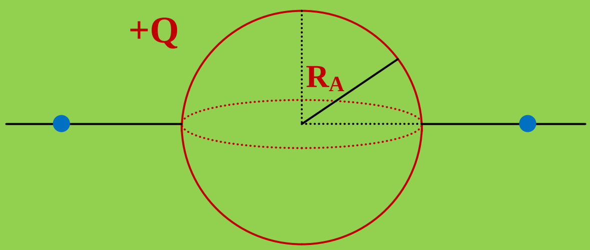
$$V_A - V_B = \Delta V = \int_{R_A}^{R_B} Q / 4\pi \,.\, \varepsilon_o \,.\, r^2 \;=\; Q / 4\pi \,.\, \varepsilon_o \int 1/r^2 \; dr =$$

$$= Q/4\pi\varepsilon_o \; [\, 1/ R_A - 1 / R_B \,]$$

**Si aplicamos esta diderencia de potencial al concepto de capacidad, nos quedrá:**

$$C = Q / \Delta V = 4\pi\varepsilon_o / [\, 1/R_A - 1/R_B \,] \; (1)$$

**Si suponemos que $R_B \rightarrow \infty$ nos quedaría una única esfera:**




**cuya capacidad al irnos a la ecuación (1):**

**$C = 4\pi\varepsilon_o / [1/R_A - 1/\infty] = 4\pi\varepsilon_o / [\ 1/\ R_A - 0\ ] = 4\pi\varepsilon_o / 1/R_A =$**

**Si $R_A$ lo consideramos como el radio de la esfera $\rightarrow R_A = R$**

$$C = 4\pi\varepsilon_o \,.\, R$$

**Esta ecuación se podría determinar por otro camino:**

**Si trabajamos con un *conductor esférico* sabemos que su potencial es:**

$$V = K \,.\, Q / R$$

**Si llevamos la ecuación del potencial de la esfera a la ecuación de la capacidad nos queda:**

$$C = Q / V \ ; \ C = Q / (K \,.\, Q / R)$$

$$\boxed{C = R / K} \quad (1)$$

**Ecordemos que K vale:**

$$K = 1 / 4\pi\varepsilon$$

**La constante dieléctrica, $\varepsilon$, del medio es equivalente a:**

$$\varepsilon = \varepsilon' \,.\, \varepsilon_o$$

**siendo** $\varepsilon'$ **la** ***constante dieléctrica relativa, y*** $\varepsilon_o$ **la constante dieléctrica en el vacio.**

**Si nos vamos a la ecuació (1):**

$$K = 1 / 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon_o$$

$$C = R / (1/4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon o \,.) \;\; ; \; C = R \; / \; (1 / 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon o \,.)$$

$$C = R \, / \, (1 / 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon o) \rightarrow \boxed{C = 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon o \cdot R}$$

**El el aire y vacío** $\varepsilon' \approx 1$ **y** $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2 / N \cdot m^2$

**Llegamos a la conclusión: la** ***Capacidad*** **de un** ***conductor esférico*** **es** ***directamente proporcional*** **al** ***radio*** **de la esfera:**

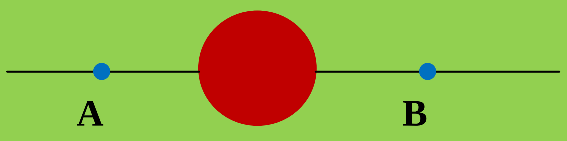
$$\boxed{C = 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon_o \cdot R} \rightarrow \boxed{C = 4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot R}$$

**Tenemos pues dos ecuaciones para obtener la capacidad de un condensador esférico:**

$$\left.\begin{array}{l} C = 4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot R \ (1) \\ C = 4\pi\varepsilon_o / (1/r_a - 1/r_b) \ (2) \end{array}\right\} \text{Según los datos del problema la (1) o la (2)}$$

**Ejercicio resuelto**

**Dado el esquema siguiente:**




**Entre los puntos A y B se establece una diferencia de potencial de 10 V. El condensador esférico tiene una carga eléctrica de 0,5 μC. Determinar la capacidad de dicho condensador**

***Resolución***

$$C = Q / (V_A - V_B) \quad (1)$$

$Q = 0,5\ \mu C = 0,5 \cdot 10^{-6}\ C$

$V_A - V_B = 10\ V$

**Si nos vamos a la ecuación (1):**

$$C = 0,5 \cdot 10^{-6}\ C / 10\ V = 0,5 \cdot 10^{-7}\ F$$

**Ejercicio resuelto**

**Determinar el radio del condensador esférico del problema anterior.**

***Resolución***

**Sabemos que la ecuación de la capacidad de un condensador esférico puede venir dada por la ecuación:**

$$C = 4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot R \quad (1)$$

**Del problema anterior sabemos:**

$C = 0,5 \cdot 10^{-7}\ F$

$\varepsilon_o = 8,85 \cdot 10^{-12}\ C^2 / N \cdot m^2$ → **en esta igualdad C = carga eléctrica = Q**

**De la ecuación (1):**

$$R = C / 4\pi \cdot \varepsilon_o$$

**luego:**

$$R = 0{,}5 \cdot 10^{-7}\ F / 4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N.m^2$$

$$R = 0{,}0045 \cdot 10^{5} \cdot F / (C^2/N.m^2)$$

**Al estar trabajando en el S.I. el resultado tiene que venir en “metros”. Vamos a demostrarlo:**

$$F / (C^2/N.m^2) = (C/V) / (C^2 / N.m^2) = N \cdot m^2 \cdot C / V \cdot C^2 =$$

$$= N \cdot m \cdot m \cdot C / V \cdot C^2 = W. m / V \cdot C$$

**Recordemos que el trabajo eléctrico viene dado por:**

$$W = C \cdot V$$

**por lo que:**

$$= \cancel{W} \cdot m / \cancel{W} = m$$

**El resultado final es:** ***R*** **= 4,5 . $10^2$ m =** ***450 m***

## *Energía de un condensador esférico*

**Si vamos *suministrando carga eléctrica* a un conductor *el potencial de este aumenta* ( V = Q/C ). Si queremos suministrar más carga debemos *vencer las fuerzas de repulsión entre el campo y la carga entrante*. Debemos realizar un trabajo que queda almacenado en el conductor en forma de energía *potencial eléctrica*. El valor de esta energía potencial eléctrica, después de unos procesos matemáticos (*Integración*), viene dada por la ecuación:**

$$Ep = ½ \cdot Q \cdot V$$

**Que teniendo en cuenta la ecuación de la capacidad ( C = Q/V) podemos obtener dos ecuaciones más. De esta última ecuación podemos obtener: *Q = C . V*, luego:**

$$Ep = ½\, C \cdot V \cdot V \quad ; \quad Ep = ½\, C \cdot V^2$$

**o bien** ***$V = Q / C$*** **→ $Ep = ½ . Q . Q/V$ ;** ***$Ep = ½\, Q^2 / V$***

**Ejercicio Resuelto**

**Determinar la energía almacenada del condensador del condensador esférico inicial.**

***Resolución***

**Datos:**

**$Q = 0,5\ \mu C = 0,5 . 10^{-6}\ C$**

**$V = 10\ V$**

$$Ep = ½\, Q^2 / V$$

**$Ep = ½ . (0,5 . 10^{-6}\ C)^2/10\ V = ½ . 0,25 . 10^{-12}\ C^2 / 10\ V =$** ***$0,0125 . 10^{-12}\ J.$***

**Ejercicio resuelto**

**Calcule el diámetro de una esfera aislada para que su capacidad sea de 2,5µF, siendo el dieléctrico empleado el vacío.**

***Resolución***

**La capacidad de un conductor esférico viene dada por la ecuación:**

$$C = 4\pi . \varepsilon_o . R$$

**Despejamos R:**

$$R = C / 4\pi . \varepsilon_o = 2,5 . 10^{-6}\ F / 4\pi . 8,85 . 10^{-12}\ C^2/N .m^2 =$$

$$= 22469,25\ m$$

**Como el ejercicio pide el diámetro de la esfera:**

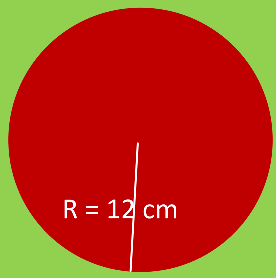
$$D = 2 . R = 2 . 22469,25\ m = 44938,5\ m$$

## Ejercicio resuelto

**Determinar la capacidad de una esfera de radio 15 cm. El dieléctrico lo constituye el aire.**

### *Resolución*

**R = 15 cm = 0,15 m**




$$C = 4\pi \,.\, \varepsilon_a \,.\, R = 4\pi \,.\, \varepsilon' \,.\, \varepsilon o \,.\, R$$

$\varepsilon'_{aire} = 1$

$\varepsilon_o = 8{,}85 \,.\, 10^{-12}\ C^2 / N \,.\, m^2$

**Por lo tanto:**

$C = 4 \,.\, 3{,}14 \,.\, 1 \,.\, 8{,}85 \,.\, 10^{-12}\ C^2 / N \,.\, m^2 \,.\, 0{,}15\ m = 16{,}57 \,.\, 10^{-12}\ F$

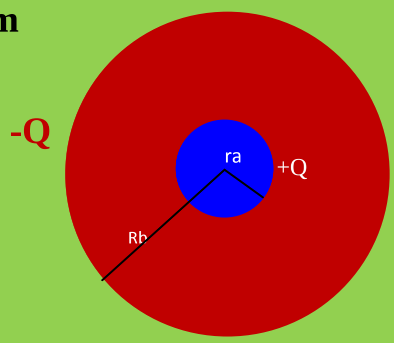
## Ejercicio resuelto

**En un condensador esférico lleno de aire los radios de los cascarones interior y exterior miden 9 y 16 cm, respectivamente. a) Determine la capacidad de este dispositivo. b) ¿Cuál tendría que ser la diferencia de potencial entre las cascaras esféricas para obtener una carga de 6 µC?.**

### *Resolución*

$r_a = 9\ cm = 0{,}09\ m$

$r_b = 16\ cm = 0{,}16\ cm$



a) **Capacidad**

$$C = 4\pi\varepsilon_o / (1/r_a - 1/r_b)$$

$C$ = 4 . 3,14. 8,85 $10^{-12}$ / (1/0,09 – 1/0,16) = $770 \cdot 10^{-12}$ *F*

b) $V_A - V_B$ =?
**Q = 6 μC = 6 . $10^{-6}$ C**

$$C = Q / (V_A - V_B)$$

**despejando ($V_A - V_B$):**

$(V_A - V_B)$ = Q / C = 6 . $10^{-6}$ C / 770 . $10^{-12}$ =

= 7 . $10^{-3}$ . $10^{6}$ = $7 \cdot 10^{3}$ *V*

**Cuando se** ***unen dos condensadores esféricos*** **se cumplen los siguientes principios:**

a) **Se cumple la constancia de cargas, es decir:**

*Cargas de las esferas separadas* = *carga de las esferas unidas*

$$\underbrace{Q_1 + Q_2}_{\text{SEPARADAS}} = \underbrace{Q'_1 + Q'_2}_{\text{UNIDAS}}$$

b) **Se establece una condición de equilibrio:**

***Una vez unidas las dos esferas tienen el mismo Potencial.*** **La que tiene un potencial mayor cede potencial a la que menos tiene hasta que los potenciales se unan:**

$V_B > V_A$ → $V_B$ $V_A$ → *V* **(igual) para las dos esferas una vez unidas.**

c) **Al unir las dos esferas la capacidad total es la suma de las capacidades:**

$$C_{unidas} = C'_1 + C'_2$$

**Ejemplo resuelto**

**Tomamos dos esferas conductoras, A y B, totalmente muertas, es decir, están descargadas. Sabemos que una de ellas tiene un radio de 15 cm y la otra de 10 cm. A la esfera A le proporcinamos un potencial de 105 V. Calcular:**

a) **La capacidad de cada esfera.**
b) **El potencial en el estado de equilibrio.**
c) **La carga final de cada una de las esferas así como la carga total del sistema cuando están unidas.**
d) **Energía del sistema antes de la unión de esferas.**
e) **Energá final del sistema.**

***Resolución***

**Estableceremos dos Sistemas:**

***Sistema nº 1***.- **Antes de unirse las esferas**
***Sistema nº 2***.- **Las esferas están unidas**

**Sistema nº 1:**

a)

$$\left.\begin{array}{l} R_A = 15\ cm = 0{,}15\ m \\ R_B = 10\ cm = 0{,}10\ m \end{array}\right\} \quad \textbf{Recordar:}$$

$V_A = 105\ V$ $\qquad C = 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon o \cdot R$

$V_B = 0$

$C_A = 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon_o \cdot R_A = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}15 = 16{,}17 \cdot 10^{-12}\ F$

$C_B = 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon o \cdot R_B = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}10 = 11{,}11 \cdot 10^{-12}\ F$

b) $Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$

*Sistema 1* *Sistema 2*

$C_A \cdot V_A + C_B \cdot V_B = (C_A \cdot V + C_B \cdot V)$

$16{,}17 \cdot 10^{-12}\ F \cdot 105\ V + 11{,}11 \cdot 10^{-12}\ F \cdot 0 = C_A \cdot V + C_B \cdot V$

$1697{,}85 \cdot 10^{-12}\ C = (16{,}17 \cdot 10^{-12} + 11{,}11 \cdot 10^{-12}) \cdot V$

$1697{,}85 \cdot 10^{-12}\ C = 27{,}28 \cdot 10^{-12}\ F \cdot V$

$V = 1697{,}85 \cdot 10^{-12}\ C / 27{,}28 \cdot 10^{-12}\ F = 62{,}23\ V$

c) **La carga final de cada una de las esferas así como la carga total del sistema cuando están unidas.**

*Sistema 2:*

$Q'_A = C_A \cdot V = 16{,}17 \cdot 10^{-12}\ F \cdot 62{,}23\ V = 1006{,}25 \cdot 10^{-12}\ C$

$Q'_B = C_B \cdot V = 11{,}11 \cdot 10^{-12}\ F \cdot 62{,}23\ V = 691{,}37 \cdot 10^{-12}\ C$

$Q'_T = Q'_A + Q'_B = 1006{,}25 \cdot 10^{-12}\ C + 691{,}37 \cdot 10^{-12}\ C =$

$= 1697{,}62 \cdot 10^{-12}\ C = 1{,}6 \cdot 10^{-9}\ C$

d) **Energía del sistema antes de la unión de esferas.**

*Sistema nº 1:*

$Ep_A = ½ \cdot C_A \cdot V_A^2 = ½ \cdot 16{,}17 \cdot 10^{-12}\ F\ (105\ V)^2 = 89137{,}12 \cdot 10^{-12}\ J$

$Ep_B = ½ \cdot C_B \cdot V_B^2 = ½ \cdot 11{,}11 \cdot 10^{-12}\ F \cdot 0\ V = 0\ J$

$Ep_T = 89137{,}12 \cdot 10^{-12}\ J$

e) **Energá final del sistema.**

***Sistema nº 2***

***E´pS = E´pA + E´pB =***

**= ½ . 16,17 . $10^{-12}$ F . 62,23 V + ½ . 11,11 . $10^{-12}$ . 62,23 V =**

**= 503,12 . $10^{-12}$ J + 345,68 . $10^{-12}$ J = *848,80 . $10^{-12}$ J***

**Ejercicio resuelto**

**Queremos conocer las cargas de dos esferas conductoras después de su unión mediante un hilo conductor. La esfera A tiene una capacidad de de 6 nF y un potencial de 120 V. La esfera B adquiere un potencial de 60 V después de ser cargado con una carga de 10 nF.**

***Resolución***

**Nuestra situación requiere dos *SISTEMAS*:**

a) ***SISTEMA 1*: Antes de la unión de las esferas**
b) ***SISTEMA 2*: Después de la unión de las dos esferas**

**Nuestras incognitas se encuentran en el *Sistema nº 1* pero debemos, obligatoriamente pasar por el *Sistema 2*. Por ejemplo, la *carga que llegue al Sistema 2* va a depender de la *saliente del Sistema 1*:**

$$\underbrace{Q_A + Q_B}_{\text{Sistema 1}} = \underbrace{Q'_A + Q'_B}_{\text{Sistema 2}} \quad (1)$$

**Sistema 1:**

**$Q_A$ = ?**

**$C_A$ = 6 nF = 6 . $10^{-9}$ F**

**$V_A$ = 120 V**

**Recordemos que:**

$$C = Q / V \rightarrow Q = C \cdot V \rightarrow Q_A = C_A \cdot V_A$$

$$Q_A = 6 \cdot 10^{-9}\ F \cdot 120\ V = 720 \cdot 10^{-9}\ C$$

**$Q_B$ = ?**
**$C_B$ = 10 nF = 10 . 10-9 F**
**$V_B$ = 60 V**

$$Q_B = C_B \cdot V_B = 10 \cdot 10^{-9}\ F \cdot 60\ V = 600 \cdot 10^{-9}\ C$$

**Como vimos en la ecuación (1):**

$$720 \cdot 10^{-9}\ C + 600 \cdot 10^{-9}\ C = Q'_A + Q'_B$$

$$1320 \cdot 10^{-9}\ C = Q'_A + Q'_B$$

**Al Sistema nº 2 pasan 1320 . $10^{-9}$ C de carga eléctrica.**

**En el Sistema 2 se establece el *"equilibrio"*, es decir, las dos esferas se encuentran al mismo potencial. La que tiene mayor potencial cedera potencial a la que menos tiene.**

**Recordemos que:**

$$\left.\begin{aligned} Q'_A &= C_A \cdot V_A \quad (2) \\ Q'_B &= C_B \cdot V_B \quad (3) \end{aligned}\right\}$$ **Dijimos que en el equilibrio VA = VB = V**

$$1320 \cdot 10^{-9}\ C = 6 \cdot 10^{-9}\ F \cdot V + 10 \cdot 10^{-9}\ F \cdot V$$

$$1320 \cdot 10^{-9}\ C = (6 \cdot 10^{-9}\ F + 10 \cdot 10^{-9}\ F)\ V$$

$$V = 1320 \cdot 10^{-9}\ C / 16 \cdot 10^{-9}\ F = 82{,}5\ V$$

**Si nos vamos a las ecuaciones (2) y (3):**

$Q'_A = C_A \cdot V = 6 \cdot 10^{-9}$ F . 82.5 V = $495 \cdot 10^{-9}$ C

$Q'_B = C_B \cdot V = 10 \cdot 10^{-9}$ F . 82,5 V = $825 \cdot 10^{-9}$ C

**Lo que pide el ejercicio**

**Si sumamos:**

$$Q'_A + Q'_B = 495 \cdot 10^{-9}\ C + 825 \cdot 10^{-9}\ C =$$

$$= 1320 \cdot 10^{-9}\ C$$

**demostramos que la carga que *llega al Sistema 2* es igual a la carga que *sale del Sistema 1*.**

**Ejercicio resuelto**

**Una esfera totalmente descargada, de radio 12 cm se une mediante un hilo conductor ( que no tendremos en consideración para realizar el problema) con otra esfera de potencial de 350 V y diámetro de 40 cm Determinar:**

a) **Capacidad de las esferas antes de la unión de las mismas.**
b) **El potencial común de las dos esferas alcanzado el equilibrio.**
c) **¿Se cumple el principio de conservación de la energía?**

***Resolución***

a) ***Sistema 1*: Antes de unir las esferas**

$Q_A = 0$
$C_A =$
$V_A = 0$
$R_A = 12$ cm $= 0,12$ m

**A pesar de la escacez de datos podemos conocer la capacidad de la esfera:**

$$C_A = 4\pi \cdot \varepsilon' \cdot \varepsilon_o \cdot R$$

$$C_A = 111,15 \cdot 10^{-12}\ F = 1,1 \cdot 10^{-10}\ F$$

$V_B = 350\ V$

$R_B = ½ . D = ½ . 40\ cm = 20\ cm = 0{,}20\ m$

$$C_B = 4\pi . \varepsilon' . \varepsilon_o . R = 22{,}23 . 10^{-12}\ F$$

b) Se debe cumplir:

$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$ ; $C_A . V_A + C_B . V_B = C_A . V + C_B . V$

$1{,}1 . 10^{-10}\ F . 0\ V + 22{,}23 . 10^{-12}\ F . 350\ V = (CA + CB) . V$

$$7780{,}92 . 10^{-12} = (111{,}15 . 10^{-12}\ F + 22{,}23 . 10^{-12}\ F) . V$$

$$V = 7780{,}92 . 10_{-12}\ C / 133{,}38 . 10^{-12}\ F = 58{,}33\ V$$

c) $Ep_A + Ep_B = Ep'_A + Ep'_B$

$½ . C_A . V_A^2 + ½ . C_B . V_B^2 = ½\ C_A . V_2 + ½\ C_B . V^2$

$½ . 11{,}15 . 10^{-12}\ F . 0\ V + ½\ 22{,}23 . 10^{-12}\ F . (350\ V)^2 =$

$= ½ . 111{,}15 . 10^{-12}\ F . (58{,}33\ V)^2 + 1/2 . 22{,}23 . 10^{-12}\ F . (58{,}33\ V)^2$

$1361587{,}5 . 10^{-12}\ J = 189087{,}76\ . 10^{-12}\ J + 37817{,}55 . 10^{-12}\ J$

$$1{,}36 . 10^{-6}\ J = 1{,}8 . 10^{-7}\ J + 3{,}78 . 10^{-8}\ J$$

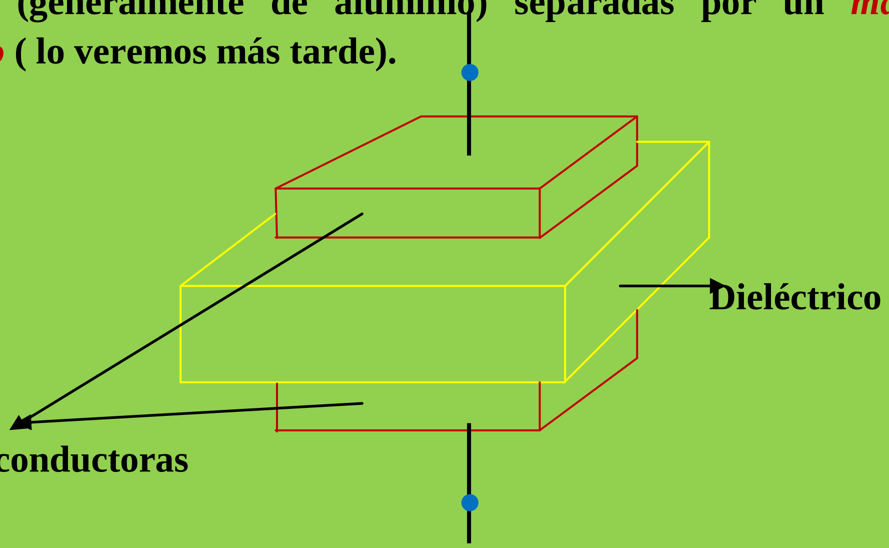
$$1{,}36 . 10^{-6} = 0{,}86 . 10^{-6}\ J + 0{,}037 . 10^{-6}\ J$$

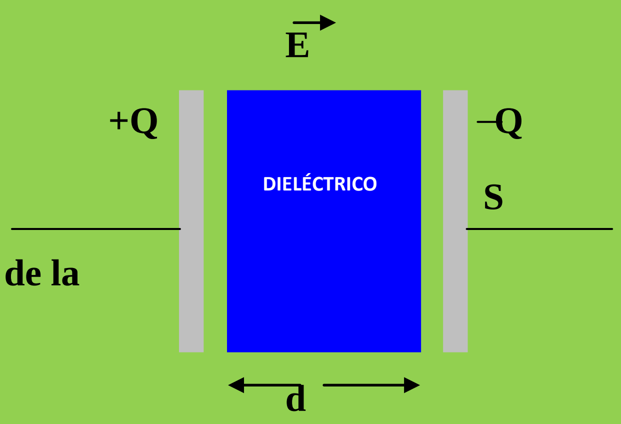
$$1{,}36 . 10^{-6} \neq 0{,}897 . 10^{-6}\ J$$

*No se produce la conservación de la energía.*

## *3.2.- Condensador plano*

**Está formado, el *Condensador Plano*, por dos armaduras metálicas paralelas (generalmente de aluminio) separadas por un *material dieléctrico* ( lo veremos más tarde).**



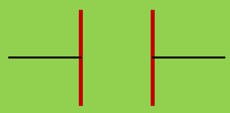

**Las dos placas tienen la *misma carga eléctrica* pero *signo contrario*.**

**Según hemos visto la capacidad viene dada por la ecuación:**

$$C = Q / (V_A – V_B) \ (1)$$

**C:Capacidad**
**Q:Cargaeléctricaalmacenada.**
**V: Voltios**

**En un circuito un condensador se representa mediante el símbolo:**



**La Capacidad de un Condensador Plano depende:**

a) **De la superficie *"S"* de cada una de las armaduras. A mayor superficie útil mayor será la capacidad del condensador.**

b) **De la distancia de separación *"d"* entre las dos placas. A menor distancia menor diferencia de potencial y por lo tanto mayor capacidad.**

$$E = V_A - V_B / d \;\; ; \;\; E = \text{Campo eléctrico}$$

$$V_A - V_B = E \cdot d$$

**Por otra parte el campo elétrico es igual a:**

$$E = \sigma / \varepsilon_A$$

**$\sigma$ = densidad superficial de carga eléctrica**

**$\varepsilon_A$ = Constante dieléctrica absoluta del medio**

c) **De la *constante dieléctrica absoluta*, $\varepsilon_A$ del dieléctrico interpuesto entre las armaduras.**

**Con todo lo dicho podemos establecer una ecuación de la Capacidad de un condensador en función de los tres factores anteriormente:**

$V_A - V_B = E \cdot d$ ; $\Delta V = E = \sigma / \varepsilon_A \cdot d$

**Si nos vamos a la euación (1):**

$C = Q / (V_A - V_B)$ ; $C = Q / (\sigma / \varepsilon_A \cdot d)$ ; $C = \varepsilon_A Q / \sigma \cdot d$

**Si conocemos que:**

$$\sigma = Q / S$$

**$C = \varepsilon_A\ Q / (Q/S) \cdot d$ ; $C = \varepsilon_A \cdot S / d$**

**La capacidade de un condensador plano viene dada por la ecuación:**

$$\boxed{C = \varepsilon_A \cdot S / d}$$

**recordar que:**

$$\varepsilon_A = \varepsilon'_r \cdot \varepsilon_o$$

***$\varepsilon'_r$ = constante dieléctrica relativa***

***$\varepsilon_o$ = constante dieléctrica en el vacio***

**luego:**

$$C = \varepsilon'_r \cdot \varepsilon_o \cdot S / d$$

**Sea un condensador plano-paralelo cuyas láminas hemos cargado con cargas +*Q* y –*Q*, iguales y opuestas. Si entre las placas se ha hecho el vacío y se mide una diferencia de potencial *Vo*, su *capacidad* y la *energía* que acumula será**

$$Co = Q / Vo \ ; \ Ep = ½ \cdot Q^2 / Co$$

**La diferencia de potencial la podemos expresar de la forma:**

$$E = V_A - V_B / d \ ; \quad E = \text{Campo eléctrico}$$

**De la ecuación anterior podemos despejar la diferencia de potencial:**

$$V_A - V_B = E \cdot d$$

**Ejercicio Resuelto**

**Un condensador plano tiene sus armaduras de 500 cm2 separadas 5 mm, entre ellas se establece una diferencia de potencial Vo = 2000 V. Determinar la capacidad de dicho condensador.**

***Resolución***

**$S = 500\ cm^2\ .\ \ 1\ m^2/10000\ cm^2 = 0{,}05\ m^2$**
**$d = 5\ mm\ .\ \ 1\ m/1000\ mm = 0{,}005\ m$**

**La capacidad de un condensador plano viene dada por la ecuación:**

$$C = \varepsilon'_r\ .\ \varepsilon_o\ .\ S\ /\ d \quad (1)$$

**Como el ejercicio no especifíca el medio en el cual trabajamos, supondremos que e sen el vacío:**

**$\varepsilon'_r \approx 1$**
**$\varepsilon_o = 8{,}85\ .\ 10^{-12}\ F/m$**

**Si nos vamos a la ecuación (1):**

$$C = 1\ .\ 8{,}85\ .\ 10^{-12}\ F/m\ .\ 0{,}05\ m^2/0{,}005\ m = 0{,}44\ .\ 10^{-12}\ F$$

## *4.- Dieléctrico o aislante*

**Un *dieléctrico* o *aislante* es un material que evita el *paso de la corriente*, y su función en el condensador es aumentar la *capacidad* del mismo. El *dieléctrico* puede ser: *aire*, *papel*, *cerámica* u *otro* material.**

**Mientras mayor sea la *permitividad ( constante dieléctrica)* del *dieléctrico*, mayor es la *capacidad* del condensador.**

**Las *función de un dieléctrico* en un condensador aislado, tiene las siguientes consecuencias:**

a) **Disminuye el *campo eléctrico* entre las placas del *condensador*.**

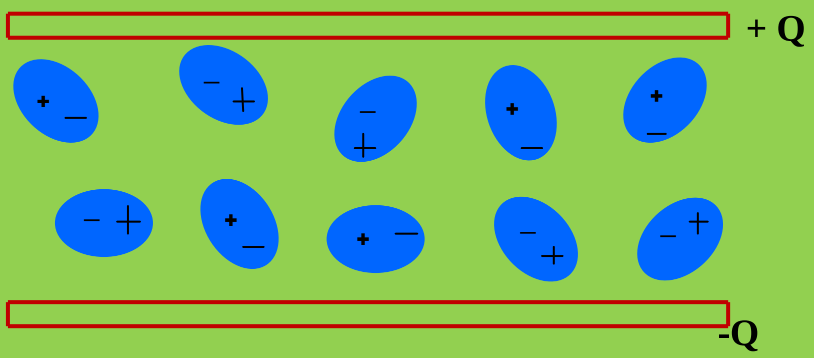
b) **Disminuye la *diferencia de potencial* entre las placas del condensador.**

c) **Aumenta *Capacidad* eléctrica del condensador.**

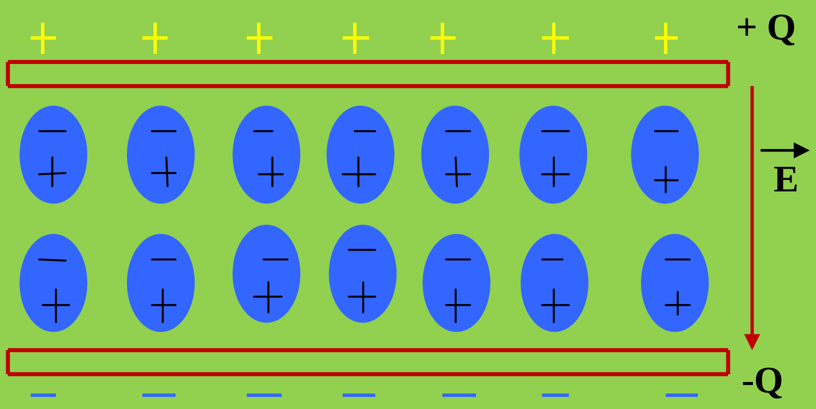
d) **La carga no se ve afectada, ya que permanece la misma que ha sido cargada cuando el condensador estuvo sometido a un voltaje.**

## *Polarización del Dieléctrico*

**Si un material contiene moléculas polares, estarán normalmente en una orientación aleatoria cuando no *tiene un campo eléctrico aplicado*.**




**Si se *aplica un campo eléctrico* se producen fenómenos de orientación y redistribución cargas (polarización), que dan lugar a la aparición de cargas en las superficies próximas a las láminas. Estas cargas llamadas de *Inducción* crean un *campo eléctrico* de la *misma dirección* y *sentido opuesto al inicial*, el cual queda así *debilitado*. Al disminuir el campo la *diferencia de potencial* entre las dos láminas *también disminuye*.**




**El campo eléctrico creado por las cargas inducidas *disminuyen el***

***campo eléctrico efectivo inicial* entre las placas y aumentará la *capacidad* del condensador. El dieléctrico debe ser un buen *aislante eléctrico* para reducir al mínimo las fugas de corriente DC (corriente continua) a través del condensador.**

**Constantes dieléctricas relativas de varias sustancias:**

| SUSTANCIA | $\varepsilon_r$ |
|---|---|
| Aire | 1,00059 |
| Agua (gas) | 1,0126 |
| Agua (líquida) | 80 |
| Benceno | 2.28 |
| Cloruro sódico (s) | 6,12 |
| Azufre | 4 |
| Porcelana | 6,0 – 8,0 |
| Parafina | 2,1 – 2,5 |
| Vidrio pyrex | 4 |
| Mica | 7 |

**La constante dieléctrica absoluta del medio, $\varepsilon$, la podremos conocer mediante la ecuación:**

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_o$$

**Ejercicio resuelto**

**El coeficiente relativo del vidrio es 6, que introducimos entre dos placas conductoras y constituímos un condesador. ¿Qué relación existe entre la capacidad del conductor con dieléctrico vidrio y con dieléctrico aire?. Se mantiene constante la distancia entre las placas y las superficies de las láminas paralelas (conductoras)**

***Resolución***

$$\left.\begin{array}{l} C_{vidrio} = \varepsilon'_{vidrio} \cdot \varepsilon_o \cdot S / d \\ C_{aire} = \varepsilon'_{aire} \cdot \varepsilon_o \cdot S / d \end{array}\right\}$$

**Si dividimos las dos ecuaciones, miembro obtenemos:**

$$C_{vidrio} / C_{aire} = (\varepsilon'_{vidrio} \cdot \cancel{\varepsilon_o} \cdot \cancel{S} / \cancel{d}) / (\varepsilon'_{aire} \cdot \cancel{\varepsilon_o} \cdot \cancel{S} / \cancel{d})$$

$$C_{vidrio} / C_{aire} = \varepsilon'_{vidrio} / \varepsilon_{áire}$$

$$C_{vidrio} / C_{aire} = 6 / 1 \rightarrow C_{vidrio} = 6 \cdot C_{aire}$$

**La capacidade del *condensador con dieléctrico vidrio* es *6 veces mayor* que la capacidad del *condensador sin dieléctrico*.**

**Ejercicio resuelto**

**Demostrar el resultado del ejercicio anterior si las placas conductoras paralelas son de 4 x 3 cm2 y la anchura de la placa de vidrio es de 8mm.**

***Resolución***

**Lo primero que haremos será pasar todas las unidades al Sistema Internacional:**

$S$ = base . altura = 4 cm . 3 cm = 12 cm$^2$ . 1 m$^2$/10000 cm$^2$ = $12 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$d$ = 8 mm . 1 m / 1000 mm = $8 \cdot 10^{-3}\ m$

***Capacidad del condensador con vidrio como dieléctrico*:**

$$C_{vidrio} = \varepsilon'_{vidrio} \cdot \varepsilon_o \cdot S/d = 6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/n \cdot m^2 \cdot 12 \cdot 10^{-4}\ m^2 / 8 \cdot 10^{-3}\ m =$$

$$= 79{,}65 \cdot 10^{-3}\ F$$

*Condensador con aire como dieléctrico*:

$C_{aire} = \varepsilon'_{aire} . \varepsilon_o . S/d$ = 1 . 8,85 . $10^{-12}$ $C^2/N . m^2$ . 12 . $10^{-4}$ $m^2$/ 8 . $10^{-3}$ m =

= *13,27 . $10^{-13}$ F*

Hagamos la división:

*Cvidrio / Caire* = 79,65 . $10^{-13}$ F / 13,27 . $10^{-13}$ F = *6*

Queda demostrada la cuestión planteada.

Ejercicio resuelto

La capacidad de un condensador plano es de 1500 pF, y las láminas están a una distancia "d". La carga de las placas es de + 2. $10^{-6}$ C y – 2 . $10^{-6}$ C. Determinar:

a) La diferencia de potencial entre las dos láminas.

b) Si disminuye a la mitad la capacidad del condensador, sin variación de carga ¿Cuál será la nueva separación entre las láminas.

*Resolución*

C = 1500 pF = 1500 . $10^{-12}$ F = 1,5 . $10^{-9}$ F

Q = 2 . $10^{-6}$ C

a) $C = Q / V_A – V_B$ ; 1,5 . $10^{-9}$ F = 2 . $10^{-6}$ C / $V_A - V_B$

   Con esta última ecuación podemos conocer la diferencia de potencial:

   $V_A - V_B$ = 2 . $10^{-6}$ C / 1,5 . $10^{-9}$ F = 1,33 . $10^3$ V

b) Con la capacidad conocida podemos obtener la distancia entre las armaduras del condensador:

   *$C = \varepsilon' . \varepsilon_o . S / d$* ; C = 1 . 8,85 . $10^{-12}$ $C^2/N . m^2$ . S / d

**No conocemos la superfície de las láminas pero estaremos de acuerdo en que son constante. El ejercicio no dice nada sobre las superficies.**

**De la última ecuación podemos obtener:**

$d \cdot C = 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2 \cdot S$

$d = 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2 \cdot S \,/\, C$

$d = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2 \cdot S \,/\, 1{,}5 \cdot 10^{-9}\ F = 5{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot S\ m$

**Cuando la capacidade la reducimos a la mitad:**

$C = 1{,}5 \cdot 10^{-9}\ F / 2 = 0{,}75 \cdot 10^{-9}\ F$

**La nueva distancia d´ será:**

$d' = 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2 \cdot S \,/\, 0{,}75 \cdot 10^{-9}\ F$

$d' = 11{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot S\ m$

**Si dividimos las dos distancias obtenidas podremos encontrar la relación entre ellas:**

$d' / d = 11{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot S\ m / 5{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot S\ m = 2$

$$d' = 2\,d$$

**Al reducir a la mitad la capacidad del condensador hacemos que la distancia de separación entre las armaduras sea *DOBLE*.**

**Ejercicio resuelto**

**Las láminas de un condensador plano están separadas 5 mm, tienen 2 $m^2$ de área y se encuentran en el vacío. Se aplica al condensador una diferencia de potencial de 10000 V. Calcular:**

**a) la capacidad, b) la carga de cada lámina, c) la intensidad de campo eléctrico.**

***Resolución***

**d = 5 mm . 1 m / 1000 mm = 0,005 m**
**S = 2 m2**
**$V_A - V_B$ = 10000 V**

a) **La capacidad viene determinada por la ECUACIÓN:**

$$C = \varepsilon' . \varepsilon_o . S / d$$

$C = 1 . 8,85 . 10^{-12}\ C^2/N . m^2 . 2\ m^2 / 0,005\ m = 3540 . 10^{-12}\ F$

b) **En este caso podemos utilizar la ecuación:**

$$C = Q / V_A - V_B$$

**y despejar Q:**

$Q = C . (V_A - V_B)$ ; $Q = 3540 . 10^{-12}\ F . 10000\ V = 3540 . 10^{-8}\ C$

c) **El campo eléctrico lo determina la ecuación:**

$E = V_A - V_B / d$ ; $E = 10000\ V / 0,005\ m = 2 . 10^{-6}\ V/m$

**Ejercicio resuelto**

**Determinar la carga que aparecerá en las placas rectangulares de 2,5 x 4 cm de un condensador plano, separadas entre sí 0,75 mm si se caplica una diferencia de potencial de 150 Voltios.**

***Resolución***

**Al no decirnos nada el enunciado sobre el dieléctrico supondremos que estamos en el aire.**

**La ecuación de la capacidad viene dada por la expresión:**

$$C = \varepsilon' . \varepsilon_o . S /d \quad (1)$$

$\varepsilon_o = 8,85 . 10^{-12}\ C^2/N .m^2$

$\varepsilon' = 1$

***S*** **= base x altura = 4 cm . 2,5 cm = 10 cm$^2$ . 1 m$^2$ / 10000 cm$^2$ =** ***$10^5$ m$^2$***

**d = 0,75 mm . 1 m / 1000 mm = 0,75 . $10^{-3}$ m**

**Volvemos a la ecuación (1)**

$$C = 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2 \cdot 10^5\ m^2 / 0{,}75 \cdot 10^{-3}\ m =$$

$$= 1239 \cdot 10^{-4}\ F$$

**Por otra parte también sabemos que:**

$$C = Q / (V_A - V_B) \quad ; \quad Q = C \cdot (V_A - V_B)$$

$$Q = 1239 \cdot 10^{-4}\ F \cdot 150\ V = 18{,}58\ C$$

**Ejercicio resuelto**
**Del ejercicio anterior.**
**Si en vez de ser el dieléctrico el aire fuese vidrio ($\varepsilon_a$ = 53 . $10^{-12}$ C2/N . m$^2$) ¿ a qué distancia se deben colocar las placas del condensador. El resto de datos son los mismos.**

***Resolución***

**Determinamos que la ecuación de la carga adquirida venía dada por:**

$$Q = C \cdot (V_A - V_B) \quad (1)$$

**Si en ella sustituimos C por:**

$$C = \varepsilon_a \cdot S / d$$

**y nos vamos a la ecuación (1):**

$$Q = \varepsilon_a \cdot S / d \cdot (V_A - V_B)$$

**despejamos d:**

$$Q \cdot d \cdot (V_A - V_B) = \varepsilon_a \cdot S$$

**$d = \varepsilon_a \cdot S / C \cdot (V_A - V_B)$ ; $d = 53 \cdot 10^{-12} \cdot 10^5\ m^2 / 1239 \cdot 10^{-4}\ F \cdot 150\ V =$**

$$= 2{,}85 \cdot 10^{-3}\ m = 0{,}0028\ mm$$

**Ejercicio resuelto**

**Determinar la energía almacenada por un condensador plano de capacidad 150 µF cundo se le aplica una diferencia de potencial de 75 V.**

***Resolución***

**$C = 150\ \mu F = 150 \cdot 10^{-6}\ F$**

**Podemos utilizar directamente la ecuación:**

$$Ep = ½ \cdot C \cdot V^2\ ;\ \ Ep = ½ \cdot 150 \cdot 10^{-6}\ F \cdot (75\ V)^2$$

$$Ep = ½ \cdot 150 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 5625\ V^2 = 421875 \cdot 10^{-6}\ J = 0{,}42\ J$$

**Ejercicio resuelto**

**Un condensador con aire entre sus placas tiene una capacidad de 12 µF. Determinar su capacidad cuando se coloca entre sus placas un aislante de constante dieléctrica 5 ( permitividad relativa).**

***Resolución***

**De la ecuación:**

$$C = \varepsilon_a \cdot S / d\ ;\ C = \varepsilon' \cdot \varepsilon_o \cdot S / d \quad (1)$$

**Podemos despejar el cociente *S/d* que permanece constante para los dos dieléctricos:**

$$S / d = C / \varepsilon' \varepsilon_o \ \ ;\ \ S / d = 12 \cdot 10^{-6}\ F / 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2 /N \cdot m^2$$

$$S / d = 1{,}35 \cdot 10^6\ m^2/m$$

**Volvemos a la ecuación (1) pero con el nuevo dieléctrico:**

$$C = \varepsilon' \cdot \varepsilon_o\ (S/d) = 5 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}35 \cdot 10^6 = 59{,}73\ \cdot 10^{-6}\ F$$

**Ejercicio resuelto**

**Entre las placas de un condensador plano establemos una diferencia de potencial de 450 v. El condensador tiene una capacidad de 120 μF. Determinar la energía que puede almacenar dicho condensador.**

***Resolución***

**$V = 450\ V$**

**$C = 120\ \mu F = 120 \cdot 10^{-6}\ F$**

**Podemos utilizar directamente la ecuación:**

$Ep = ½ \cdot C \cdot V^2$ ; $Ep = ½ \cdot 120 \cdot 10^{-6}\ F\ (450\ V)^2 = 12{,}15\ J$

**Ejercicio resuelto**

**Las armaduras de un condensador están separadas, en el aire, una distancia de 0,6 cm y tienen una superficie de 300 cm$^2$. Determinar cuando se establece una diferencia de potencial entre las placas del condensador de 600 V:**

a) **Capacidad del condensador**
b) **Qué cantidad de carga eléctrica consiguen sus armaduras**
c) **El valor del campo eléctrico entre las armaduras del condensador.**
d) **Cambiamos de dieléctrico y nos vamos a la mica, como tal, sabiendo que su constante dieléctrica relativa es de 5. Determinar la nueva capacidad del condensador**

***Resolución***

a) **$d = 0{,}6\ cm = 0{,}06\ m$**

**$S = 300\ cm^2 \cdot 1\ m^2 / 10000\ cm^2 = 0{,}03\ m^2$**

**Si recordamos que la capacidad de un condensador viene dada por la ecuación:**

$C = \varepsilon'.\varepsilon o.S/d = 1.\ 8{,}85.10^{-12} C^2/N.m^2.0{,}03\ m^2/0{,}06\ m = 4{,}42 \cdot 10^{-12}\ F$

b) **La ecuación:**

$C = Q / (V_A - V_B)$

**despejando Q podemos conocer lo que nos pide la cuestión:**

$Q = C \cdot (V_A - V_B) = 4,42 \cdot 10^{-12}\ F \cdot 600\ V = 2652 \cdot 10^{-12}\ C$

c) **El campo eléctrico establecido entre las armaduras del condensador es:**

$E = V_A - V_B / d$ ; $E = 600\ V / 0,06\ m = 10000\ N/C$

d) **La ecuación:**

**Cuando en un ejercicio nos proporcionan ca constante dieléctrica del medio, sin especificar, si es la absoluita o la relativa, supondremos que se trata de la relativa.**

$$C = \varepsilon' \cdot \varepsilon o \cdot S / d = 5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2 \cdot 0,03\ m^2 / 0,06\ m =$$

$$C = 22 \cdot 10^{-12}\ F$$

**Ejercicio resuelto**

**Un capacitor con aire entre sus placas tiene una capacidad de 6μF. ¿Cuál es su capacidad cuando se coloca entre sus placas cera de constante dieléctrica 3,8?**

***Resolución***

$C = 6 \cdot 10^{-6}\ F$

$C = \varepsilon' \cdot \varepsilon o \cdot S/d$

**El cociente *s/d* permanece constante y podemos utilizarlo para cuando cambie el dieléctrico:**

$S/d = C / \varepsilon' \cdot \varepsilon o$ ; $S/d = 6 \cdot 10^{-6}\ F / 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 0,68 \cdot 10^{6}\ m^2/m$

**Al realizar el cambio de dieléctrico, las nueva capacidad la obtendremos con la misma ecuación:**

$C = \varepsilon' . \varepsilon_o . S/d$ ; $C = 3,8 . 8,85.10^{-12} C^2/N.m^2 . 0,68.10^6\ m^2/m =$

$$= 22,66 . 10^{-18}\ F$$

**Ejercicio resuelto**

**Calcular la energía almacenada en un condensador de 80 nF a) cuando está cargado a una diferencia de potencial de 3 kV y b) cuando la carga en cada placa es de 35 nC.**

***Resolución***

a) $C = 80\ nF = 80 . 10^{-9}\ F$

$(V_A - V_B) = 3\ kV = 3000\ V$

**La energía almacenada la podemos obtener de:**

$Ep = ½ . C . (V_A - V_B)^2 = ½ . 80 . 10^{-9}\ F . (3000\ V)^2 = 120 . 10^{-6}\ J$

b) $Ep = ½ . Q^2 / C = ½ . (35 . 10^{-9}\ C)^2 / 80 . 10^{-9}\ F = 7,6 . 10^{-9}\ J$

## *5.- Asociación de condensadores*

**http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio//2750/2951/html/17_asociacin_de_condensadores.html**

**http://www.ifent.org/lecciones/cap06/cap0605.asp**

**http://www.esi2.us.es/DFA/F2(GITI)_Fatima/Apuntes/10-11/tema3-condensadores.pdf**

**http://es.scribd.com/doc/56749342/ASOCIACION-DE**

**http://www.nebrija.es/~cmalagon/Fisica_II/transparencias/01-Electricidad/05-Condensadores.pdf**

**[http://personales.unican.es/peredaj/pdf_Apuntes_AC/Presentacion-Condensadores-y-Bobinas.pdf](http://personales.unican.es/peredaj/pdf_Apuntes_AC/Presentacion-Condensadores-y-Bobinas.pdf) (BUENO EN EJERCICIOS)**

**Un técnico en electrónica sabe que no existen condensadores de todas las unidades. Si embargo sabe que asociando los condensadores puede obtener aquel que le haga falta en un momento determinado. Puede necesitar un condensador de mayor capacidad de los que tiene y asociándolos obtendrá el condensador equivalente cuyo valor es el que quería. Más tarde veremos que si queremos aumentar la capacidad asociaremos los condensadores en Paralelo y si quiere obtener un condensador de menor capacidad de los que tiene en su maletín realizará una asociación en Serie.**

**Existen tres tipos de asociaciones de condensadores:**

***5.1.- En paralelo***

***5.2.- En serie***

***5.3.- En forma mixta***

**El *condensador resultante* de una asociación recibirá el nombre de *condensador equivalente*, produciendo por tanto el mismo efecto que dicha asociación, es decir:**

a) **Misma carga**

b) **Diferencia de potencial**

c) **La misma *capacidad* a la que llamaremos *capacidad equivalente*.**

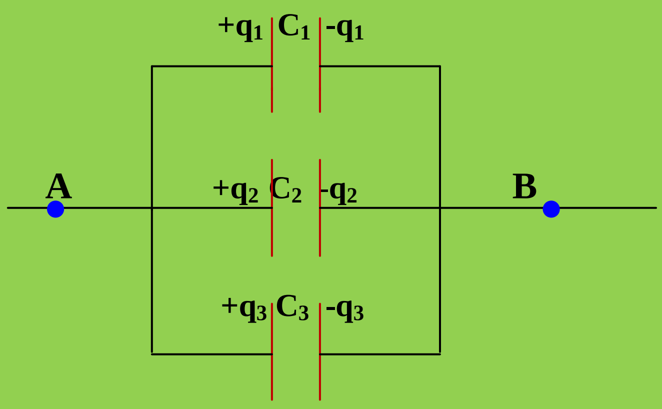
## *5.1.- Asociación de condensadores en paralelo*

**Este tipo de asociación se caracteriza por:**

**1.- Los condensadores se unen entre sí mediante las armaduras del *mismo signo* ( las + con las + y las – con las negativas).**

**2.- Todos los condensadores están bajo la misma *DIFERENCIA DE POTENCIAL*.**

**Tomemos tres condensadores para llegar a las conclusiones de esta asociación:**




**La carga total del sistema viene dada por:**

$$Q_T = q_1 + q_2 + q_3 \quad (1)$$

**Recordemos que:**

$$C = Q / (V_A - V_B)$$

**y por lo tanto se cumplirá:**

$$C_E = Q_T / (V_A - V_B)$$

**Despejamos $Q_T$:**

$$Q_T = C_E \cdot (V_A - V_B)$$

**Valor que llevaremos a (1):**

$$C_E \cdot (V_A - V_B) = C_1 \cdot (V_A - V_B) + C_2 \cdot (V_A - V_B) + C_3 \cdot ( V_A - V_B )$$

**sacamos factor común $(V_A - V_B)$ y nos queda:**

$$C_E \cdot \cancel{(V_A - V_B)} = ( C_1 + C_2 + C_3 ) \cdot \cancel{(V_A - V_B)}$$

**llegando a la expresión:**

$$\boxed{C_E = C_1 + C_2 + C_3}$$

**Generalizando:**

$$C_E = \sum C_i$$

**La *capacidad equivalente* de una asociación de *condensadores en paralelo* es la *suma de las capacidades de los condensadores que forman la asociación*.**

## *5.2.- Asociación de condensadores en serie.*

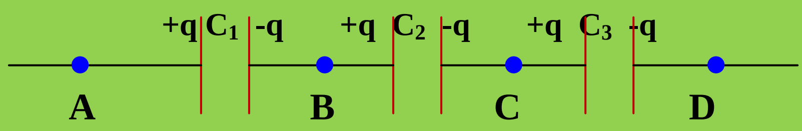
**Caracterizada por:**

**1.- Se unen los condensadores mediante *armaduras de carga elétrica de distido signo***

**2.- La *diferencia de potencial* entre los extremos de la asociación es igual a la *suma de las diferencias de potencial existente entre cada condensador constitutivo de la asociación***

**3.- Todos los condensadores tienen el mismo *valor absoluto de carga eléctrica***

**Elijamos un número de tres condensadores y generalizaremos:**




**Se cumple que:**

$$(V_A - V_D) = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) \quad \textbf{(2)}$$

**recordemos que:**

$$C_E = Q_T / (V_A - V_B)$$

**despejamos ($V_A$ - $V_B$):**

$$V_A - V_B = Q_T / C_E \quad ; \quad Q_T = q_1 = q_2 = q_3 = q$$

**y nos vamos a la ecuación (2)**

$$Q_T / C_E = q / C_1 + q / C_2 + q / C_3$$

**sacamos factor común *"q"* en la derecha de la ecuación:**

$$\cancel{q} / C_E = ( 1 / C_1 + 1 / C_2 + 1 / C_3) \cdot \cancel{q}$$

**eliminamos términos y nos queda:**

$$\boxed{1 / C_E = 1 / C_1 + 1 / C_2 + 1 / C_3}$$

**En la *asociación de condensadores en serie* se cumple que la *inversa de la capacidad equivalente del sistema* es igual a *la suma de las inversas de las capacidades de los condensadores que intervien en la asociación*.**

$$1 / C_E = \sum 1 / Ci$$

**La asociación en serie se utiliza para producir una *reducción en la capacidad del sistema*.**

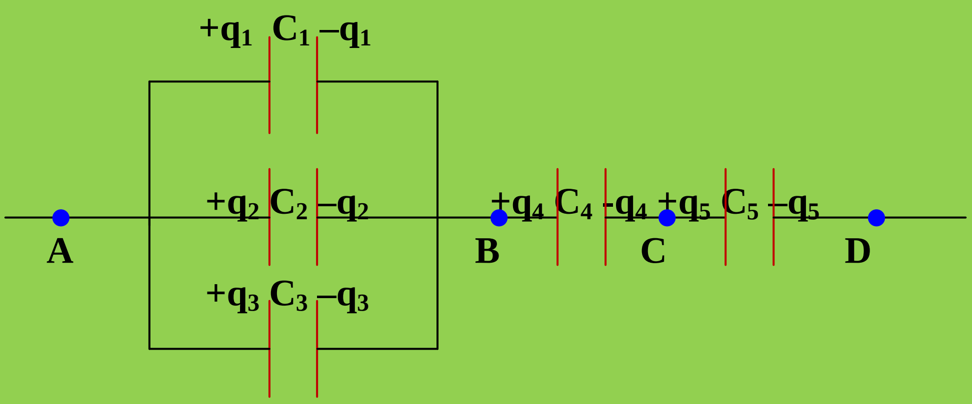
**La asociación *en paralelo es utilizada para aumentar la capacidad del sistema*.**

## *5.3.- Asociación mixta*

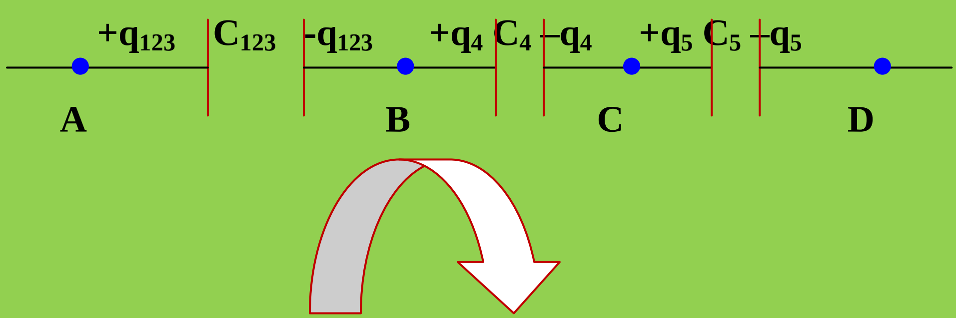
**En una asociación de condernsadores pueden aparecer condensadores en paralelo unidos a condensadoes en serie. Esta unión recibe el nombre de Asociación Mixta.**

**El proceso consiste en convertir el conjunto de condensadores en un solo condensador con una $C_E$.**

**Veamos el siguiente ejemplo:**

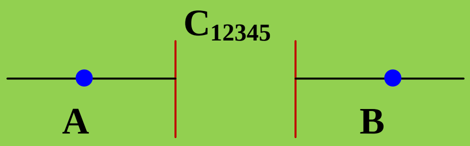



**La asociación mixta la convertiremos en una asociación pura, bien en serie o en paralelo con lo que el cálculo de CE esmás sencillo. En el caso que nos ocupa podemos realizar la siguiente transformación:**



**El nuevo condensador, procedente de los tres primeros tendrá:**

**Tenemos ahora tres condensadores en serie que se convierten en u solo condensador de caracterítica:**




**De este condensador sabemos que:**

$$(V_A - V_D) = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D)$$

**y de capacidad equivalente:**

$$1/C_E = 1 / C_{123} + 1 / C_4 + 1 / C_5$$

**Si conocemos $(V_A - V_D)$ y la $C_E$ podemos obtener la carga total:**

$$C_E = Q_T / (V_A - V_D) \;\; ; \;\; Q_T = C_E \, . \, (V_A - V_B)$$

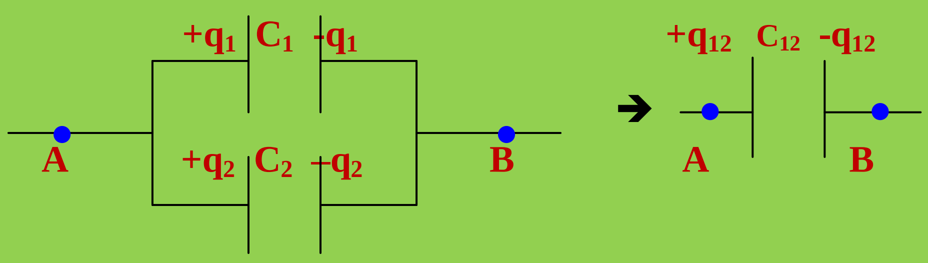
## *6.- Ejercicios resueltos sobre asociación de condensadores*

**Ejercicio resuelto**

**La capacidad total de dos condensadores conectados en paralelo es de 40 µF, sabiendo que uno de ellos tiene 10 µF. ¿Que valor tendrá el otro condensador?**

***Resolución***

$C_E = 40\ \mu F = 40 \cdot 10^{-6}\ F$
$C_1 = 10\ \mu F = 10 \cdot 10^{-6}\ F$

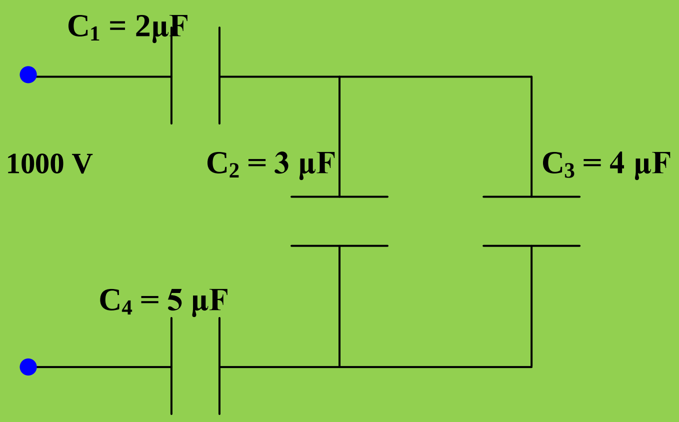


$C_E = C_1 + C_2$ ; $40 \cdot 10^{-6}\ F = 10 \cdot 10^{-6}\ F + C_2$

$$C_2 = 40 \cdot 10^{-6}\ F - 10 \cdot 10^{-6}\ F = 30 \cdot 10^{-6}\ F$$

## Ejercicio resuelto

**Calcula la capacidad del condensador equivalente del circuito de la figura.**

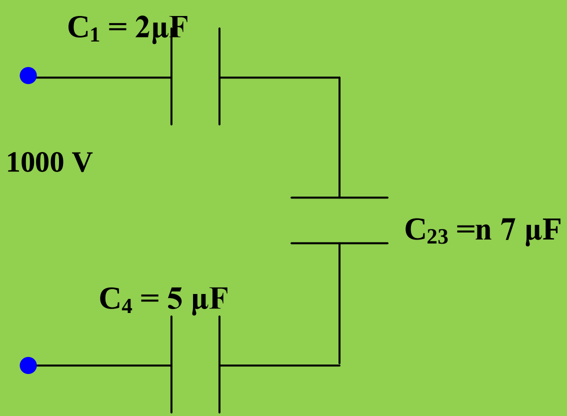



*Resolución*

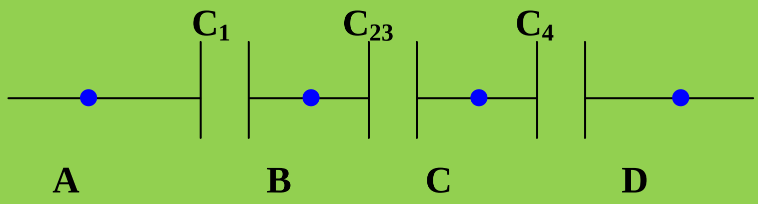
**Los condensadores $C_2$ y $C_3$ se encuentran asociados en paralelo dando lugar al condensador $C_{23}$, cuyo valores:**

$$C_2 + C_3 = 3\mu F + 4\ \mu F = 7\ \mu F$$

**La nueva asociación de condensadores queda de la forma:**



**La nueva situación es de tres condensadores en serie:**




$(V_A - V_D) = 1000\ V$

$C_1 = 2\ \mu F$ $\qquad$ $1 / C_E = 1 / C_1 + 1 / C_{23} + 1 / C_4$

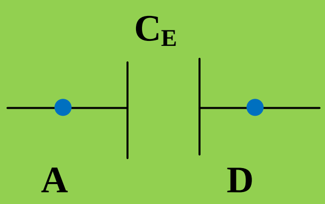
$C_{23} = 7\ \mu F$ $\qquad$ $1 / C_E = 1 / 2 + 1 / 7 + 1 / 5$

$C_4 = 5\ \mu F$ $\qquad$ $m.c.m = 2 . 7 . 5 . C_E$

$$2 . 7 . 5 = 7 . 5\ C_E + 2 . 5\ C_E + 2 . 7 . C_E$$

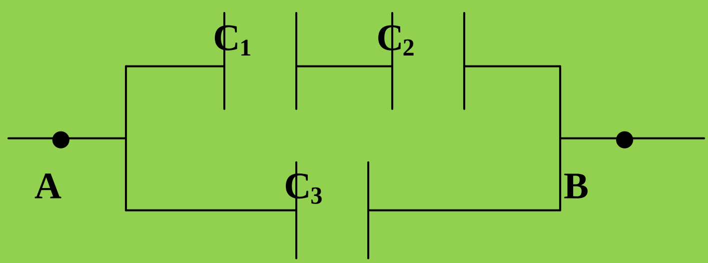
$$70 = 35\ C_E + 10\ C_E + 14\ C_E$$

$$70 = 59\ C_E\ ;\ C_E = 70 / 59\ F = 1{,}18\ \mu F$$




**Ejercicio resuelto**

**Tenemos tres condendadores asociados según el esquema:**




$C_1 = 3/2\ \mu F$

$C_2 = 3/4\ \mu F$

$C_3 = 1/2\ \mu F$

**Mediante un generador se aplica entre los extremos A y B del circuito diferencia de potencial de 100 V.**

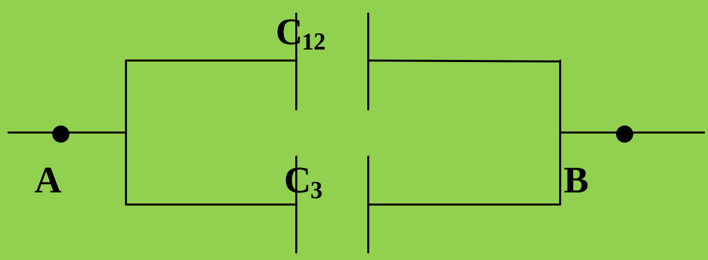
**Calcular:**

**La energía almacenada por cada condensador.**

***Resolución***

**Vamos a calcular la carga eléctrica de cada condensador. Para ello tendremos que calcular la capacidad del condensador equivalente de la asociación:**

**Primer paso:**




**Como los condensadores $C_1$ y $C_2$ se enuentran asociado en serie:**

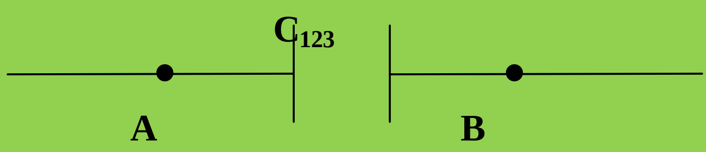
$$1/ C_{12} = 1/C_1 + 1/C_2$$

$$1/C_{12} = 1/ (3/2) + 1 / ( 3/4) \;\; ; \;\; 1/ C_{12} = 2/3 + 4/3$$

$$1/C_{12} = 7/3 \;\; ; \;\; 7/3 \cdot C_{12} = 1 \;\; ; \;\; C_{12} = 1 / ( 6/3)$$

$$C_{12} = 3/6 \;\; ; \;\; C_{12} = 1/2 \ \mu F$$

**Segundo paso:**



**$C_{123}$ es el condensador equivalente, cuyo valor al estar $C_{12}$ y $C_3$ asociados paralelamente:**

$$C_{123} = C_{12} + C_3$$

$$C_{123} = 1/2 + 1/2 \quad ; \quad C_{123} = 1\ \mu F$$

**Al establecer una diferencia de potenciad de 100 V y sabiendo que:**

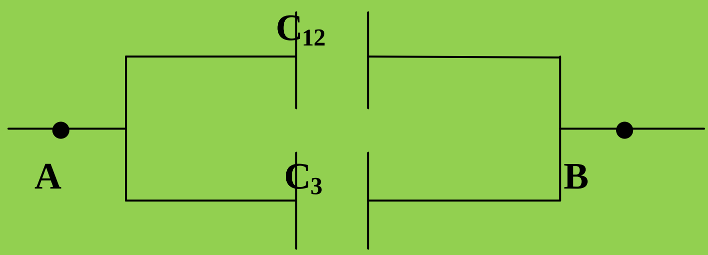
$$C = Q / (V_A - V_B)$$

$$1 . 10^{-6}\ F = Q / 100\ V \rightarrow Q = 1 . 10^{-6} . 100\ F . V$$

$$Q_T = 10^{-4}\ C$$

**En las placas del condensador equivalente existen $+ 10^{-4}$ C y $- 10^{-4}$ C.**

**Tercer Paso:**




**Al estar $C_{12}$ y $C_3$ en paralelo los dos condensadores están bajo la misma diferencia de potencial. Luego:**

$$C_3 = Q_3 / (V_A - V_B) \quad ; \quad Q_3 = C_3 . (V_A - V_B)$$

$$Q_3 = 1/2 . 10^{-6}\ F . 100\ V = 0,5 . 10^{-4}\ C$$

$$Q_3 = ½ . 10^{-4}\ C$$

**Como $C_{12}$ y $C_3$ se encuentran en paralelo, se cumple:**

$$Q_T = Q_{12} + Q_3$$

$$10^{-4}\ C = Q_{12} + 0,5 . 10^{-4}\ C$$

$Q_{12} = 10^{-4}\ C - 0{,}5 \cdot 10^{-4}\ C$ ; $Q_{12} = 10^{-4}\ C - 0{,}5 \cdot 10^{-4}\ C = ½ \cdot 10^{-4}\ C$

**Como $C_1$ y $C_2$ estan inicialmente asociados en serie las cargas que soportan los dos condensadores es la misma. Luego:**

$Q_1 = ½ \cdot 10^{-4}\ C$

$Q_2 = ½ \cdot 10^{-4}\ C$

$Q_3 = ½ \cdot 10^{-4}\ C$

**Recordemos la ecuación de la energía de un condensador plano:**

$$Ep = ½ \cdot Q^2 / Co$$

$Ep_1 = ½ \cdot (½ \cdot 10^{-4}\ C)^2 / (3/2 \cdot 10^{-6}\ F) = 1/8 \cdot 10^{-8}\ C^2 \cdot 2 / 3 \cdot 10^{-6}\ F =$
$= 2/24 \cdot 10^{-2}\ J = 0{,}083 \cdot 10^{-2}\ J = 8{,}3 \cdot 10^{-4}\ J$

$Ep_2 = ½ \cdot (1/2 \cdot 10^{-4}\ C)^2 / (3/4 \cdot 10^{-6}\ F) = 1/8 \cdot 10^{-8}\ C^2 / (3/4 \cdot 10^{-6}\ F) =$

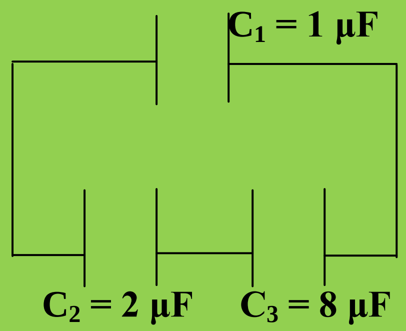
$= 4/24 \cdot 10^{-2}\ J = 0{,}17 \cdot 10^{-2}\ J = 17 \cdot 10^{-4}\ J$

$Ep_3 = ½ \cdot ( ½ \cdot 10^{-4})^2 / ( ½ \cdot 10^{-6}\ F) = ¼ \cdot 10^{-2}\ J = 0{,}25 \cdot 10^{-2} =$

$= 25 \cdot 10^{-4}\ J$

**Ejercicio resuelto**

**Un condensador de 1 μF se carga a 1000 V mediante una batería . Se desconecta de la batería, y se conecta inmediatamente a los extremos de otros dos condensadores, previamente descargados, de 2 y 8 μF de capacidad, respectivamente, conectados entre si como se muestra en la figura. Calcular:**




a) **La diferencia de potencial entre las placas del primer condensador después de la conexión a los otros dos**

b) **La variación de energía electrostática asociada al proceso.**

***Resolución***

**a)**

**El condensador $C_1$ de capacidad conocida y de diferencia de potencial también conocidase carga eléctricamente con una cantidad de Culombios:**

$$C = Q / \Delta V \rightarrow Q = C \cdot \Delta V \rightarrow Q = 1 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 1000\ V$$

$$Q = 1 \cdot 10^{-3}\ C$$

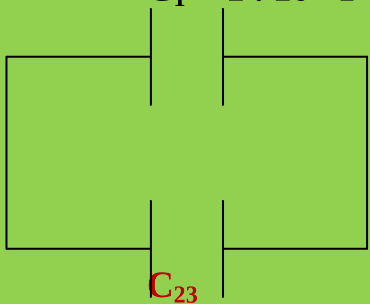
**El condensador $C_1$ aporta a la asociación una carga de $1 \cdot 10^{-3}$ C.**

**Esta carga se repartirá entre los tres condensadores. $C_2$ y $C_3$ por estar asociados en serie tendrán una carga exactamente igual. Se debe de cumplir:**

$$Q_{Antes} = Q_{Después}$$

**La asociación inical puede pasar a:**

**$C_1 = 1 \cdot 10^{-6}$ F**



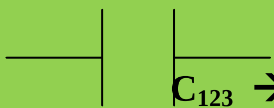

**El valor de $C_{23}$ lo podemos calcular:**

$1/C_{23} = 1/C_2 + 1/C_3 \rightarrow 1/C_{23} = 1/2 + 1/8$

$1/C_{23} = (4 + 1) / 8 \rightarrow 1/C_{23} = 5 / 8$

$5\ C_{23} = 8 \rightarrow C_{23} = 8 / 5 \rightarrow C_{23} = 1{,}6\ \mu F$

**Los dos condensadores del esquema anterior puede transformarse en un condensador equivalente. Al estar en paralelo:**



$C_{123} \rightarrow CE$

$CE = C1 + C12 \rightarrow CE = 1 + 1{,}6 \rightarrow CE = 2{,}6\ \mu F$

$CE = Q / \Delta V$

**La carga del condensador equivalente debe ser igual a la carga que C1 aporta al sistema, es decir $Q_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ C = Q. Podemos conover la diferencia de potencial establecida en los extremos del CE:**

$\Delta V = Q / CE\ ;\ \Delta V = 1 \cdot 10^{-3}\ C / 2{,}6 \cdot 10^{-6}\ F$

$$\Delta V = 0{,}384 \cdot 10^3\ V = 384\ V$$

b) $$\Delta E_P = E_{Pf} - E_{Po} \quad (1)$$

**La $E_{Pf}$ viene determinada por la capacidad equivalente de la asociación:**

$$E_{Pf} = ½ \cdot (1 \cdot 10^{-3}\ C)^2 / 2{,}6 \cdot 10^{-6}\ F$$

$$E_{Pf} = 1/5{,}2\ J = 0{,}192\ J$$

**La $E_{Po}$ viene determinada por la capacidad $C_1$:**

$$E_{Po} = ½ \cdot (\ 1 \cdot 10^{-3}\ C)^2 / (1 \cdot 10^{-6}\ F)$$

$$E_{Po} = ½\ C^2/F = 0{,}5\ J$$

**Si nos vamos a la ecuación (1):**

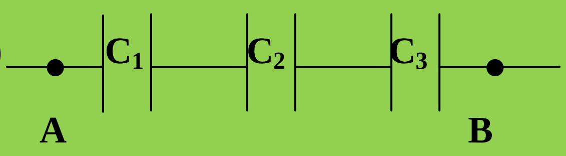
$$\Delta E_P = E_{Pf} - E_{Po} = 0{,}192\ J – 0{,}5\ J = -\ 0{,}308\ J$$

**Una vez constituida la asociación hay una perdida de 0,308 J.**

**Ejercicio Resuelto**

**Hallar la capacidad equivalente entre A y B en las distintas configuraciones:**

$C_1 = 1\ \mu F$ a)




$C_2 = 16\ \mu F$

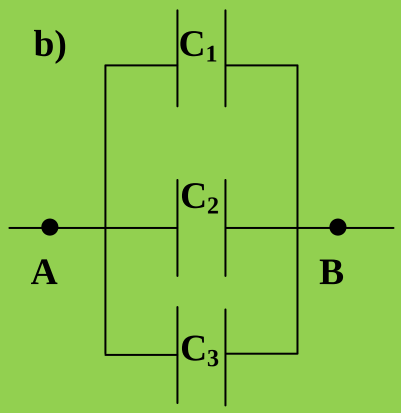
$C_3 = 10\ \mu F$

$$1/C_E = 1\ /C_1 + 1\ /\ C_2 + 1\ /\ C_3$$

$$1/C_E = 1/1 + 1/16 + 1/10$$

$$1/C_E = 1 + 0{,}0625 + 0{,}1\ ;\ 1/CE = 1{,}1625\ ;\ C_E = 0{,}86\ \mu F$$

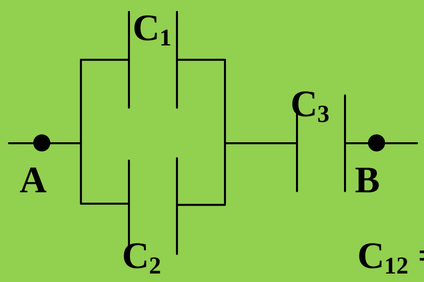
**b)**

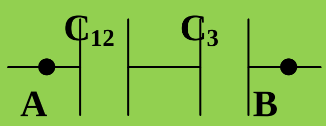



$$C_E = C_1 + C_2 + C_3$$

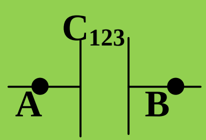
$$C_E = 1 + 16 + 10 = 27\ \mu F$$

**c)**



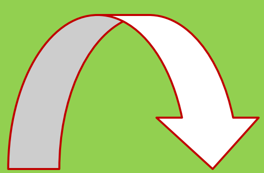

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 1 + 16 = 17\ \mu F$$




$$1/C_{123} = 1/C_{12} + 1/C_3$$

$$1/C_{123} = 1/_{17} + 1/_{10}$$

$$1/C_{123} = 0{,}059 + 0{,}1 = 0{,}158 \;\; ; \qquad C_{123} = 1/0{,}158 = 6{,}33\ \mu F$$



**Ejercicio resuelto**

**Determinar el condensador equivalente de los condensadores:**

**$Q_1$= 1 μF**

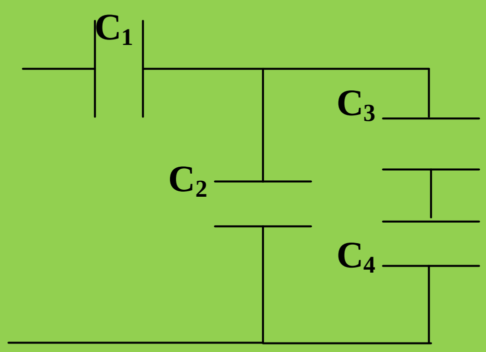
**$Q_2$= 16 μF**

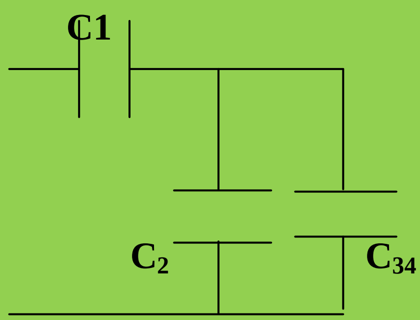
**$Q_3$= 10 μF**

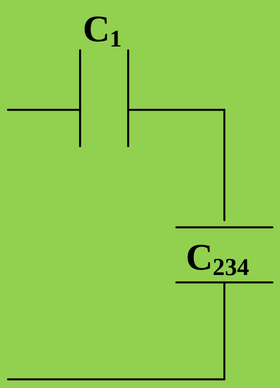
**$Q_4$= 20 μF**

**Distribuidos en las siguientes asociaciones:**

**a)**




$1/C_{34} = 1/C_3 + 1/C_4$

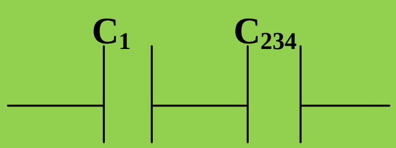
$1/C_{34} = 1/10 + 1/20$

$1/C_{34} = 0{,}1 + 0{,}05$ ; $1/C_{34} = 0{,}15$ ;

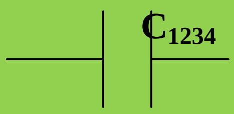
$C_{34} = 1/0{,}15$ ; $C_{34} = 6{,}66$ μF

$C_{234} = C_2 + C_{34}$ ; $C_{234} = 16 + 6{,}7$

$C_{234} = 22{,}7$ μF




$1/C_{1234} = 1/C_1 + 1/C_{234}$




$1/C_{1234} = 1/1 + 1/22,7$

$1/C_{1334} = 1 + 0,044$

$1/C_{1234} = 1,044$ ; $C_{1234} = 1/1,044$

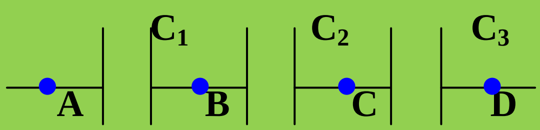
$C_{1234} = 0,95\ \mu F$

**Ejercicio resuelto**

**Tres condensadores de capacidades 2, 4 y 6 µF están conectados en serie. Primero se aplica un voltaje de 200 V al sistema. Calcular la carga de cada condensador, la diferencia de potencial y la energía almacenada en cada uno.**

***Resolución***

$C_1 = 4\ \mu f$




$C_2 = 6\ \mu f$

$C_3 = 8\ \mu f$

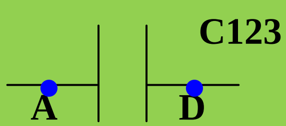
a) $(V_A - V_D) = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D)$

$QT . CE = q_1 . C_1 + q_2 . C_2 + q_3 . C_3$

$V_A - V_B = q_1 . C_1$ $\qquad$ *$C = Q/V$ ; $V = Q/C$*

$V_B - V_C = q_2 . C_2$

$V_C - V_D = q_3 . C_3$




*$Q_T = C_E . (V_A - V_D)$* (1)

$1/CE = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$ ; $1/CE = ¼ . 10^{-6} + 1/6 . 10^{-6} + 1/8 . 10^{-6}$

$1/CE = 0,25 . 10^{-6} + 0,17 . 10^{-6} + 0,125 . 10^{-6}$

$1/CE = 0,545 . 10^{-6}$ ; $CE = 1/0,545 . 10^{-6}$ ; *$CE = 1,83 . 10^{-6}\ F$*

**Volvemos a (1):**

$Q_T = C_E \cdot (V_A - V_D)$ ; $QT = 1{,}83 \cdot 10^{-6}$ F . 200 V = $250 \cdot 10^{-6}$ C

**En la sociación en serie se cumple que todos los condensadores tienen la misma carga e igual a QT = $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 250 \cdot 10^{-6}$ C**

b) **Las diferencias de potencial:**

$V_A - V_B = C_1 \cdot q_1 = 4 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 250 \cdot 10^{-6}\ C = 1000 \cdot 10^{-12}\ V$

$V_B - V_C = C_2 \cdot q_2 = 6 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 250 \cdot 10^{-6}\ C = 1500 \cdot 10^{-12} V$

$V_C - V_D = C_3 \cdot q_3 = 8 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 250 \cdot 10^{-6}\ C = 2000 \cdot 10^{-12} V$

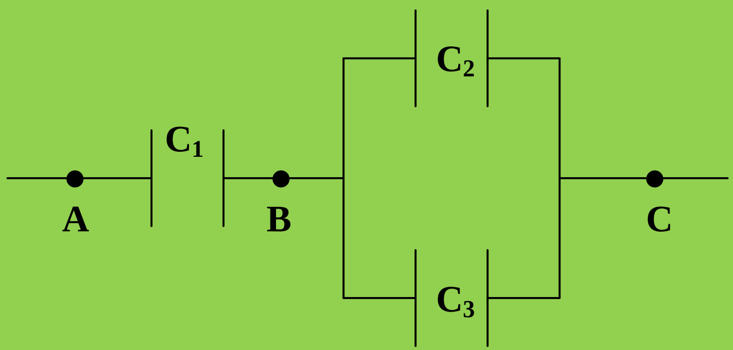
c) $E_P = ½ \cdot QT / C$

$C_1 = 4 \cdot 10\text{-}6$ F
$C_2 = 6 \cdot 10\text{-}6$ F
$C_3 = 8 \cdot 10\text{-}6$ F

$E_{P1} = ½ \cdot (250 \cdot 10^{-6}\ C)^2 / 4 \cdot 10^{-6}\ F = 7812{,}5 \cdot 10^{-6}\ J$
$E_{P2} = ½\ (250 \cdot 10^{-6}\ C)^2 / 6 \cdot 10^{-6}\ F = 5208{,}33 \cdot 10^{-6}\ J$
$E_{P3} = ½ \cdot (250 \cdot 10^{-6}\ C)^2 / 8 \cdot 10^{-6}\ F = 3906{,}25 \cdot 10^{-6}\ J$

**Ejercicio Resuelto**

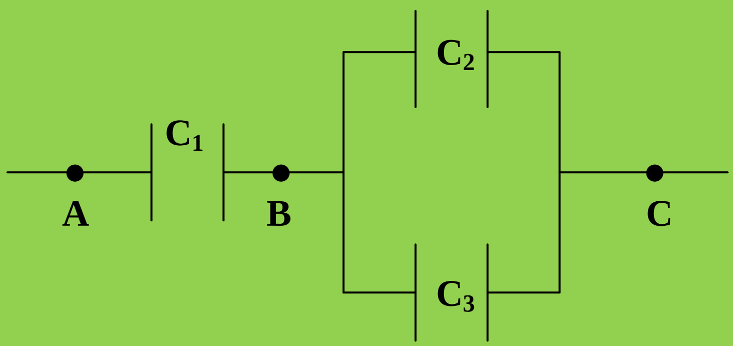
**Calcular la capacidad equivalente y la tensión a la que queda sometido cada condensador del siguiente circuito**

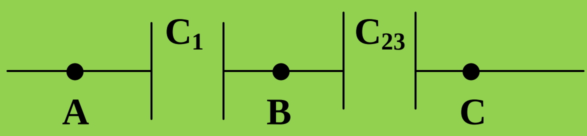



$C_1 = 100\ \mu F$
$C_2 = 100\ \mu F$
$C_3 = 50\ \mu F$

**$V_A - V_C = 200$ V**

**a) La asociación inicial se puede transformar en:**

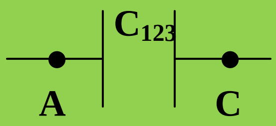



**Por estar $C_2$ y $C_3$ en paralelo:**

$C_{23} = C_2 + C_3$ ; $C_{23} = 100 + 50 = 150\ \mu F$

**El condensador equivalente:**




**El valor de $C_{123}$:**

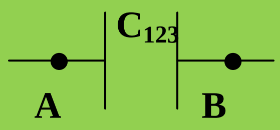
$1/C_{123} = 1/C_1 + 1/C_{23}$ ; $1/C_{123} = 1/100 + 1/150$

$15000 = 150\ C_{123} + 100\ C_{123}$ ; $15000 = 250\ C_{123}$

$C_{123} = 15000/250 = 60\ \mu F$

**b)**

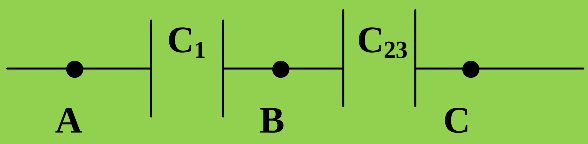
**El condensador equivalente:**




**Presentará una carga de:**

$$C_{123} = Q / V_{AC} \quad ; \quad Q = C_{123} \,.\, V_{AC} \quad ; \quad Q = 60\ F.\ 10^{-6} \,.\, 200\ V$$

$$Q = 12000 \,.\, 10^{-6}\ C = 0{,}012\ C$$




**En esta asociación en serie todos los condensadores presentan la misma carga de 0,012 C.**

$$C = Q / V$$

$$V_A - V_B = Q / C1 = 0{,}012\ C / 100 \,.\, 10^{-6}\ F = 120\ V$$

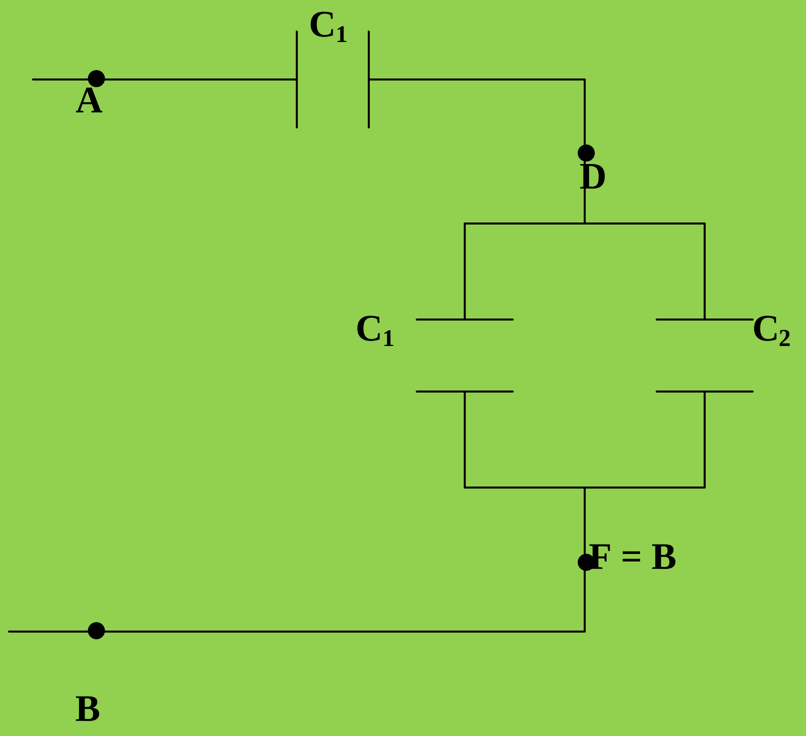
**Los condensadores $C_2$ y $C_3$ por estar en paralelo soportan la misma diferencia de potencial:**

$$V_B - V_C = Q / C_{23} \quad ; \quad V_B - V_C = 0{,}012\ C / 150 \,.\, 10^{-6}\ F = 80\ V$$

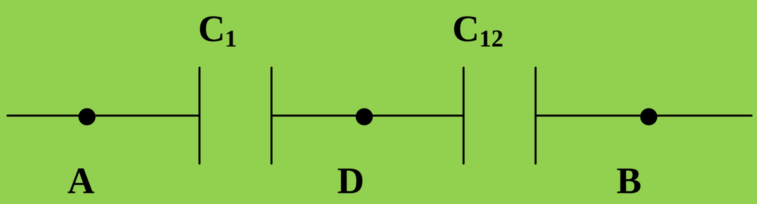
$$V_B - V_C = 0{,}007842 \,.\, 10^{4}\ V = 78{,}42\ V$$

**Ejercicio resuelto**

**Tres condensadores se asocian como se indica en la figura : a) si $C_1 = 7$ µF ¡cuánto debe valer $C_2$ para que la capacidad del conjunto sea igual a $C_2$? b) Si se aplica entre los puntos A y B una diferencia de potencial de 300 V , encontrar la carga y la diferencia de potencial de cada condensador.**

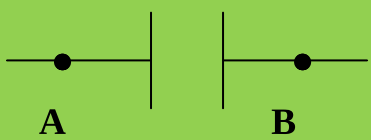



a)




$C_{12} = C_1 + C_2$ ; $C_{12} = 7 + C_2$

$C_{123} = CE = C_2$



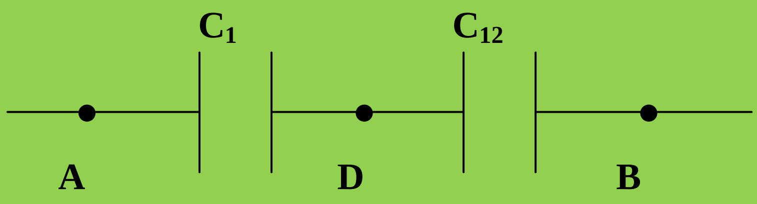

$1/C_{123} = 1/C_1 + 1/C_{12}$ ; $1/CE = 1/7 + 1/(7 + C_2)$

$1/C_2 = 1/7 + 1/(7 + C_2)$ ; $7 \, . \, (7 + C_2) = 7\,C_2 + C_2^{\,2} + 7\,C_2$

$49 + 7\,C_2 = C_2 \, . \, (7 + C_2) + 7\,C_2$ ; $C_2^{\,2} + 7\,C_2 - 49 = 0$

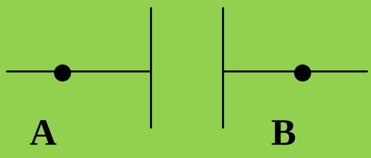
**Resolviendo la ecuación:** $C_2 = 4{,}32\ \mu F$

**b)**




$$V_A - V_B = V_A - V_D + V_D - V_B$$

$$C_{123} = CE = C_2 = 4{,}32\ \mu F$$




**Recordemos:** $C = Q / V \;\; ; \;\; Q = C \cdot V \rightarrow Q = CE \cdot (V_A - V_B)$

$$Q = 4{,}32 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 300\ V = 1296 \cdot 10^{-6}\ C$$

**Los condensadores $C_1$ y $C_{12}$, por estar en serie, soportan la misma carga e igual a $1296 \cdot 10^{-6}$ C.**

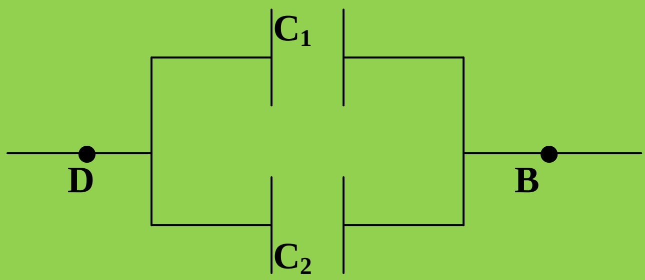
$V_A - V_D = Q/C_1 \;\; ; \;\; V_A - V_B = 1296 \cdot 10^{-6}\ C / 7 \cdot 10^{-6}\ F = 185{,}14\ V$

$V_D - V_B = Q / C_{12} \;\; ; \;\; (V_A - V_B) = (V_A - V_D) + (V_D - V_B)$

$$300\ V = 185{,}14\ V + (V_D - V_B)$$

$$V_D - V_B = 114{,}86\ V$$

**c)**




$Q_1 = C_1 \cdot (V_D - V_B) = 7 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 114{,}86\ V = 804{,}02 \cdot 10^{-6}\ C$

$Q_2 = C_2 \cdot (V_D - V_B) = 4{,}32 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 114{,}86\ V = 496{,}19 \cdot 10^{-6}\ C$

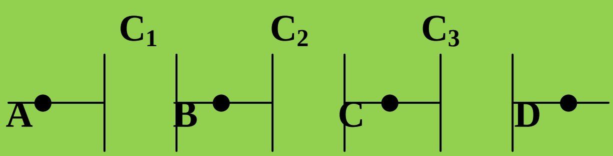
**Ejercicio resuelto**

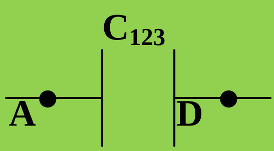
**Tres condensadores $C_1 = 20\ \mu F$, $C_2 = 30\ \mu F$ y $C_3 = 60\ \mu F$ se asocian en serie y el conjunto se carga a 300V. Calcular:**

**a)La capacidad equivalente de la asociación.**
**b) La carga de cada condensador.**

*Resolución*

**a)**




$$1/C_{123} = 1 / C_1 + 1 / C_2 + 1 / C_3$$

$$1 / CE = 1 / 20 + 1 / 30 + 1 / 60$$

$$60 = 3\ CE + 2\ CE + CE$$

$$60 = 6\ CE\ \ ;\ \ CE = 60 / 6 = 10\ \mu F$$

b) **El condensador equivalente soportará una carga eléctrica de:**

$$C = Q / V\ \ ;\ \ Q = CE \cdot V\ \ ;\ \ Q = 10 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 300\ V$$

$$Q = 3 \cdot 10^{-3}\ C$$

**Como los condensadores están asociados en serie se cumple:**

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = 3 \cdot 10^{-3}\ C$$

**Ejercicio resuelto**

**Tres condensadores A, B y C, de 20, 40y 60 µF, respectivamente se montan: los dos primeros, A y B, en paralelo y este conjunto en serie con el condensador C. En los extremos de la asociación se establece una diferencia de potencial de 200V. Calcular:**

**a) La capacidad equivalente de la asociación.**
**b) La carga y energía total almacenada.**
**c) La carga y la tensión de cada condensador.**

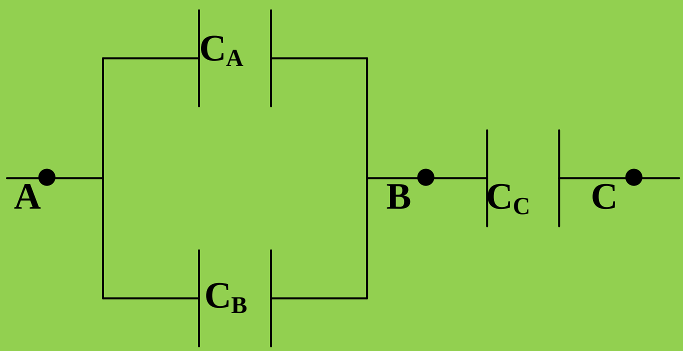
***Resolución***

**a)**

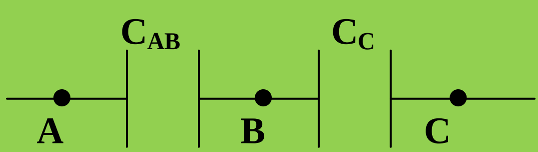
$C_A = 20\ \mu F$

$C_B = 40\ \mu F$

$C_C = 60\ \mu F$

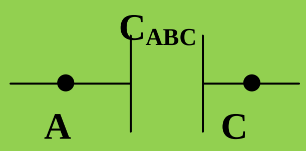



**$C_A$ y $C_B$ se encuentran en paralelo y podemos transformar el esquema inicial y además calcular su capacidad equivalente $C_{AB}$:**



$C_{AB} = C_A + C_B$ ; CAB = 20 μF + 40 μF = 60 μF

$C_{AB}$ y $C_C$ se encuentran en serie y podemos obtener su condensador equivalente así como la capacidad del mismo:




$1 / C_{ABC} = 1 / C_{AB} + 1 / C_C$ ; $1 / C_{ABC} = 1 / 60 + 1 / 60$

$1 / C_{ABC} = 1 / 30$ ; $C_{ABC} = 30\ \mu F$

b) Recordando que C = Q / V y sabiendo que $V_A - V_C = 200$ V, la Carga que acumula el condensador equivalente ($C_{ABC}$) será de:

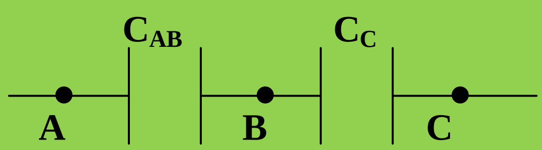
$Q = C_{ABC} \cdot (V_A - V_C)$ ; $Q = 30 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 200\ V = 6 \cdot 10^{-3}\ C$

La energía acumulada por el condensador equivalente la calcularemos aplicando la ecuación:

$Ep = ½ \cdot Q^2 / C_{ABC}$ ; $E_P = ½ \cdot ( 6 \cdot 10^{-3}\ C)^2 / 30 \cdot 10^{-6}\ F$

$E_P = 0{,}6\ J$

c) Recordemos la segunda asociación:




$C_{AB}$ y $C_C$ por estsr asociados en serie deben soportar la misma carga que es igual a la carga acumulada por el condensador equivalente, es decir:

$$Q_{AB} = 6 \cdot 10^{-3}\ C$$
$$Q_C = 6 \cdot 10^{-3}\ C$$

**La carga de $C_{AB}$ se repartirá entre el condensador $C_A$ y el $C_B$:**

$$Q_{AB} = Q_A + Q_B$$

**Conociendo las diferencias de potencial podemos conocer la $Q_A$ y $Q_B$. En la anterior asociación se cumple:**

$$(V_A - V_C) = (V_A - V_B) + (V_B - V_C)$$

**En el condensador $C_C$ se cumple:**

$$C_C = Q_C / (V_B - V_C)\ \ ;\ \ (V_B - V_C) = Q_C / C_C$$

$$(V_B - V_C) = 6 \cdot 10^{-3}\ C / 60 \cdot 10^{-6}\ F = 100\ V$$

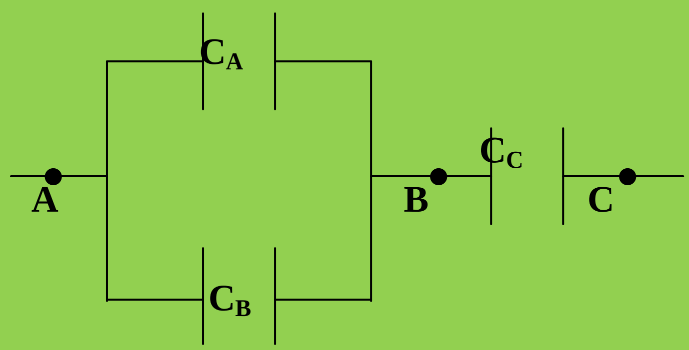
**Si nos vamos a la ecuación:**

$$(V_A - V_C) = (V_A - V_B) + (V_B - V_C)$$

$$200\ V = (V_A - V_B) + 1 \cdot 10^{-2}\ V\ \ ;\ \ (V_A - V_B) = 200\ V - 100\ V$$

$$(V_A - V_B) = 100\ V$$

**Si nos vamos a la primera asociación:**



**Los condensadores $C_A$ y $C_B$ pore star en paralelo están bajo la misma diferencia de potencial $(V_A – V_B) = 100$ V. Las cargas $Q_A$ y $Q_C$ las podremos conocer aplicando la ecuación:**

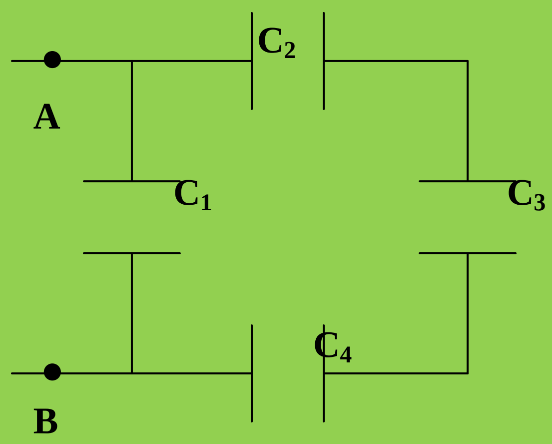
**$C = Q / V \rightarrow Q = C . V \rightarrow Q_A = C_A . (V_A – V_B)$**

**$Q_A = 20 . 10^{-6}$ F . 100 V = $2 . 10^{-3}$ C**

**$Q_B = C_B . (V_A – V_B) = 40 . 10^{-6}$ F . 100 V = $4 . 10^{-3}$ C**

**Ejercicio resuelto**

**Dados los condensadores $C_1 = 2/3$ μF, $C_2 = 1$ μF, $C_3 = 1$ μF y $C_4 = 1$ μF. Se asociación según el esquema:**




**En los extremos de la asociación se establece una diferencia de potencial de 1000V. ¿Qué carga almacena cada condensador?**

***Resolución***

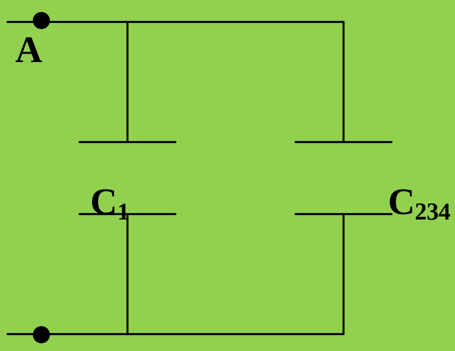
**Los condensadores $C_2$, $C_3$ y $C_4$ se encuentran asociados en serie. Su condensador equivalente $C_{234}$ vale:**

$$1 / C_{234} = 1 / C_2 + 1 / C_3 + 1 / C_4$$

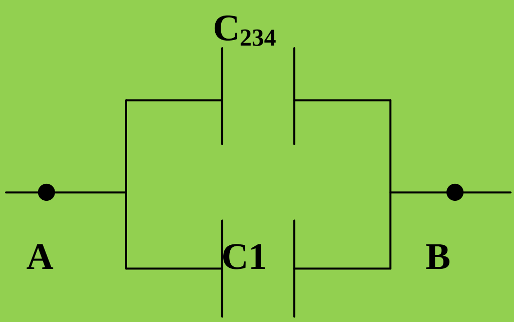
$$1 / C_{234} = 1 / 1 + 1 /1 + 1 / 1$$

$$1 / C_{234} = 3 \ ; \ C_{234} = 1/3 \ \mu F$$

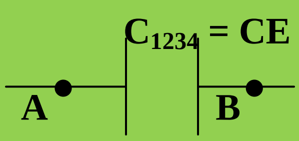
**La asociación inicial queda de la forma:**




**Esta asociación es totalmente equivalente a:**




**Los condensadores $C_{234}$ y $C_1$ se encuentran asociados en paralelo y podemos obtener su condensador equivalente:**

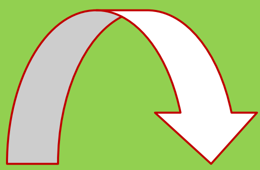



**La capacidad del condensador equivalente se obtendrá:**

$$\boldsymbol{CE = C_1 + C_{234} = 2/3 + 1/3 = 1\ \mu F}$$

**El condensador equivalente habrá almacenado una carga eléctrica de:**

$$\boldsymbol{Q_T = CE\ .\ (V_A - V_B) = 1\ .\ 10^{-6}\ F\ .\ 1000\ V = 1\ .\ 10^{-3}\ C}$$



**Los dos condensadores $C_{234}$ y $C_1$ por estar en paralelo soportan la misma diferencia de potencial. En base a esto podemos conocer las $Q_1$ y $Q_{234}$:**

$$Q_1 = C_1 \cdot (V_A - V_B) = 2/3 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 1000\ V = 2/3 \cdot 10^{-3}\ C$$

**Como los condensadores $C_2$, $C_3$ y $C_4$ están asociados en serie se cargan con la misma cantidad de electricidad:**

$$Q_{234} = C_{234} \cdot (V_A - V_B) = Q_2 = Q_3 = Q_4$$

$$Q_{234} = 1/3 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 1000\ V = 1/3 \cdot 10^{-3}\ C = Q_1 = Q_2 = Q_3 =$$

$$= 1/3 \cdot 10^{-3}\ C$$

**------------------------------- O -----------------------------------**

## SE ACABÓ

**Antonio Zaragoza López**