

Tema nº 1. Estudio del movimiento. Cinemática

Video: Fernando Alonso

<http://www.youtube.com/watch?v=BmuveZSk1hQ>

NOTA: Para acceder a las páginas Webs, videos, laboratorios virtuales y animaciones **PISAR CONTROL** y **PINCHAR** en la página Web, video, animación seleccionado.

Voy a intentar transmitir mis conocimientos sobre:

- 1.- El Movimiento (pág. N° 1)***
 - 1.1.- Posición y Sistema de Referencia (pág. N° 3)***
- 2.- Definición de Cinemática (pág. N° 9)***
- 3.- Rapidez y Velocidad. (pág. N° 10)***
- 4.- Recomendaciones para la resolución de problemas.(pág. N° 19)***
- 5.- Movimiento Rectilíneo y Uniforme (M.R.U). (pág. N° 20)***
- 6.- Aceleración. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A). (Pág. N° 35)***
- 7.- Movimiento de caída libre de los cuerpos (pág. N° 57)***
- 8.- Movimiento Circular (pág. N° 66)***
- 9.- Práctica de laboratorio (pág. N° 77)***

1.- El Movimiento

Video: El movimiento

<http://www.youtube.com/watch?v=t3qvmPVY5c8>

Video: El movimiento

http://www.youtube.com/watch?v=Dq_WXRiQD90

El movimiento

<http://www.youtube.com/watch?v=Z3Dzn81ytSg>

El Movimiento

<http://www.tareasya.com.mx/index.php/tareas-ya/primaria/tercer-grado/ciencias-naturales/943-%C2%BFQu%C3%A9-es-el-movimiento?.html>

El Movimiento

<http://definicion.de/movimiento/>

El Movimiento

http://www.profesorenlinea.cl/fisica/Movimiento_Concepto.html

Appllet: TODO SOBRE EL MOVIMIENTO

<http://www.educaplus.org/movi/>

Como todos los sábados por la mañana me encuentro en una mesa de la cafetería Trébol, desayunando y leyendo la prensa. En la mesa próxima a la mía hay un matrimonio con un niño de unos cuatro años, incluida pelota. Hacen lo mismo que yo, leen y desayunan. Una vez que el niño ha desayunado, ha tomado energía, se pone un poco inquieto, hace ruido con la silla y el padre enfadado le recrimina. La situación va emporando, el niño se levanta de la silla y empieza a ir de un sitio a otro de la cafetería. Yo le hubiera cantado, con mal café, una canción de Serrat que dice “niño deja ya de joder con la pelota”, pero el padre le gritó ¿quieres dejar de moverte?. El matrimonio se marchó y yo pude seguir con mi lectura. Pero no me concentraba pues sólo pensaba en la frase del padre ¿quieres dejar de moverte?. Moverte es sinónimo de MOVIMIENTO y mi pregunta es ¿sabemos lo que es el movimiento?. En los videos siguientes vemos ejemplos de movimiento.

NOTA DEL AUTOR: Mis conocimientos de Informática son muy escasos por ello a la hora de hacer tablas de datos y dibujar ejes de coordenadas, lo que obtengo son churros, es decir, algo que se parece a lo que intento dibujar. Ruego perdonéis mi ignorancia informática.

1.- El movimiento es un fenómeno físico que se define como todo cambio de posición que experimentan los cuerpos en el espacio, con respecto al tiempo y a un punto de referencia, variando la distancia de dicho cuerpo con respecto a ese punto o sistema de referencia, describiendo una trayectoria.

2.- Un cuerpo se mueve cuando cambia de lugar o posición con el paso del tiempo. Cuando la posición de un objeto varía respecto del punto u objeto de referencia, decimos que ese objeto está en movimiento, por el contrario cuando no varía la posición decimos que está en reposo.

3.- El movimiento es un fenómeno físico que se define como todo cambio de posición en el espacio que experimentan los cuerpos de un sistema con respecto a ellos mismos o a otro cuerpo que se toma como referencia.

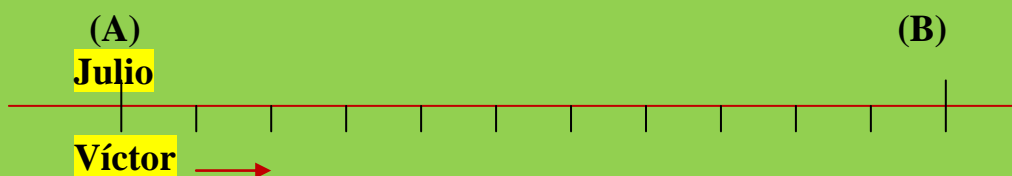
4.- El movimiento es un fenómeno físico que implica el cambio de posición de un cuerpo que está inmerso en un conjunto o sistema y será esta modificación de posición, respecto del resto de los cuerpos, lo que sirva de referencia para notar este cambio. El movimiento siempre es un cambio de posición respecto del tiempo.

En las cuatro definiciones hay dos factores coincidentes:

a) La Posición.

b) El Punto de referencia o Sistema de Referencia.

Voy a intentar explicaros mis conclusiones. *Julio* y *Víctor* (dos alumnos) me ayudan en la explicación. *Julio* va a ser el Punto o Sistema de referencia:

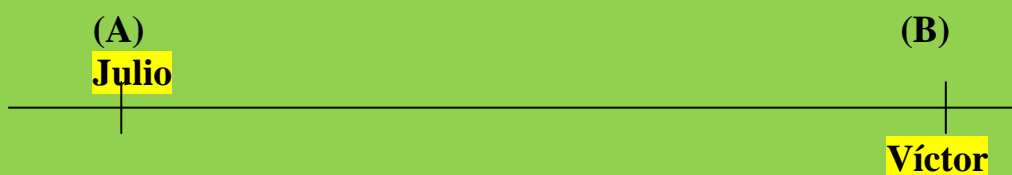


Víctor empieza a moverse buscando la situación (B) y cuando llega nos encontramos con la siguiente situación:



Víctor no se ha movido puesto que su posición con respecto a Julio (punto de referencia) no ha cambiado.

Si la situación hubiera sido:



sí existe movimiento puesto que la posición de Víctor ha cambiado respecto a la posición de Julio que se ha quedado fijo en la situación (A).

En el caso de nuestro inquieto niño y considerando el punto de referencia la silla y padre incluido, podemos afirmar que:

- a) Cuando el niño se movía en la silla no hay movimiento. Su posición no cambia con respecto a la del padre.
- b) Cuando el niño se levanta y va de un sitio a otro, estando el padre en la misma posición, sí existe movimiento.

El estudio de la posición y del Sistema de Referencia es fundamental para el entendimiento del MOVIMIENTO.

1.1.- Posición y Sistema de referencia

Posición y Sistemas de Referencia

<http://cienciasjbosco.wordpress.com/2011/01/26/sistema-de-referencia-y-posicion/>

Posición y Sistemas de Referencia

http://www.wikillerato.org/Vector_posici%C3%B3n_de_un_punto_material_y_sistemas_de_referencia.html

Sistemas de Referencia

<http://mjfísica.blogspot.com/2011/03/que-es-un-sistema-de-referencia.html>

Sistemas de Referencia

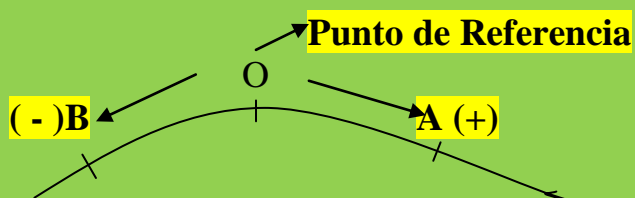
<http://eltamiz.com/2011/05/04/mecanica-clasica-i-sistemas-de-referencia/>

En Física, la Posición de un cuerpo y el Punto o Sistema de referencia están íntimamente ligados. La Posición, para quedar establecida necesita de un Sistema de Referencia y el Sistema de Referencia no tendría sentido si no es para establecer la Posición.

Video: Sistemas de Referencia

http://www.youtube.com/watch?v=gUtXz13P_cs

La forma más sencilla para establecer la **posición** del cuerpo es colocar el **punto de referencia** en el posible camino que va a recorrer el cuerpo (este camino recibirá más tarde el nombre de **TRAYECTORIA**):

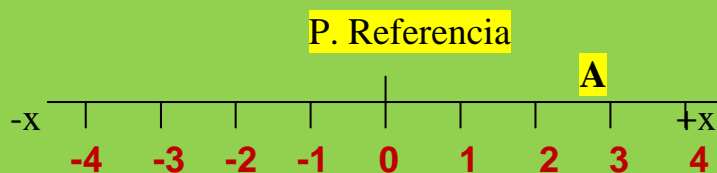


La **posición A** tiene **signo positivo** por estar a la **derecha del punto de referencia**. El **signo negativo de B** es consecuencia de estar a la **izquierda del punto de referencia**. Este es un **criterio arbitrario**, es decir, **podría haber sido al contrario**. Es importante recordar que una vez elegido un criterio, en este caso de **signos positivo y negativo**, **SIEMPRE** debemos **utilizar** el elegido.

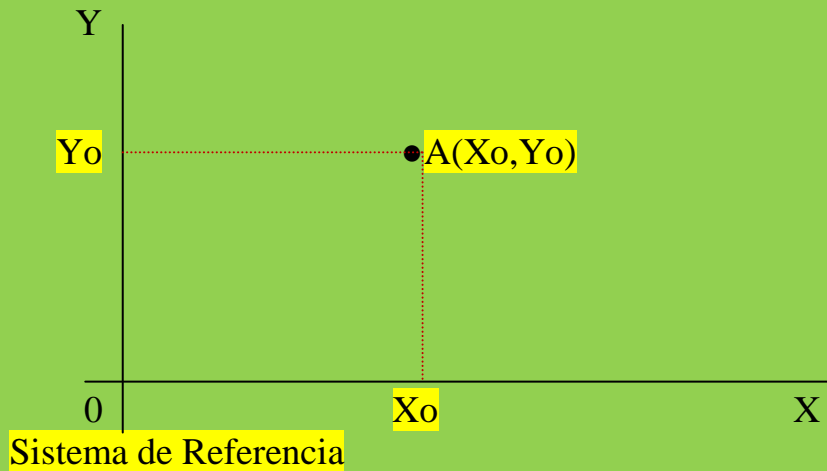
La **posición** también puede quedar establecida en unos **ejes de coordenadas**:

- De una sola dimensión** (sobre una línea recta).
- De dos dimensiones** (en un plano).

Sobre una línea recta:

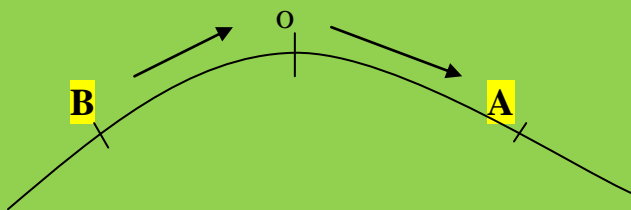


En unos ejes de coordenadas cartesianas:



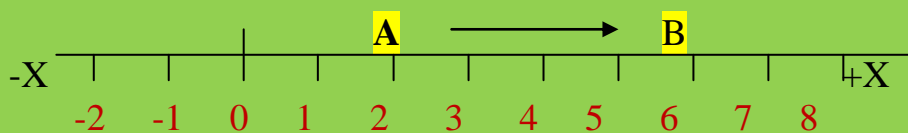
Establecida la **posición** y el **sistema de referencia**, un movimiento de un cuerpo podría ser:

Sobre el camino:

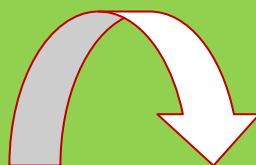


Pasar de la posición **B** a la posición **A**.

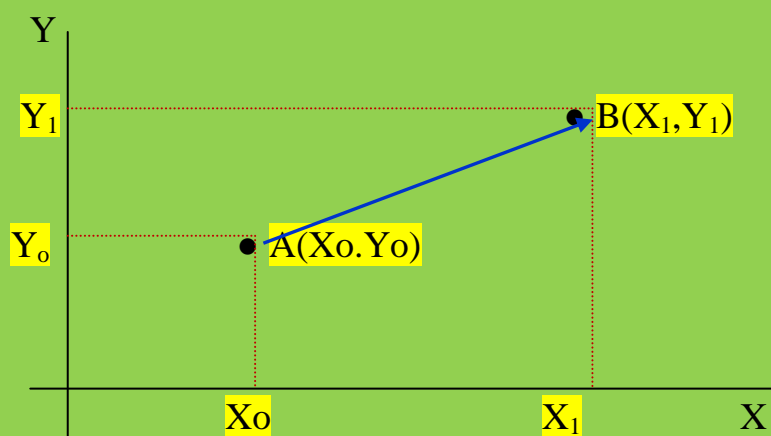
En una dimensión:



*El movimiento podría consistir en pasar de la posición **A** a la posición **B**.*



En el plano, un cuerpo puede pasar de una posición **A** a otra **B** y por lo tanto realizar un **movimiento**:



¿Cómo elegimos el sistema de referencia?

Veamos los videos obtenidos en Educaplus:

Video

<http://www.educaplus.org/play-237-Sistemas-de-referencia.html>

Video

http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/applets/Hwang/ntnujava/relativeVelocity/relativeVelocity_s.htm

El movimiento tiene un **sentido relativista**, es decir, el **punto** que tomamos como **referencia** o el **sistema de referencia** ¿están en **reposo** o **en movimiento**?. En base a esta pregunta podemos establecer dos tipos de **MOVIMIENTO**:

- a) **Movimiento Absoluto**.- El **punto** o **sistema de referencia** están en **reposo**.
- b) **Movimiento Relativo**.- El **punto** o el **sistema de referencia** están **en movimiento**.

¿Existe el movimiento Absoluto?

Video: Relatividad del movimiento

<http://www.youtube.com/watch?v=kJ9t3rF8qmI>

Animación: Relatividad del movimiento.

http://www.educaplanet.com/movi/1_1definicion.html

Video: Movimiento de rotación y traslación de la Tierra.

http://www.kalipedia.com/video/rotacion-traslacion-movimientos-tierra.html?x=20080414klpcnatun_1.Ves

Podríamos tomar como Sistema de referencia la Tierra pero ésta tiene un movimiento de rotación sobre sí misma y un movimiento de traslación alrededor del Sol. La Tierra no nos sirve como sistema de referencia. ¿Es entonces el Sol nuestro sistema de referencia?. Tenemos un problema, el Sol es el centro de nuestra Galaxia pero las galaxias también están en movimiento.

Video: Movimiento de nuestra Galaxia.

<http://www.youtube.com/watch?v=TResI0PS45Q>

El movimiento Absoluto **NO EXISTE**. ¿Cómo podemos entonces estudiar el movimiento. El problema lo eliminamos estableciendo los **SISTEMAS DE REFERENCIA INERCIALES**.

Para entender y construir la historia del movimiento mecánico es necesario considerar que en todos los casos se describe respecto de un observador, este observador está localizado en un punto del espacio, a este punto del espacio, se le adiciona otras propiedades como un sistema de coordenadas, una escala de tiempo. Así se constituye lo que se denomina un sistema de referencia. Este sistema de referencia puede ser de dos tipos:

a) Sistema de Referencia Inercial.

El punto de referencia o sistema de referencia se encuentra en reposo absoluto.

b) Sistema de Referencia no Inercial.

El punto de referencia o sistema de referencia están en movimiento.

En el universo no existen punto fijos, todo está en movimiento, para describir el movimiento respecto de la tierra, se considera que la tierra es un sistema de referencia inercial.

Laboratorio virtual: Sistemas de referencia.

<http://www.educaplus.org/play-237-Sistemas-ade-referencia.html>

Mucho sobre todos los aspectos de la Cinemática.

<http://www.educaplus.org/>

Appllet de Cinemática. En el buscador escribir **CINEMÁTICA** y Pinchar **FÍSICA** y tenéis todo lo que queráis sobre Cinemática

http://www.educaplus.org/cat-29-p1-Movimientos_F%C3%ADsica.html

2.- La Cinemática

Definición de Cinemática. Amplio estudio de los movimientos

http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/teoria/A_Franco/cinematica/cinematica.htm

Animaciones: Todo lo que queráis sobre Cinemática

<http://www.educaplus.org/movi/>

Definición de Cinemática

<http://es.thefreedictionary.com/cinem%C3%A1tica>

Establecida esta condición podemos continuar con el estudio del ***Movimiento*** de los cuerpos. Nos enmarcamos dentro de la ***FÍSICA***, concretamente dentro de una gran rama de la misma que se llama ***MECÁNICA***, que nos permite establecer la definición de ***CINEMÁTICA***.

La Cinemática es la rama de la mecánica clásica que estudia las leyes del movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que lo producen.

Magnitudes

<http://magnitudesjavier.blogspot.com/2011/10/clases-de-magnitudes.html>

Magnitudes

<http://www.slideshare.net/talachacuantica/magnitudes-fisicas>

Magnitudes Escalares y Vectoriales

<http://www.fisicapractica.com/magnitudes.php>

Cuando escuchamos radiofónicamente un partido de balón cesto y el locutor nos dice que Pau Gasol ha lanzado el balón ¿hacia dónde lo lanzó? ¿a canasta? ¿a un defensa?. *No queda definido el movimiento del balón*. Todas estas preguntas nos obligan a clasificar las magnitudes en dos tipos:

- a) *Magnitudes Escalares*.- Quedan definidas por la *intensidad* o *módulo* de la misma (valor que tiene).
- b) *Magnitudes Vectoriales*.- Para quedar definidas necesitan:
 - 1.- *Intensidad o módulo*.
 - 2.- *Dirección*.
 - 3.- *Sentido*.

En el movimiento de los cuerpos intervienen un conjunto de magnitudes, como:

- a) *Trayectoria*.
- b) *Desplazamiento*.
- c) *Tiempo empleado en el movimiento*.
- d) *Rapidez*.
- e) *Velocidad*.

3.- Rapidez y velocidad

Rapidez y velocidad

http://www.cneq.unam.mx/cursos_diplomados/diplomados/basico/abasco092004/portafolios/movimiento/pag_conte/09_rapidez_velocidad.htm

Rapidez y velocidad

<http://fisicainteractiva.galeon.com/cine2.htm>

Rapidez y velocidad

https://sites.google.com/site/timesolar/cinemática/rapidez_y_velocidad

Rapidez y velocidad

http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/cinemática/cine21.htm

Video: Rapidez y velocidad

<http://www.youtube.com/watch?v=u24VOT6gEWI>

Video: Rapidez y Velocidad

<http://www.youtube.com/watch?v=2QnyCmYBSug>

Video: Rapidez y velocidad

<http://www.youtube.com/watch?v=dvd1Oydfiy8>

Seguimos estudiando el *movimiento* y nos surge la pregunta *¿por qué un caracol tiene movimientos más lentos que un gato?*. La respuesta la tenemos en la relación *espacio/tiempo*. Si el caracol utiliza más tiempo que el gato para recorrer una misma distancia la relación *espacio/tiempo* para el caracol es menor que la relación *espacio/tiempo* para el gato.

En *fórmula 1* solemos preguntar *¿Quién ha recorrido la vuelta más rápidamente? ¿Quién ha llevado mayor velocidad en la vuelta completa al circuito?*. Parece que estamos preguntando lo mismo y para un profano en *Cinemática* sería correcto, pero no es lo mismo *rapidez* que *velocidad*.

Rapidez = longitud de la trayectoria seguida / tiempo = $\Delta e / \Delta t$

Velocidad = módulo del vector desplazamiento / tiempo = $|\Delta \vec{r}| / \Delta t$

La *Rapidez* es una *magnitud escalar* y la *Velocidad* es una *magnitud vectorial*. La *rapidez* de un móvil y la *velocidad* de ese mismo móvil no tienen por qué coincidir.

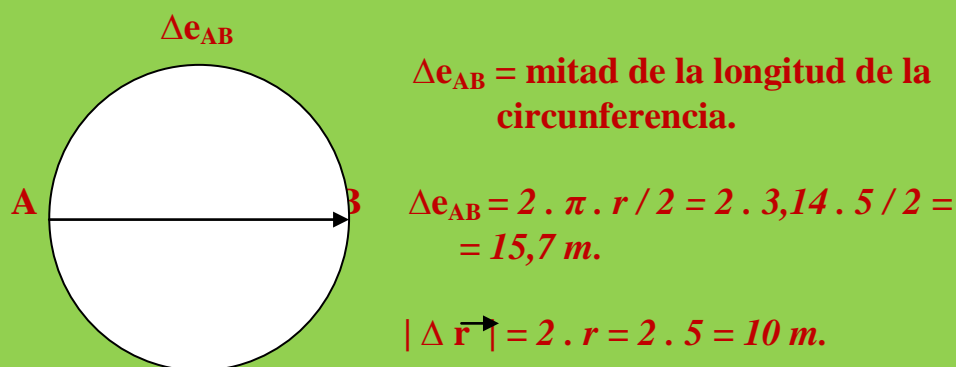
Ejemplo resuelto

Un móvil describe una trayectoria semicircular, de radio 5 m, en un tiempo de 10 s. Determinar su rapidez y velocidad.

Solución:

*Longitud*_{circunferencia} = $2 \cdot \pi \cdot r$





$Rapidez = \Delta e_{AB} / \Delta t = 15,7 \text{ m} / 10 \text{ s} = 1,57 \text{ m/s}$

$Velocidad = |\Delta \vec{r}| / \Delta t = 10 \text{ m} / 10 \text{ s} = 1 \text{ m/s}$

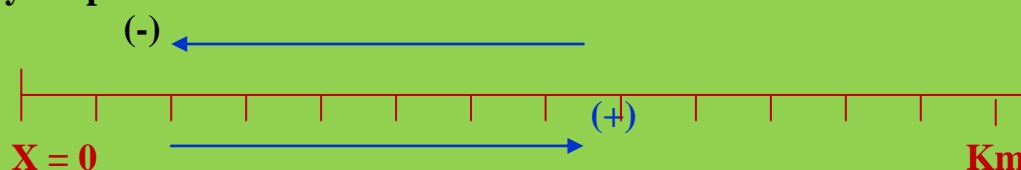
Ejercicio resuelto

Un coche parte desde el punto kilométrico 33 de la N-IV. Una hora más tarde llega al kilómetro 110. Allí gira y se da la vuelta, encontrándose en el kilómetro 66 dos horas después de haber partido.

- a) Calcula el desplazamiento y el espacio recorrido y representalo en un dibujo.
- b) Calcula la velocidad y la rapidez media del coche en esas dos horas. ¿Coinciden? ¿Por qué?
- c) Calcula la velocidad media en cada uno de los viajes, el de ida y el de vuelta.

Solución

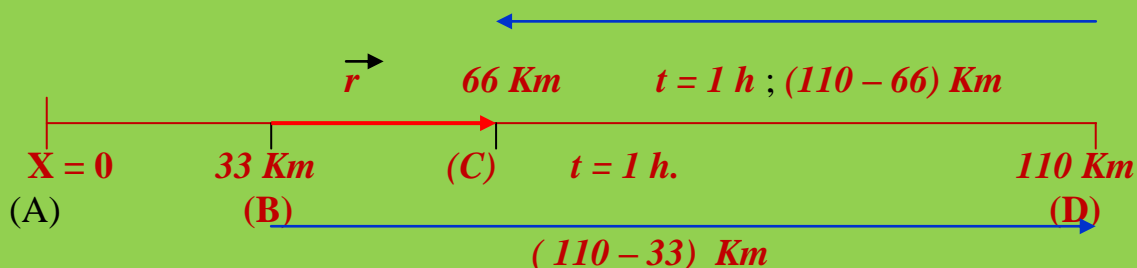
- a) Lo primero que haremos será establecer el Sistema de referencia y los puntos notables de la recta:



Los puntos notables en una gráfica indican una variación de la situación en ese momento.



ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA



a) $|\vec{r}| = \overline{AC} - \overline{AB} = 66 - 33 = 33 \text{ Km}$.

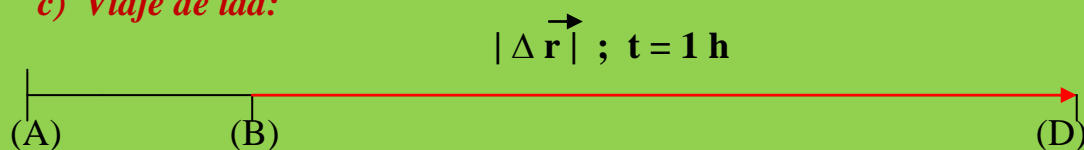
$$\Delta e = (\overline{AD} - \overline{AB}) + (\overline{AD} - \overline{AC}) = (110 - 33) + (110 - 66) = 77 + 44 = 151 \text{ Km}$$

b) $V_m = |\vec{r}| / t = 33 \text{ Km} / 2 \text{ h} = 16,5 \text{ Km/h}$

$$\text{Rapidez}_m = \Delta e / t = 151 \text{ Km} / 2 \text{ h} = 75,5 \text{ Km/h}$$

No coinciden puesto que el espacio recorrido no es igual al módulo del vector desplazamiento.

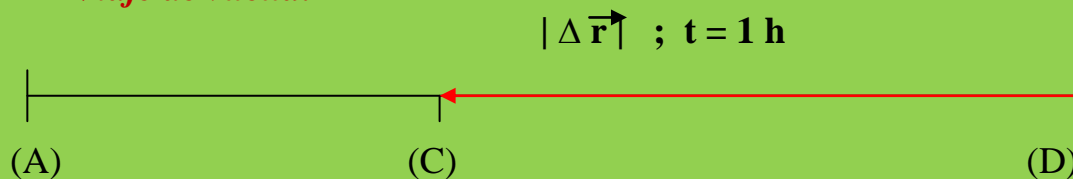
c) *Viaje de ida:*



$$|\Delta \vec{r}| = \overline{AD} - \overline{AB} = 110 - 33 = 77 \text{ Km}$$

$$V_m = |\Delta \vec{r}| / t = 77 \text{ Km} / 1 \text{ h} = 77 \text{ Km/h}$$

Viaje de vuelta:



$$|\Delta \vec{r}| = \overline{AD} - \overline{AC} = 110 - 66 = 44 \text{ Km}$$

$$V_m = |\Delta \vec{r}| / t = 44 \text{ Km} / 1 \text{ h} = -44 \text{ Km/h}$$

Los módulos de cualquier magnitud siempre son positivos. El signo negativo viene establecido por el sistema de referencia. Hacia la derecha el movimiento es (+) y hacia la izquierda (-).

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

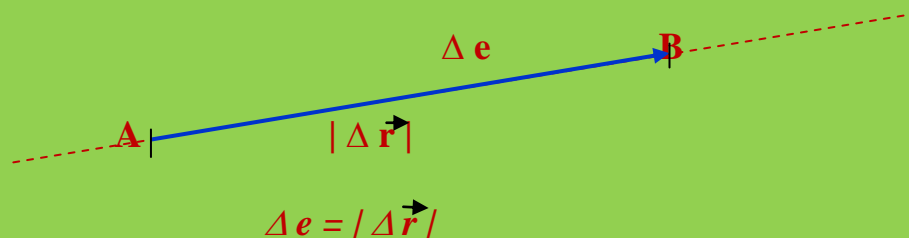
La *rapidez* y *Velocidad* que hemos calculado son *Rapidez_{media}* y *Velocidad_{media}*. Es decir, son *medias aritméticas* ya que mantener una rapidez de *forma constante* o una velocidad de *forma constante*, es difícil si la trayectoria no es una recta. En una carretera los tramos de la misma no suelen ser todos rectos. Cuando decimos que hemos llevado una velocidad de 100 Km/h en el desplazamiento entre dos ciudades nos referimos a *velocidad media*. En unos tramos hemos llevado una velocidad de *80 Km/h* y en otros de *120 Km/h*, la media aritmética de estas dos velocidades nos determina el valor de *100 Km/h*. Veámoslo:

$$V_m = (V_o + V_f) / 2 = (80 + 120) / 2 = 100 \text{ Km/h}$$

Cuando el intervalo de tiempo empleado en el movimiento es muy pequeño aparecen los conceptos de *Rapidez_{Instantánea}* y *Velocidad_{Instantánea}*.

En nuestro nivel **TRABAJAREMOS SIEMPRE CON RAPIDEZ_{MEDIA} Y VELOCIDAD_{MEDIA}**.

Cuando la trayectoria es una línea recta (**Movimiento Rectilíneo**) la *Rapidez* y la *Velocidad* son iguales puesto que $\Delta e = |\Delta \vec{r}|$:



Con esta condición podemos establecer una nueva ecuación de la velocidad:

$$V = \Delta e / \Delta t = e_f - e_o / t_o - t_f$$

Video: Resolución de un ejercicio sobre rapidez media y velocidad media

<http://www.youtube.com/watch?v=f8ty8YasPGc>

En los ejemplos anteriores hemos puesto los resultados con las *unidades de la velocidad*. Hay que demostrar estas unidades y lo haremos mediante el *Cálculo Dimensional*. Calcular la ecuación de

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Dimensiones de una magnitud consiste en poner las *magnitudes derivadas* en función de las *magnitudes fundamentales*.

Las magnitudes se pueden clasificar (Visto en 3º ESO) en:

- Magnitudes Fundamentales*.- Quedan definidas por sí mismas (longitud, masa, tiempo).
- Magnitudes Derivadas*.- Son aquellas que para quedar definidas *dependen de las fundamentales*. La velocidad ($V = e/t$) sería un ejemplo de *magnitud derivada* puesto que depende de *dos fundamentales*: el *espacio* y el *tiempo*.

M. FUNDAMENTALES SIMBOLO UNIDAD EN EL S.I.

Longitud	L	Metro (m)
Masa	M	Kilogramo (Kg)
Tiempo	T	Segundo (s)

S.I. = Sistema Internacional de Unidades

Calculemos la Ecuación de dimensiones de la *Velocidad*:

$$V = \text{longitud}/\text{tiempo}$$

Longitud → *magnitud fundamental* → L

Tiempo → *magnitud fundamental* → T

$$[V] = L / T = L \cdot T^{-1}$$

Esta ecuación de dimensiones nos dice que la *unidad de velocidad* es el producto de una unidad de longitud por una unidad de tiempo elevado a (-1).

En las ecuaciones de dimensiones *no existen denominadores* razón por la cual el *tiempo* ha sido pasado al numerador.

MAGNITUD UNIDAD EN EL S.I.

Velocidad $m / s = m \cdot s^{-1}$

Por criterio, en las unidades de una magnitud no deben existir denominadores. Pero los propios profesores no estamos acostumbrados y solemos utilizarlos.

En general podemos decir que el cociente entre una *unidad de longitud* y una *unidad de tiempo*, constituye una *unidad de velocidad*. En España utilizamos como unidad de velocidad el *Km/h* ($\text{Km} \cdot \text{h}^{-1}$), en Gran Bretaña la *milla/h* ($\text{milla} \cdot \text{h}^{-1}$).

Problema resuelto

Realiza los siguientes cambios de unidad de velocidad:

- a) 90 km/h a m/s
- b) 30 m/s a km/h
- c) 120 km/h a m/s
- d) 1 m/s a Km/h

Resolución

Utilizaré la cuestión a) para explicar el *MÉTODO DE FACTOR DE CONVERSIÓN* para las transformaciones de unidades.

a) 90 Km/h \rightarrow m/s

Según lo propuesto debemos hacer dos transformaciones de unidades: de espacio o longitud ($\text{Km} \rightarrow \text{m}$) y de tiempo ($\text{h} \rightarrow \text{s}$). Pondremos en primer lugar el valor y la unida que queremos transformar a la cual le añadimos un quebrado:

$$\begin{array}{c} \text{Km} \\ 90 \text{ -----} \cdot \text{-----} \\ \text{h} \end{array}$$

↓ ↓

1^{er} quebrado 2^o quebrado

Trabajaremos primero con la *longitud*. Como el Km está en el 1^{er} quebrado en el numerador deberemos ponerlo en el 2^o quebrado en el denominador para que el *km* quede eliminado matemáticamente. El “*m*” lo pondremos en el numerador:

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

$$90 \frac{\text{Km}}{h} \cdot \frac{m}{\text{Km}}$$

1^{er} quebrado 2^o quebrado

Recordemos que $1 \text{ Km} = 1000 \text{ m}$ y lo llevamos al planteamiento anterior:

$$90 \frac{\text{Km}}{h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}}$$

1^{er} quebrado 2^o quebrado

Observamos que el Km ya ha desaparecido de la expresión y aparece el metro que es lo que queremos.

Pasamos a transformar el tiempo y para ello introducimos un 3^{er} quebrado:

$$90 \frac{\text{Km}}{h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{h}{h}$$

1^{er} quebrado 2^o quebrado 3^{er} quebrado

Como la *hora* está en el *denominador* del 1^{er} quebrado deberemos ponerla en el *numerador* del 3^{er} quebrado y el *segundo* lo pondremos en el *denominador*:

$$90 \frac{\text{Km}}{h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{h}{3600 \text{ s}}$$

1^{er} quebrado 2^o quebrado 3^{er} quebrado

$$= 3,6 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Problema resuelto

Ordena de mayor a menor las siguientes cantidades:

12 km/h; 3'5 m/s; 0'19 km/min.

Pasaremos todas las unidades al Sistema Internacional ($m \cdot s^{-1}$). Utilizaremos el método del “*Factor de Conversión*”:

$$12 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 3,33 \approx 3,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$3,5 \text{ m/s} \rightarrow 3,5 \text{ m/s}$$

$$0,19 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 3,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El resultado sera:

$$3,5 \text{ m/s} > 12 \text{ Km/h} > 0,19 \text{ Km/min}$$

Problema propuesto

¿Cuántos m/s son 72 km/h? ¿Cuántos km/h son 30 m/s?

4.- Recomendaciones para la resolución de problemas.

¿Cómo plantearnos la solución de un problema?

Acabamos de realizar dos problemas. *Un problema es el relato de un fenómeno que se está realizando o se puede realizar en la Naturaleza.* Tenemos que ser capaces, con nuestra imaginación, de meternos virtualmente donde se está realizando el fenómeno y hacernos partícipes del mismo. Podríamos ser el conductor del móvil y saber actuar en función de los acontecimientos. Esta actuación implica:

a) *Conocimiento teórico del tema.*

b) *Hacer preguntas al ejercicio, tales como:*

1.- *¿ Haz recorrido un espacio inicial?.*

2.- *¿Partes del reposo?.*

3.- *¿ Es un M.R.U o M.R.U.A?*

Estas preguntas seguro que te las contesta la redacción del problema.

- c) *Una vez te has situado realiza un croquis del fenómeno que se está realizando.*
- d) *Explícale al profesor todo lo que estás haciendo. No te limites a poner fórmulas y hacer operaciones matemáticas. Puede ser que el resultado del ejercicio esté bien pero el profesor no comprenda como has llegado a él y puede anularte el problema o bien te llamará para que se lo expliques (esto no suele ser muy común).*

5.- *Movimiento Rectilíneo Uniforme*

Video: Movimiento Rectilíneo

http://www.youtube.com/watch?v=hqkQDcNQs_U

Movimiento Rectilíneo y Uniforme

http://www.profesorenlinea.cl/fisica/Movimiento_rectilineo.html

Movimiento Rectilíneo y Uniforme

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/rectilineo/rectilineo.htm>

Movimiento Rectilíneo y Uniforme

http://www.dav.sceu.frba.utn.edu.ar/homovidens/fatela/proyecto_final/1pagina2.htm

Movimiento Rectilíneo y Uniforme

<http://www.slideshare.net/ejespinozab/movimiento-rectilineo-uniforme>

Veamos algunos ejemplos de movimientos rectilíneos:

Para estudiar un movimiento lo primero que debemos establecer es la *ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO*. Que tiene una expresión de la forma:

$$e = f(t)$$

Que nos viene a decir que: *la posición que ocupa un cuerpo o el espacio recorrido por dicho cuerpo, respecto al Sistema de Referencia, depende del tiempo.*

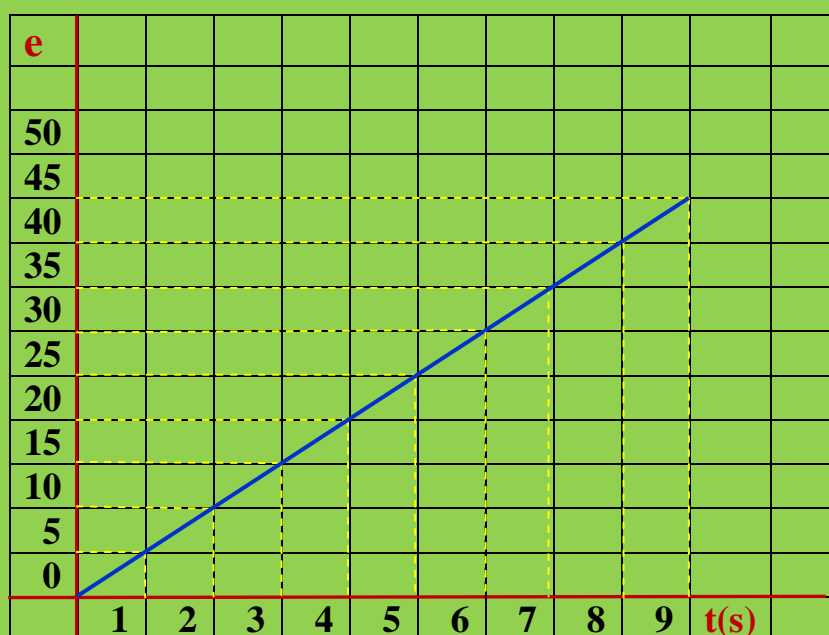
ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Realicemos el estudio del movimiento de un móvil:

Nos hemos puesto manos al volante, hemos tomado nota y obtenemos la tabla siguiente:

Posición(m)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Si llevamos estos valores a unos ejes de coordenadas $e - t$, tenemos:



Obtenemos una recta que pasa por el origen de coordenadas. Esta recta tiene una expresión matemática de la forma:

$$e = K \cdot t$$

K es una constante (*valor de una magnitud que permanece invariable a lo largo de todo el movimiento*). Para determinar la naturaleza de K volveremos a la tabla de valores de la gráfica anterior y calcularemos el valor de la *velocidad*:

Posición(m)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V (m.s⁻¹)	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Como observamos que es la **velocidad** la magnitud que permanece **constante** y la ecuación $e = K \cdot t$ la podríamos escribir de la forma:

$$e = V \cdot t$$

Hemos establecido el **MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME (M.R.U)**.

Si utilizamos la ecuación $V = \Delta e / \Delta t = (e_f - e_o) / t_f - t_o$ obtenemos la misma constancia en el valor de la **velocidad**:

INTERVA. ESPACIO INTERVA. TIEMPO VELOCIDAD(m.s⁻¹)

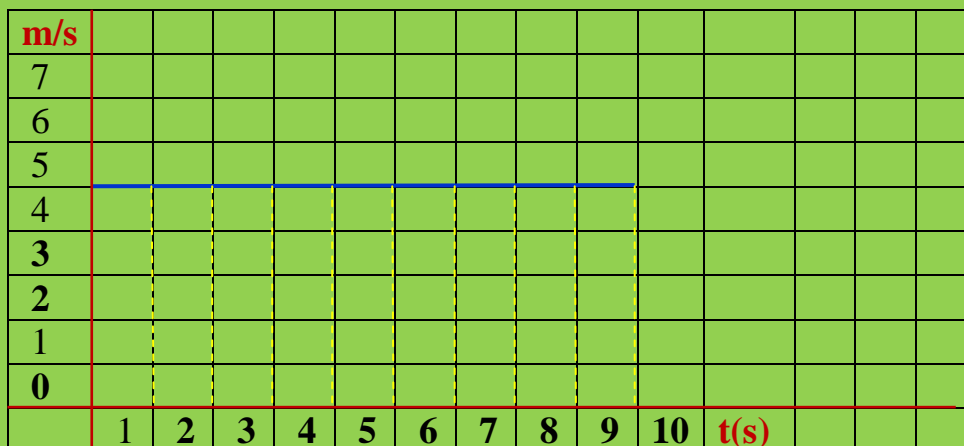
[5 – 0]	[1 – 0]	5
[10 – 5]	[2 – 1]	5
[15 – 10]	[3 - 2]	5
[20 – 15]	[4 – 3]	5
[25 – 20]	[5 – 4]	5
[30 – 25]	[6 – 5]	5
[35 – 30]	[7 – 6]	5
[40 – 35]	[8 – 7]	5
[45 – 40]	[9 – 8]	5

En base a estos cálculos podemos definir el **M.R.U como el movimiento que a intervalos iguales de tiempo se recorren espacios iguales.**



ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

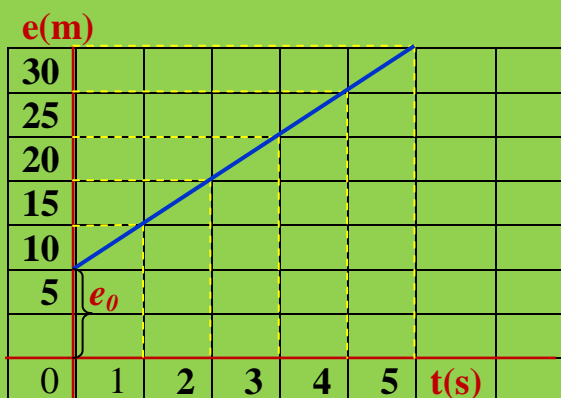
La gráfica $V-t$ quedaría de la forma:



Puede ocurrir que cuando empezamos a contabilizar el movimiento el móvil haya recorrido un espacio inicial (e_0). Por ejemplo:

Espacio(m)	10	15	20	25	30	35
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5

La gráfica $e-t$ quedaría de la forma:



La recta obtenida obedece matemáticamente a la ecuación:

$$e = e_0 + v \cdot t$$



La ecuación anterior se podía haber obtenido de la ecuación de velocidad:

$V = \Delta e / \Delta t = (e_f - e_0) / (t_f - t_0) \rightarrow V = (e_f - e_0) / (t_f - t_0)$ si quitamos denominadores nos queda:

$$V \cdot (t_f - t_0) = (e_f - e_0)$$

Si $t_0 = 0$ (el origen del tiempo coincide con el inicio del movimiento)

$$\rightarrow V \cdot t = e_f - e_0$$

Despejamos e_f y nos queda:

$$e_f = e_0 + V \cdot t_f \quad \left. \begin{array}{l} e_f = \text{Espacio recorrido} \\ t_f = \text{Tiempo empleado en el movimiento.} \end{array} \right\}$$

Hagamos un resumen de las ecuaciones del M.R.U.

$$e = e_0 + V \cdot t \quad (1)$$

Si $e_0 = 0$ (no hay espacio inicial recorrido antes de empezar a estudiar el movimiento) y nos vamos a la ecuación (1), nos queda:

$$e = V \cdot t \quad (2)$$

De la ecuación (2), trabajando matemáticamente obtenemos:

$$V = e / t \quad \text{y} \quad t = e / V$$

Problema resuelto

Un atleta corre los 100 m en 10 s y un nadador los nada en 54 s. Calcular las velocidades medias de cada uno.

Resolución

Atleta $\rightarrow v_m = s_{total}/t_{total} = 100 \text{ m} / 10 \text{ s} = 10 \text{ m/s} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Nadador $\rightarrow v_m = s_{total}/t_{total} = 100 \text{ m} / 54 \text{ s} = 1'85 \text{ m/s} = 1,85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Problema resuelto

Un ciclista parte de cierto lugar y, después de avanzar con una velocidad constante de 45 km/h durante media hora, descansa 10 minutos y vuelve al punto de partida. El regreso lo realiza con velocidad también constante, pero emplea 45 minutos. Representa las gráficas velocidad/tiempo y espacio/tiempo desde que sale hasta que regresa.

Resolución

Primer tramo: $V = 45 \text{ km/h}$; $t = 0'5 \text{ h}$; $e_1 = v \cdot t = 45 \cdot 0'5 = 22'5 \text{ km}$

Segundo tramo: $V = 0$ (descansa)

$t = 10 \text{ minutos} \cdot 1\text{h}/60 \text{ minutos} = 0'17 \text{ h}$

$e_2 = 0$ (está descansando)

Tercer tramo: $V = ?$

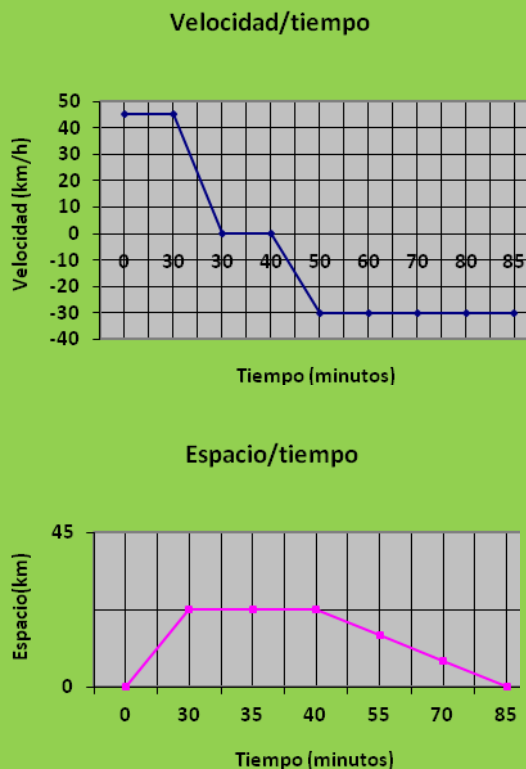
$t = 45 \text{ minutos} \cdot 1\text{h}/60 \text{ minutos} = 0'75 \text{ h}$.

Como regresa al punto de partida, debe recorrer los $22'5 \text{ km}$ iniciales, por tanto, su velocidad de regreso es:

$$V = e/t = 22'5\text{km}/0'75 \text{ h} = 30 \text{ km/h}$$

Las gráficas serán por tanto:

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA



Problema resuelto

Sobre una recta se desplazan dos móviles con velocidad constante. El primero se desplaza hacia el segundo con velocidad de 4 m/s; el segundo sale hacia el primero 6 s más tarde y con la misma velocidad. Si la distancia que los separa inicialmente es de 80 m, ¿en qué instante se cruzarán?

Resolución

Se trata de dos M.R.U., por tanto: $e = v \cdot t$

$$e_A = V_A \cdot t_A \rightarrow e_A = 4 \cdot t_A \quad (1)$$
$$e_B = V_B \cdot t_B \rightarrow s_B = 4 \cdot t_B \quad (2)$$

como B sale *6 segundos después que A* $\rightarrow t_B = t_A - 6$.

Además, el espacio total que los separa es de *80 m*, luego:

$$e_A + e_B = 80 \quad (3)$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Llevando a (3) las ecuaciones (1) y (2), nos queda:

$$4 \cdot t_A + 4 \cdot t_B = 80 \rightarrow 4 \cdot t_A + 4 \cdot (t_A - 6) = 80 \rightarrow 4 \cdot t_A + 4 \cdot t_A - 24 = 80 \rightarrow$$

$$8 \cdot t_A = 104 ; t_A = 104/8 = 13 \text{ s} \rightarrow t_B = 13 - 6 = 7 \text{ s}$$

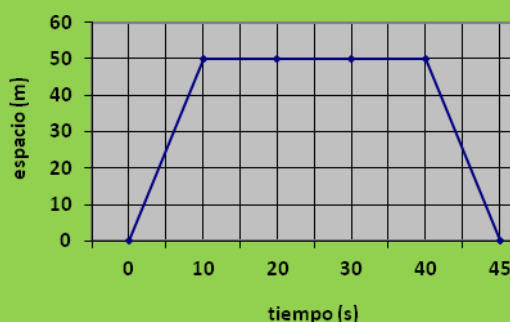
La distancia recorrida por cada uno será:

$$e_A = V_A \cdot t_A = 4 \text{ m/s} \cdot 13 \text{ s} = 52 \text{ m}$$

$$e_B = V_B \cdot t_B = 4 \text{ m/s} \cdot 7 \text{ s} = 28 \text{ m}.$$

Problema resuelto

Interpretar la siguiente gráfica s/t y calcula la velocidad del móvil en cada tramo.



La gráfica representa el movimiento de un cuerpo que tiene lugar en tres tramos:

Tramo I: M.R.U. ya que en 10 s recorre 50 m, por tanto:

$$V_1 = e/t = 50 \text{ m} / 10 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$$

Tramo II: el cuerpo permanece parado durante 30 s a 50 metros del origen. $V_2 = 0$ (permanece parado)

Tramo III: M.R.U. El cuerpo regresa al origen en 5 s:

$V_3 = e/t = 50 \text{ m} / 5 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$ (pero el sentido de la velocidad es el contrario al del tramo I, ya que regresa al origen)

Problema propuesto

Un coche se desplaza a una velocidad de 50 Km por hora. ¿Cuánto tardará en hacer un recorrido de 650 m?

Problema propuesto

Una bicicleta recorre 60 Km en 2 horas. ¿Cuál es su velocidad?

Problema propuesto

¿Cuánto tarda un coche que circula a 60 km/h en recorrer 15 km?

Problema resuelto

Dibuja la gráfica del movimiento de un coche que va a 15 m/s durante 10 minutos.

Resolución

Se refiere a la gráfica $e - t$.

Debemos conocer las posiciones que ocupa el móvil en función del tiempo. Para ello utilizaremos la ecuación:

$$e = V \cdot t$$

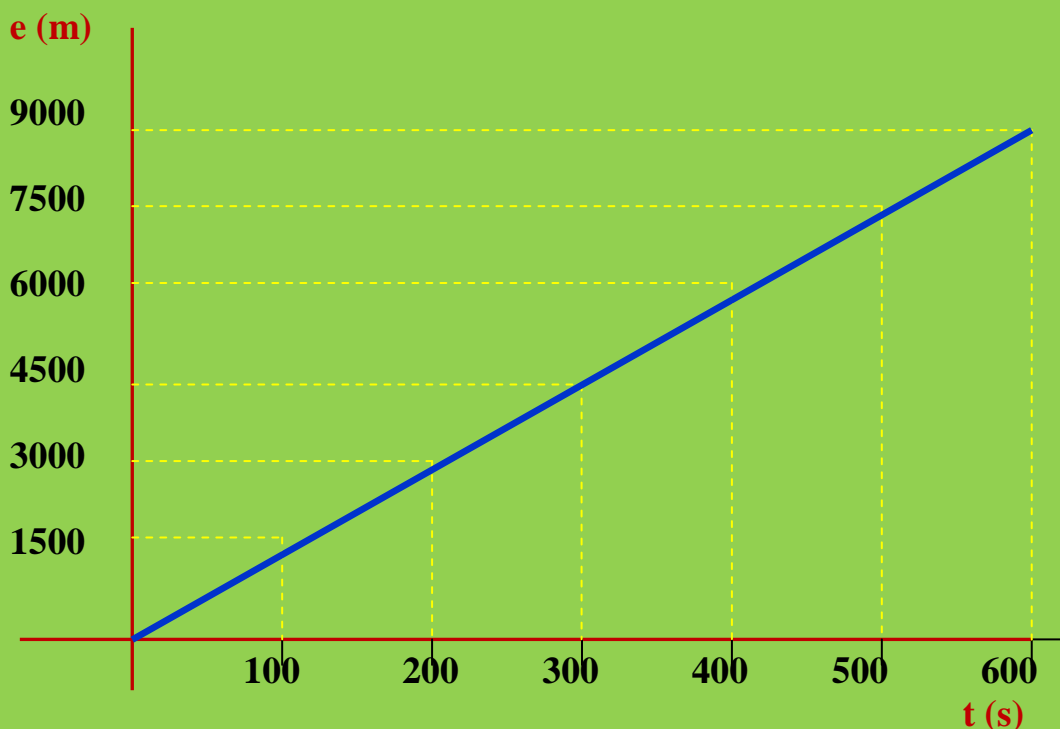
Pasaremos primero los minutos a segundos:

$$10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 600 \text{ s}$$

Obtengamos la tabla de valores:

Velocidad (m/s)	15	15	15	15	15	15
Tiempo (s)	100	200	300	400	500	600
Posición (m)	1500	3000	4500	6000	7500	9000





Problema resuelto

Haz la gráfica espacio-tiempo y de un móvil que se desplaza con una velocidad constante de 3 m/s.

Resolución

Tenemos que establecer una tabla de valores en donde se refleje el espacio recorrido para un tiempo determinado. Se trata de un M.R.U. La ecuación para conocer el espacio es:

$$e = e_0 + V \cdot t$$

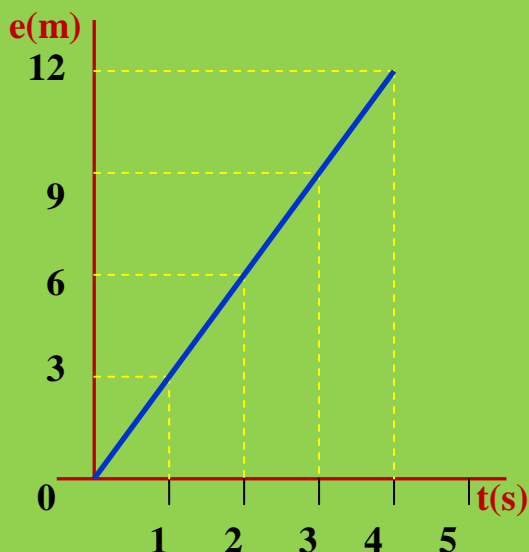
Supondremos que el origen de los tiempos coincide con el origen de los espacios; es decir; $t_0 = 0$; $e_0 = 0$. La ecuación anterior nos quedaría de la forma:

$$e = V \cdot t$$

La tabla quedaría de la forma:

Tiempo (s)	0	1	2	3	4
Espacio (m)	0	3	6	9	12

La gráfica $e - t$:



Problema resuelto

Un coche sale de Ayalde hacia Bilbao a 54 km/h de velocidad constante. Al mismo tiempo sale desde Bilbao hacia Ayalde otro coche a velocidad constante de 72 km/h. Si entre Bilbao y Ayalde hay 8 km ¿A qué distancia de Bilbao se encontrarían? Resuelve el problema gráficamente.

Resolución

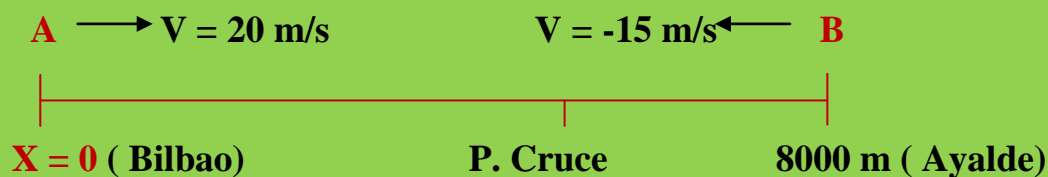
Pasaremos todas las unidades al Sistema Internacional:

$$54 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 / \text{h} / 3600 \text{ s} = 15 \text{ m/s} = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$72 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$8 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} = 8000 \text{ m}$$

Establezcamos el Sistema de Referencia:



ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

El problema debemos resolverlo gráficamente. El movimiento de los dos móviles es M.R.U, las gráficas $e - t$ serán dos líneas rectas que se cortarán en un punto que es precisamente el punto de cruce de los dos móviles.

Para calcular las dos gráficas procederemos:

- a) Calcularemos el tiempo que tarda **A** en recorrer los **8000 m** (e_A)
Móvil A: $e_{0A} = 0$; $V_A = 20$ m/s.

$$e_A = e_{0A} + V_A \cdot t_A ; e_{0A} = 0 \rightarrow e_A = V_A \cdot t_A \rightarrow e_A = 20 \cdot t_A$$

$$t_A = e_A / 20 \text{ m/s} = 8000 \text{ m} / (20 \text{ m/s}) = 400 \text{ s}$$

- b) Calcularemos el tiempo que tarda el móvil **B** en llegar al Sistema de Referencia ($X = 0$)

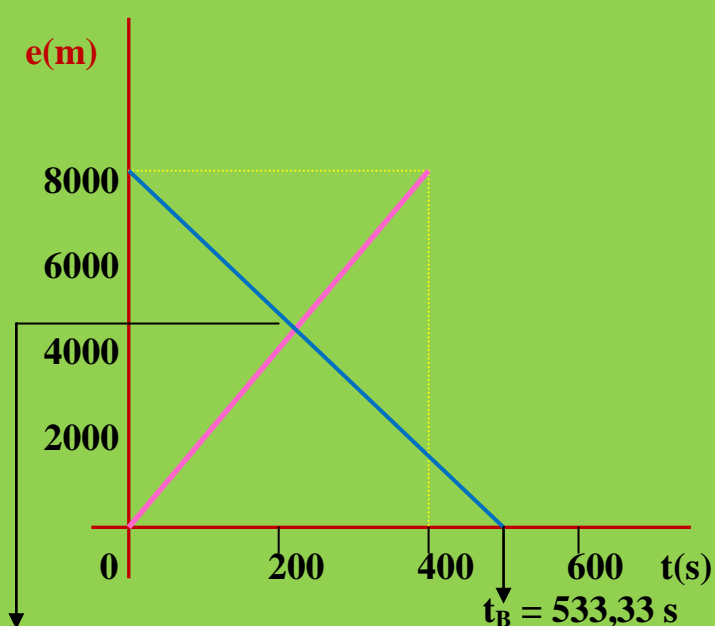
Móvil B: $e_B = 0$; $V_B = -15$ m/s ; $e_{0B} = 8000$ m

$$e_B = e_{0B} + V_B \cdot T_B$$

$$0 = 8000 + (-15) \cdot t_B ; 15 t_B = 8000 ; t_B = 8000 \text{ m} / (15 \text{ m/s})$$

$$t_B = 533,33 \text{ s}$$

Vamos a confeccionar la gráfica $e - t$, que servirá para los dos móviles:



Punto de cruce que yo le daría un valor entre **4500 m – 5000 m**.

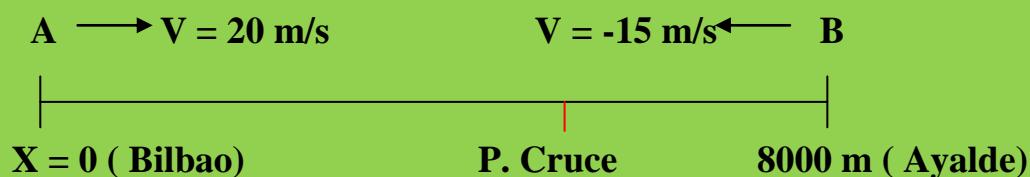
ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

La gráfica no es muy exacta y no podemos precisar el punto de cruce.

Vamos a resolverlo numéricamente y veremos si la aproximación realizada es correcta.

Volvemos al croquis inicial:

Establezcamos el Sistema de Referencia:



Móvil A: $e_{0A} = 0$; $V_A = 20$ m/s ; $e_A =$ punto de cruce

Vamos a calcular el tiempo que tarda A en llegar al punto de cruce:

$$e_A = e_{0A} + V_A \cdot t_A ; e_A = 0 + 20 \cdot t_A ; t_A = e_A / 20 \quad (1)$$

El tiempo que tarda B en llegar al punto de cruce (e_A), será:

$$e_B = e_{0B} + V_B \cdot t_B$$

e_B coincidirá con la posición e_A ($e_A = e_B$), luego:

$$e_A = e_{0B} + V_B \cdot t_B ; e_A = 8000 + (-15) \cdot t_B ; 15 t_B = 8000 - e_A$$

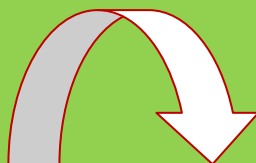
$$t_B = (8000 - e_A) / 15 \quad (2)$$

Los tiempos t_A y t_B son iguales ($t_A = t_B$) por lo que igualando (1) y (2)

$$e_A / 20 = (8000 - e_A) / 15 ; 15 \cdot e_A = 20 \cdot (8000 - e_A)$$

$$15 e_A = 160000 - 20 e_A ; 15 e_A + 20 e_A = 160000$$

$$35 e_A = 160000 ; e_A = 160000 / 35 = 4571,43 \text{ m}$$



Problema propuesto

Dos coches, A y B, parten al encuentro desde dos ciudades separadas por una distancia de 100 km. Si el primero viaja a una velocidad de 70 km/h y el segundo a 50 km/h, calcula en qué lugar e instante se encuentran (ojo: La mejor forma de proceder es escribir las ecuaciones de movimiento de ambos móviles y determinar la condición que se cumple en el encuentro).

Problema resuelto

Supón ahora que los coches mencionados en el ejercicio anterior, parten uno tras el otro (el más rápido persiguiendo al más lento). Calcula el lugar y el instante en que el coche A alcanza a B.

Resolución

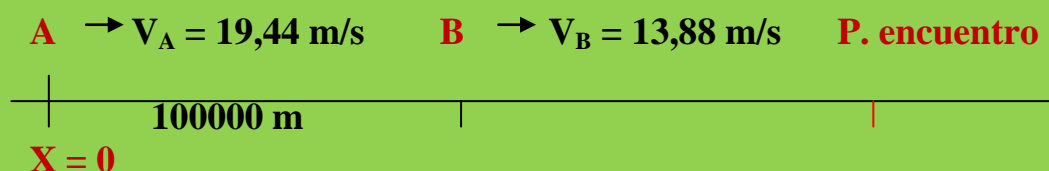
Primero pasaremos las unidades al S.I:

$$V_A = 70 \text{ Km} / \text{h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 / \text{h} / 3600 \text{ s} = 19,44 \text{ m/s} = 19,44 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_B = 50 \text{ Km} / \text{h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 13,88 \text{ m/s} = 13,88 \text{ m.s}^{-1}$$

$$100 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m} / \text{Km} = 100000 \text{ m}$$

Establezcamos el Sistema de Referencia:



Móvil A: $e_{0A} = 0$; $V_A = 19,44 \text{ m/s}$; $e_{AP} = \text{espacio hasta P. encuentro}$

$$e_A = e_{0A} + V_A \cdot t_A ; e_A = 19,44 \cdot t_A ; t_A = e_{AP} / 19,44 \quad (1)$$

Móvil B: $e_{0B} = 100000 \text{ m}$; $V_B = 13,88 \text{ m/s}$; $e_{BP} = ?$

$$e_{BP} = e_{0B} + V_B \cdot t_B ; e_{BP} = 100000 + 13,88 \cdot t_B$$

$$e_{BP} - 100000 = 13,88 \cdot t_B ; t_B = (e_{BP} - 100000) / 13,88 \quad (2)$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Los tiempos que están en movimiento los dos móviles hasta llegar a P es el mismo, luego podemos igualar las ecuaciones (1) y (2):

$$e_{AP} / 19,44 = (e_{BP} - 100000) / 13,88$$

Por otra parte sabemos, según el croquis, que:

$$e_{AP} = 100000 + e_{BP}$$

Lo que nos permite escribir:

$$(100000 + e_{BP}) / 19,44 = (e_{BP} - 100000) / 13,88$$

$$13,88 \cdot (100000 + e_{BP}) = 19,44 (e_{BP} - 100000)$$

$$1388000 + 13,88 e_{BP} = 19,44 e_{BP} - 1944000$$

$$1388000 + 1944000 = 19,44 e_{BP} - 13,88 e_{BP}$$

$$3332000 = 5,56 e_{BP} ; e_{BP} = 3332000 / 5,56 = 599280,57 \text{ m}$$

Se en encontrarán a 599280,57 m de **B** o bien a:

$$e_{AP} = 100000 + 599280,57 = 699280,57 \text{ m de A.}$$

El tiempo empleado ,según dijimos era el mismo para los dos móviles. Comprobémoslo:

$$t_A = 699280,57 \text{ m} / (19,44 \text{ m/s}) = 35971,22 \text{ s.}$$

$$t_B = 599280,57 - 100000 / 13,88 = 35971,22 \text{ s.}$$

Problema propuesto

Un galgo persigue a una liebre que le aventaja en 100 m. Si la velocidad de la liebre es de 15 m/s

y la del galgo de 72 km/h ¿cuánto tardará en alcanzarla? ¿cuanta distancia necesitó el galgo para ello?

Los laboratorios virtuales que se proponen a continuación son animaciones que las podemos considerar como *auténticos simuladores de movimiento*. Ocupar el coche o montar en la moto y poner en movimiento la simulación. Ir introduciendo datos nuevos y observar los resultados. Llegará un momento en donde os planteareis vuestros

propios problemas, los resolveréis en el papel y luego comprobareis el resultado con la simulación. *Este es el objetivo de los laboratorios virtuales que se proponen.*

Laboratorio virtual: Gráfica $e - t$ en el MRU.

<http://www.educaplus.org/play-125-MRU-Gráfica-e-t.html>

Laboratorio virtual: Gráfica $v - t$ en MRU.

<http://www.educaplus.org/play-126-MRU-Gráfica-v-t.html>

Laboratorio virtual: Gráficas $e - t$ en MRU , MRUA(+) y MRUA(-).

<http://www.educaplus.org/play-238-Graficas-del-movimiento.html>

6.- Aceleración. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A).

Aceleración. Todo sobre Cinemática

http://www.educaplus.org/movi/2_6aceleracion.html

Aceleración

<https://sites.google.com/site/timesolar/cinematica/aceleracion>

Aceleración

<http://www.profesorenlinea.cl/fisica/aceleracion.htm>

Aceleración

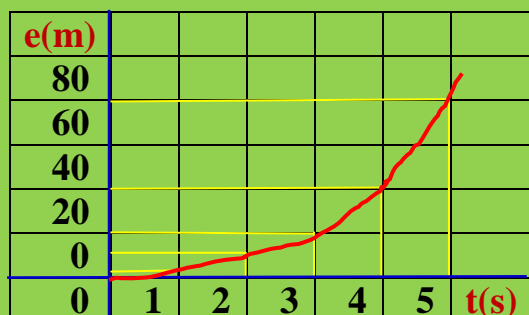
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/acca.html>

Un móvil realiza un movimiento cuyos datos quedan reflejados en la siguiente tabla:

Espacio (m)	0	5	10	20	40	80
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5



Realicemos la gráfica $e - t$:



No obtenemos una línea recta como en el caso del móvil anterior. Si calculamos la velocidad del móvil obtenemos:

Espacio (m)	0	5	10	20	40	80
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
Velocidad (m.s⁻¹)	0	5	5	6,7	10	16

Existe una variación de la velocidad lo que hace que las características de este movimiento sean muy distintas al movimiento anterior.

Debe existir *una magnitud que estudie la variación de la velocidad con respecto al tiempo*. Esta magnitud existe y se conoce como **ACELERACIÓN TANGENCIAL** (Tangencial quiere decir que al ser un magnitud vectorial, es tangente a la trayectoria) o simplemente **ACELERACIÓN**. Se trata de una *magnitud vectorial* cuyo valor viene determinado por la ecuación:

$$a = \Delta V / \Delta t ; a = (V_f - V_o) / (t_f - t_o)$$

Obtenemos un nuevo movimiento llamado **MOVIMIENTO VARIADO**.

Video: Movimiento acelerado

<http://www.youtube.com/watch?v=J8JnASUFv2E>

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

La nueva magnitud, **aceleración**, tiene unas unidades que según su **ecuación de dimensiones** serán:

$$a = V / t \rightarrow [a] = [V] / [T] \quad (1)$$

$$V = e / t \rightarrow [V] = L \cdot T^{-1} \quad (2)$$

$$[T] = T \quad (3)$$

Llevando la ecuación (2) y (3) a la ecuación (1), nos queda:

$$[a] = L \cdot T^{-1} / T \rightarrow [a] = L / T^2 \rightarrow [a] = L \cdot T^{-2}$$

La **unidad de aceleración** viene dada por una unidad de **longitud** partida por una unidad de **tiempo** elevado a **-2**:

MAGNITUD

UNIDAD EN EL S.I.

Aceleración (a)

$$m / s^2 = m \cdot s^{-2}$$

Debemos saber interpretar las unidades de la **aceleración**. Cuando decimos que un móvil lleva una aceleración de **5 m/s²**, su significado lo entenderemos trabajando matemáticamente:

$$5 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ (m/s) / s}$$

podemos decir entonces que por **cada segundo que transcurre** la **velocidad del móvil VARIA** en **5 m/s**.

Estudiemos un nuevo movimiento:

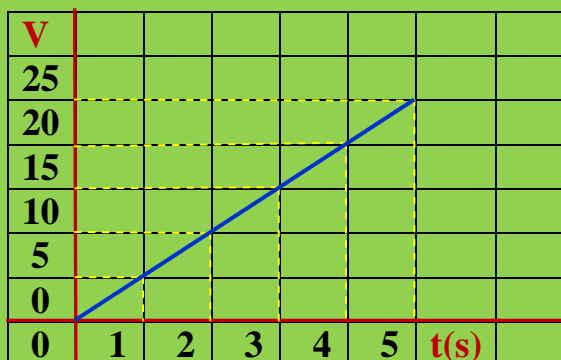
La tabla de valores es la siguiente:

Velocidad m/s²	0	5	10	15	20	25
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5



ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

La representación de la gráfica $V - t$, quedaría de la forma:



Esta línea recta obedece a una ecuación matemática de la forma:

$$V = K \cdot t$$

en donde K es una constante (el valor de la magnitud es invariable en el movimiento). Si nos vamos a la tabla de valores anteriores y calculamos la **ACELERACIÓN**:

Velocidad (m/s)	0	5	10	15	20	25	30
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6
Aceleración(m/s ²)	0	5	5	5	5	5	5

Observamos que la magnitud que permanece constante es la **ACELERACIÓN** y por lo tanto:

$$V = a \cdot t ; a = V/t \rightarrow a = \Delta V / \Delta t$$

De esta forma podemos decir que el **MOVIMIENTO VARIADO** a pasado a ser **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACCELERADO (M.R.U.A)** puesto que la **aceleración permanece constante** (la velocidad varía de forma uniforme).

M.R.U.A.

<http://www.slideshare.net/Jesf94/mrua-8240949>

M.R.U.A.

<http://www.matematicasfisicaquimica.com/conceptos-de-fisica-y-quimica/458-movimiento-rectilineo-uniformemente-acelerado-mrua.html>

Estudio gráfico del M.R.U.A.

<http://www.educaplus.org/play-123-MRUA-Gr%C3%A1fica-e-t.html>

M.R.U.A.

http://www.walter-fendt.de/ph14s/acceleration_s.htm

Así como la **velocidad** siempre es **positiva** (puede ocurrir que el criterio de signos en un movimiento de a la velocidad un valor negativo que nos indicaría el sentido del movimiento del cuerpo, pero el módulo de la velocidad sería positivo) , la **aceleración** puede ser **positiva** o **negativa**. Lo explicamos:

$$a = (V_f - V_0) / (t_f - t_0) \quad (1)$$

si $V_f - V_0 < 0$ estamos admitiendo que la velocidad final **es inferior** a la **velocidad inicial**, incluso podemos llegar a la situación de $V_f = 0$ (se trataría de un movimiento de frenada, llegando el móvil a pararse). Por otra parte $t_f - t_0 > 0$. Si llevamos estos signos a la ecuación (1) obtendríamos una **aceleración negativa**:

$$a = (-) / (+) < 0$$

Si un móvil lleva una aceleración de -5 m.s^{-2} nos está diciendo que por cada **segundo transcurrido**, la velocidad **va disminuyendo** 5 m.s^{-1} . Hemos establecido el **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE DESACELERADO**.

En la ecuación:

$$a = (V_f - V_0) / (t_f - t_0)$$

supongamos que el origen de los tiempos coincide con el origen de los espacios. Esto implica que $t_0 = 0$ y por tanto t_f sería el tiempo **transcurrido en el movimiento**. La ecuación quedaría de la forma:

$$a = (V_f - V_0) / t$$

Si trabajamos con esta ecuación obtenemos:

$$a \cdot t = V_f - V_0 \rightarrow V_f = V_0 + a \cdot t$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Si queremos conocer el espacio recorrido en un **M.R.U.A.** seguiremos el siguiente camino:

$$\text{Recordemos: } V_m = \Delta e / \Delta t ; V_m = (e_f - e_0) / (t_f - t_0)$$

$$\text{Recordemos: } V_m = (V_f + V_0) / 2$$

Los dos primeros términos de las ecuaciones anteriores son iguales lo que implica que los segundos miembros sean también iguales:

$$(e_f - e_0) / (t_f - t_0) = (V_f + V_0) / 2$$

$$e_f - e_0 = (V_f + V_0) / 2 \cdot (t_f - t_0) ; e_f = e_0 + (V_f + V_0) / 2 \cdot (t_f - t_0)$$

recordemos que $V_f = V_0 + a \cdot t$, si volvemos a la ecuación anterior nos quedaría:

$$e_f = e_0 + (V_0 + a \cdot t + V_0) / 2 \cdot (t_f - t_0) ; e_f = e_0 + (2 V_0 + a \cdot t) / 2 \cdot (t_f - t_0)$$

$$e_f = e_0 + (2 V_0 / 2 + a \cdot t / 2) \cdot (t_f - t_0), \quad \text{si recordamos la condición de}$$

$t_0 = 0$, nos quedaría:

$$e_f = e_0 + (V_0 + 1/2 a \cdot t) \cdot t ; e_f = e_0 + V_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$$

ecuación que nos permitiría conocer el espacio recorrido en un **M.R.U.A(+)** → Aumento de velocidad o en un **M.R.UA(-)** → Disminución de velocidad.

Podemos seguir jugando con las ecuaciones y obtener la que **yo** llamo **ECUACIÓN MÁGICA** porque resuelve muchas situaciones en los problemas. De la ecuación:

$$a = (V_f - V_0) / t$$

despejemos el t :

$$t = (V_f - V_0) / a$$

y lo llevamos a la ecuación:

$$e_f = e_0 + V_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$$

en la que ponemos la condición de $e_0 = 0$ (no hay espacio inicial recorrido) luego e_f es el espacio recorrido en el movimiento y le llamamos “ e ” quedándonos:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$e = V_0 \cdot (V_f - V_0) / a + \frac{1}{2} \cdot a \cdot [(V_f - V_0) / a]^2$$

$$e = (V_0 \cdot V_f - V_0^2) / a + \frac{1}{2} \cdot a \cdot [(V_f - V_0)^2 / a^2]$$

$$e = (V_0 \cdot V_f - V_0^2) / a + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (V_f^2 + V_0^2 - 2 \cdot V_f \cdot V_0) / a^2$$

$$e = V_0 \cdot V_f / a - V_0^2 / a + \frac{1}{2} \cdot (V_f^2 + V_0^2 - V_f \cdot V_0) / a$$

$$e = V_0 \cdot V_f / a - V_0^2 / a + V_f^2 / 2 \cdot a + V_0^2 / 2 \cdot a - V_f \cdot V_0 / a$$

$$e = (V_0 \cdot V_f / a - V_f \cdot V_0 / a) - V_0^2 / 2 \cdot a + V_f^2 / 2 \cdot a$$

$$e = - V_0^2 / 2 \cdot a + V_f^2 / 2 \cdot a ; 2 \cdot a \cdot e = - V_0^2 + V_f^2$$

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

Hagamos un cuadro resumen de las ecuaciones del movimiento acelerado:

$$a = (V_f - V_0) / t$$

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

$$e_f = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

Solamente hay que aprenderse estas cuatro ecuaciones. Según el problema estas ecuaciones van transformándose en otras más sencillas. Por ejemplo:

a) No existe espacio inicial ($e_0 = 0$):

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

b) Partimos del reposo ($V_0 = 0$):

$$a = V \cdot t ; e = \frac{1}{2} \cdot a t^2 ; V^2 = 2 \cdot a \cdot e$$

Laboratorio virtual. Movimiento circular.

<http://perso.wanadoo.es/cpalacio/30lecciones.htm>

Vector posición.

Velocidad media y velocidad instantánea.

M.R.U. Ecuaciones y gráficas.

Aceleración. Ecuaciones.

M.R.U.A. Ecuaciones y gráficas.

<http://fisicayquimicaenflash.es>

Laboratorio virtual: MRUA. Gráfica e – t.

<http://www.educaplus.org/play-123-MRUA-Gráfica-e-t.html>

Laboratorio virtual: Gráfica v – t en MRUA.

<http://www.educaplus.org/play-124-MRUA-Gráfica-v-t.html>

Laboratorio virtual: Gráficas e – t en MRU , MRUA(+) y MRUA(-).

<http://www.educaplus.org/play-238-Graficas-del-movimiento.html>

Laboratorio virtual: Estudios de MRU y MRUA y gráficas correspondientes.

http://perso.wanadoo.es/cpalacio/grafv_t2.htm

Pinchar en Aplicaciones didácticas.

Laboratorio virtual: pinchar cinemática . Pinchar AQUÍ Y OBTENEMOS:

Ejercicios de cinemática con animaciones.

Pinchar Movimiento y pinchar AQUÍ → Ejercicios con animaciones.

Pinchar Movimiento circular → Pinchar AQUÍ → Ejercicios con animaciones.

Pinchar Movimiento circular → Pinchar AQUÍ → Ejercicios con animaciones.

<http://www.ibercajalav.net/actividades.php?codopcion=2252&codopcion2=2257&codopcion3=2257>

Laboratorio virtual: Cinemática. Estudio de movimientos.

<http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Laboratorio/ AccesoZV.htm>

Problema resuelto

Un cuerpo, partiendo del reposo, se mueve con una aceleración constante de 8 m/s^2 . ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 m? ¿cuál será su velocidad en ese instante?

Resolución

Al existir aceleración constante estamos hablando de un M.R.U.A. Sus ecuaciones son:

$$V_f = V_0 + a \cdot t \quad ; \quad e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Los datos son: $v_0 = 0$; $a = 8 \text{ m/s}^2$; $e = 100 \text{ m}$; $t?$; $v?$

Sustituimos los datos en las ecuaciones del movimiento:

$$V = 0 + 8 \cdot t \rightarrow v = 8t \quad ; \quad v = 8 \cdot 5 = 40 \text{ m/s}$$

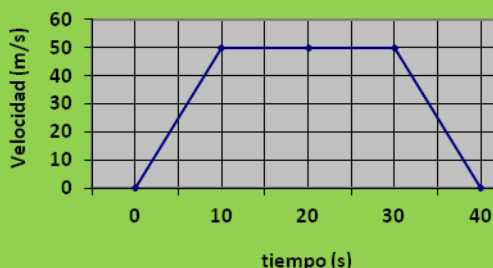
$$100 = 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot t^2 \quad ; \quad 100 = 4 \cdot t^2 \quad ; \quad t = (100/4)^{1/2} \quad ; \quad t = (25)^{1/2}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Problema resuelto

Interpreta la siguiente gráfica v/t . ¿Cuál es el desplazamiento total recorrido por el móvil?

Resolución



Se trata de una gráfica en tres tramos.

Tramo I: M.R.U.A. de aceleración positiva ya que aumenta la

velocidad. Su aceleración es:

$$a = (v_f - v_0)/t = (50 - 0)/10 = 5 \text{ m/s}^2$$

y por tanto, $s = 0 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2 = 250 \text{ m}$

Tramo II: M.R.U. ya que se mantiene constante la velocidad durante 20 s. El espacio recorrido es:

$$e = V \cdot t = 50 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} = 1000 \text{ m}$$

Tramo III: M.R.U.A. de aceleración negativa al disminuir la velocidad. Su valor:

$$a = (v_f - v_0)/t = (0 - 50)/10 = -5 \text{ m/s}^2$$

y por tanto:

$$e = 50 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (-5) \cdot 10^2 = 250 \text{ m}$$

Sumando los espacios obtenidos en los tres tramos, obtenemos el espacio total:

$$s = 250 \text{ m} + 1000 \text{ m} + 250 \text{ m} = 1500 \text{ m}$$

Problema resuelto

Se deja rodar una pelota, por una pista horizontal. La trayectoria que describe es rectilínea. En la siguiente tabla se muestra la posición que ocupa el balón en determinados instantes:

tiempo (s)	0	3	6	9
Posición (m)	5	20	35	50

- ¿Se trata de un movimiento rectilíneo y uniforme? ¿En qué te basas?
- escribe la ecuación de movimiento de la pelota.
- ¿Qué posición ocupa el balón en el instante $t = 7\text{s}$?
- ¿Qué distancia habrá recorrido al cabo de 12 s?

Resolución

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

- a) Para comprobar si es un movimiento uniforme debemos calcular la velocidad, si esta permanece constante el movimiento será rectilíneo y uniforme. Sabemos que:

$$V = \Delta e / t$$

Vamos a llevar a la tabla anterior la velocidad, aplicaremos la ecuación anterior y comprobaremos:

Tiempo (s)	0	3	6	9
Posición (m)	5	20	35	50
Velocidad(m/s)	0	5	5	5

El movimiento es rectilíneo y uniforme. La *velocidad permanece constante*.

- b) Si hiciéramos una gráfica $e - t$ del movimiento obtendríamos una línea recta cuya ecuación sería:

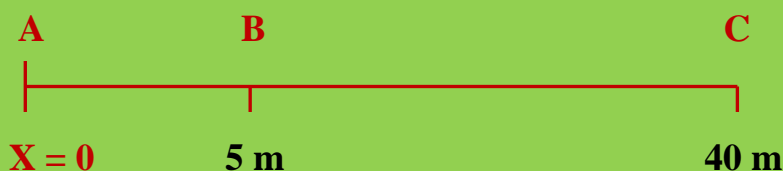
$$e = e_0 + V_0 \cdot t$$

- c) Según el enunciado: $V_0 = 0$; $e_0 = 5$ m

El espacio recorrido por el móvil lo podemos calcular con la ecuación anterior pero con las condiciones establecidas y nos queda la ecuación:

$$e = V \cdot t = 5 \text{ m/s} \cdot 7 \text{ s} = 35 \text{ m}$$

La posición sería:



- d) La distancia recorrida por el móvil transcurridos los 12 primeros segundos incluye el espacio inicial que no había sido contabilizado cuando pusimos el cronómetro en marcha. En este caso el espacio recorrido coincidirá con la posición del móvil:

$$e = e_0 + V \cdot t ; e = 5 + 5 \cdot 12 = 65 \text{ m}$$

Problema resuelto

- a) Una moto va a 12 m/s y acelera, alcanzando una velocidad de 20 m/s en 3 s. Calcula su aceleración
- b) Un coche circula a 100 Km/h. Ve una señal de limitación de velocidad, frena y se pone a 80 Km/h en 5s. ¿Cuál es su aceleración?
- c) Un coche de fórmula 1 acelera de 0 Km/h a 100 Km/h en 2,4 s. Calcula su aceleración.
- d) En una revista de motos se puede leer : **"Yamaha YZF R6 2006. Aceleración 0 a 100 km/h en 4 s"**. Con estos datos calcula la aceleración de este vehículo.

Resolución

- a) Sabemos que:

$$a = \Delta V / t = (V_f - V_0) / t$$

$$a = (20 - 12) \text{ (m/s)} / 3 \text{ s} = 2,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- b) Pasaremos los datos al S.I.:

$$V_1 = 100 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V_2 = 80 \text{ Km} / \text{h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 22,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$a = (V_f - V_0) / t = (22,2 - 27,8) \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}) / 5 \text{ s} = -1,12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- c)
- $V_0 = 0$

$$V_f = 100 \text{ Km} / \text{h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 2,4 \text{ s}$$

$$a = (27,8 - 0) \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}) / 2,4 \text{ s} = 11,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- d)
- $V_0 = 0$

$$V_f = 100 \text{ Km/h} = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 4 \text{ s}$$

$$a = (27,8 - 0) \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}) / 4 \text{ s} = 6,95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Problema resuelto

Una moto que va a 75 Km/h frena y se detiene en 13 s. ¿Cuál es la aceleración de la frenada?

Resolución

Datos al S.I.:

$$V_0 = 75 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ h} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V_f = 0 ; t = 13 \text{ s.}$$

$$a = (V_f - V_0) / t = (0 - 20,8) \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}) / 13 \text{ s} = -1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Problema resuelto

Calcula el espacio que recorrerá un objeto en 20 segundos si su aceleración es de 0,2 m/s².

Resolución

El enunciado es muy escaso en datos por lo que tendremos que suponer que: $e_0 = 0 ; V_0 = 0$

Sabemos que:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Con las suposiciones, la ecuación anterior queda de la forma:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

por lo que:

$$e = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot (20 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 400 \text{ s}^2 = 40 \text{ m}$$



ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

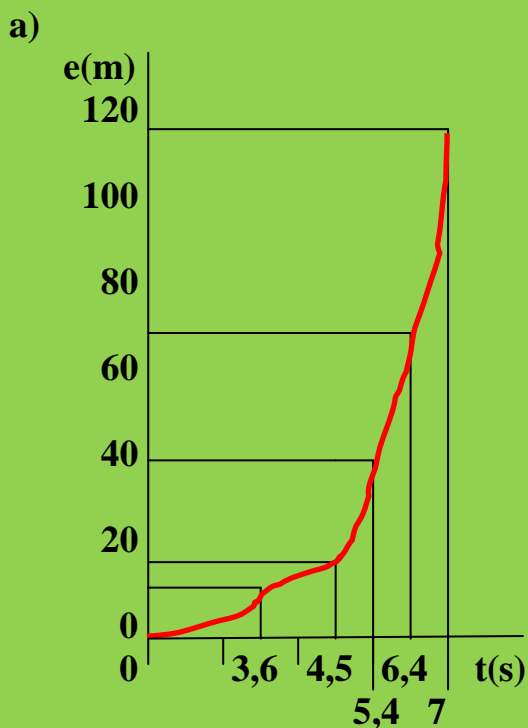
Problema resuelto

En un experimento de laboratorio se han sacado los siguientes datos:

espacio (m)	tiempo (s)
0	0
5,83	3,6
18,23	4,5
39,37	5,4
71,44	6,3
116,64	7,2

- Haz la gráfica espacio-tiempo
- Haz la gráfica velocidad-tiempo.
- ¿Cuál es la aceleración de este movimiento?

Resolución



- b) Para obtener la gráfica **V - t**, primero deberemos conocer la velocidad en cada instante. Se trata de un M.R.U.A. Primero obtendremos la aceleración:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Como $e_0 = 0$ y $V_0 = 0$, la ecuación anterior queda:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Para $e = 5,83 \text{ m} \rightarrow t = 3,6 \text{ s}$:

$$5,83 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (3,6 \text{ s})^2 ; 5,83 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 12,96 \text{ s}^2$$

$$11,66 \text{ m} = a \cdot 12,96 \text{ s}^2 ; a = 11,66 \text{ m} / 12,96 \text{ s}^2$$

$$a_1 = 0,9 \text{ m/s}^2 = 0,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para $e = 18,23 \text{ m} \rightarrow t = 4,5$

$$18,23 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (4,5)^2 ; a_2 = 36,46 / 20,25 = 1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para $e = 39,37 \text{ m} \rightarrow t = 5,4 \text{ s}$:

$$39,37 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (5,4)^2 ; a_3 = 78,74 / 29,16 = 2,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para $e = 71,44 \text{ m} ; t = 6,3 \text{ s}$:

$$71,44 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (6,3)^2 ; a_4 = 142,88 / 39,69 = 3,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para $e = 116,64 \text{ m} ; t = 7,2 \text{ s}$:

$$116,64 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (7,2)^2 ; a_5 = 233,28 / 51,84 = 4,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Según estos datos no se trata de un M.R.U.A puesto que éste implica que la aceleración sea **CONSTANTE**. En este caso no se la condición.

Para obtener la gráfica **V - t**, tendremos que hacer una nueva tabla en donde se refleje el valor de la velocidad que calcularemos mediante la ecuación:

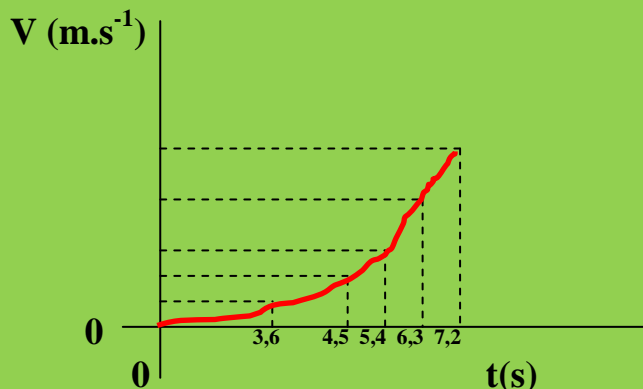
$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

Como $V_0 = 0$, la ecuación anterior quedará de la forma:

$$V = a \cdot t$$

Aceleració (m.s⁻²)	0	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5
Tiempo (s)	0	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2
Velocidad (m.s⁻¹)	0	3,24	8,1	14,58	22,68	32,4

La gráfica **V – t** quedaría de la forma:



c) Calculadas en el apartado anterior.

Problema propuesto

Si un coche es capaz de pasar de 0 a 100 km/h en 10 segundos ¿Qué aceleración lleva? ¿Qué distancia recorre en esos 10 segundos?

Problema propuesto

Si un coche circula a 100 km/h y frena hasta pararse en 5 segundos, ¿Qué distancia ha recorrido en el frenazo? ¿Qué aceleración lleva?

Problema resuelto

Un tren AVE que circula a 300 km/h ha de frenar con una aceleración de $1,5\text{m/s}^2$. Calcula el tiempo que tarda en pararse y la distancia que recorre mientras se para.

Resolución

Unidades al S.I:

$$V_0 = 300 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 83,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a = -15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$V_f = 0$$

Se trata de un M.R.U.A(-). Para el cálculo el tiempo que tarda en pararse utilizaremos la ecuación:

$$V_f = V_0 + a \cdot t ; 0 = 83,33 \text{ m.s}^{-1} + (-15 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$$

$$15 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 83,33 \text{ m.s}^{-1} ; t = 83,33 \text{ m.s}^{-1} / 15 \text{ m.s}^{-2} = 5,55 \text{ s}$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

En lo que se refiere al espacio la ecuación que podemos utilizar es:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$0 = (83,33 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-15 \text{ m.s}^{-2}) \cdot e$$

$$0 = 6943,9 \text{ m}^2.\text{s}^{-2} - 30 \text{ m.s}^{-2} \cdot e ; 30 \text{ m.s}^{-2} \cdot e = 6943,9 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$$

$$e = 6943,9 \text{ m}^2.\text{s}^{-2} / 30 \text{ m.s}^{-2} ; e = 231,5 \text{ m}$$

Problema resuelto

Un motorista circula a 45 km/h y frena uniformemente hasta detenerse en 5 segundos. Calcula:

- ¿Qué aceleración ejercieron sus frenos?
- ¿Cuál es su velocidad 3 segundos después de iniciar la frenada?
- ¿En qué instante su velocidad fue de 2 m/s?
- ¿Cuánta distancia recorrió en la frenada?

Resolución

Unidades al S.I:

$$V_o = 45 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1\text{Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 12,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$V_f = 0$$

$$\text{a) } V_f = V_o + a \cdot t ; 0 = 12,5 \text{ m.s}^{-1} + a \cdot 5 \text{ s} ; -5 \text{ s} \cdot a = 12,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$a = 12,5 \text{ m.s}^{-1} / -5 \text{ s} = -2,5 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\text{b) } V_{(3)} = V_o + a \cdot t ; V_{(3)} = 12,5 \text{ m.s}^{-1} + (-2,5 \text{ m.s}^{-2}) \cdot 3 \text{ s}$$

$$V_{(3)} = 12,5 \text{ m.s}^{-1} - 7,5 \text{ m.s}^{-1} = 5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{c) } V_f = V_o + a \cdot t ; 2 \text{ m.s}^{-1} = 12,5 \text{ m.s}^{-1} + (-2,5 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$$

$$2 \text{ m.s}^{-1} = 12,5 \text{ m.s}^{-1} - 2,5 \text{ m.s}^{-2} \cdot t ; 2,5 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 12,5 \text{ m.s}^{-1} - 2 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = (12,5 - 2) \text{ m.s}^{-1} / 2,5 \text{ m.s}^{-2} ; t = 4,2 \text{ s}$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

$$d) V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e ; 0 = (12,5 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-2,5 \text{ m.s}^{-2}) \cdot e$$

$$0 = 156,25 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 5 \text{ m.s}^{-2} \cdot e ; 5 \text{ m.s}^{-2} \cdot e = 156,25 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$e = 156,25 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 5 \text{ m.s}^{-2} ; e = 31,25$$

Problema resuelto

En el movimiento de un cuerpo se ha obtenido la siguiente gráfica v-t:



- Describe, con detalla, el movimiento del móvil.
- Calcula el espacio total recorrido en los 7 primeros segundos.

Resolución

- En el intervalo de tiempo: [0 – 4] el móvil lleva un **M.R.U** puesto que la velocidad permanece constante e igual **10 m.s⁻¹**.

El espacio recorrido en este intervalo lo calcularemos por la ecuación:

$$e = V \cdot t ; e = 10 \text{ m.s}^{-1} \cdot 4 \text{ s} = 40 \text{ m.}$$

En el intervalo [4 – 6] el movimiento es M.R.U.A ya que existe un cambio de velocidad lo que implica una aceleración de:

$$a = V_f - V_0 / t_f - t_0 = (15 - 10) \text{ m.s}^{-1} / (6 - 4) \text{ s}$$

$$a = 5 \text{ m.s}^{-1} / 2 \text{ s} = 2,5 \text{ m.s}^{-2}$$

El espacio recorrido en este intervalo es:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; e = 10 \text{ m.s}^{-1} \cdot 2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 2,5 \text{ m.s}^{-2} \cdot (2 \text{ s})^2$$

$$e = 20 \text{ m} + 5 \text{ m.s}^{-2} \cdot \text{s}^2 ; e = 25 \text{ m}$$

Nos hace falta estudiar el movimiento en el intervalo [6 – 7] para tener un total de 7 s. En este intervalo de tiempo el movimiento es M.R.U con una velocidad de 15 m.s^{-1} . El espacio recorrido en este intervalo es de:

$$e = V \cdot t ; e = 15 \text{ m.s}^{-1} \cdot 1 \text{ s} = 15 \text{ m}$$

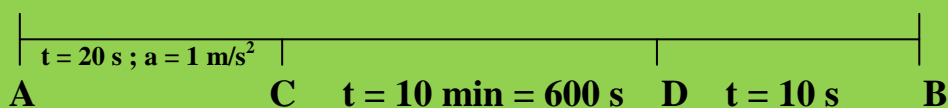
b) El espacio total recorrido en los 7 s es:

$$e = 40 \text{ m} + 25 \text{ m} + 15 \text{ m} = 80 \text{ m}$$

Problema resuelto

Un autobús sale de una parada A acelerando durante 20 s a 1 m/s^2 . Sigue a la velocidad que ha alcanzado durante 10 minutos y frena durante 10 s con una $a = -2 \text{ m/s}^2$ quedando parado en una parada B. ¿Cuál es la distancia desde A a B? Dibuja la gráfica v-t.

Resolución



$$V_0 = 0 ; V_C = a \cdot t = 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot 20 \text{ s} = 20 \text{ m.s}^{-1} = V_D$$

El espacio recorrido de A a C es:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot (20 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot 400 \text{ s}^2$$

$$e_{AC} = 200 \text{ m}$$

De C a D el movimiento es M.R.U puesto que la velocidad permanece constante. El espacio recorrido en este tramo es:

$$e_{CD} = V_C \cdot t = 20 \text{ m.s}^{-1} \cdot 600 \text{ s} = 12000 \text{ m}$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

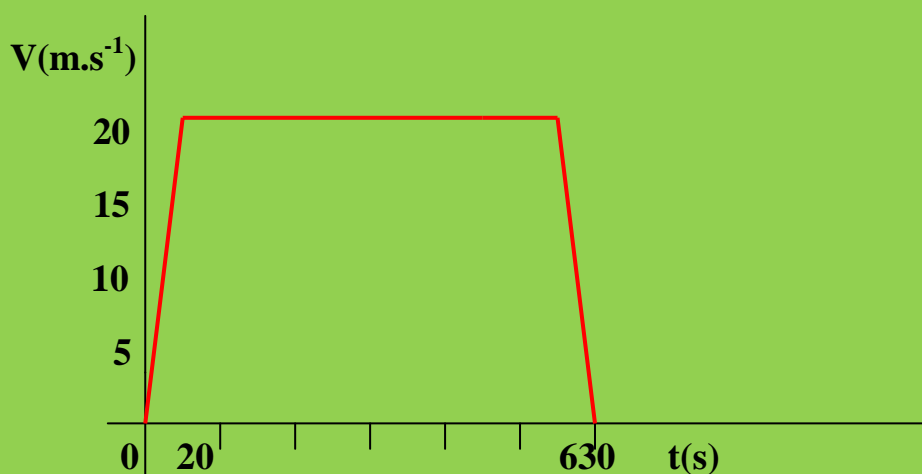
El espacio en el tramo DB lo calcularemos según la ecuación:

$$e_{DB} = V_D \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \cdot (10 \text{ s})^2 = \\ = 200 \text{ m} - 100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{s}^2 = \mathbf{100 \text{ m}}$$

La distancia AB será:

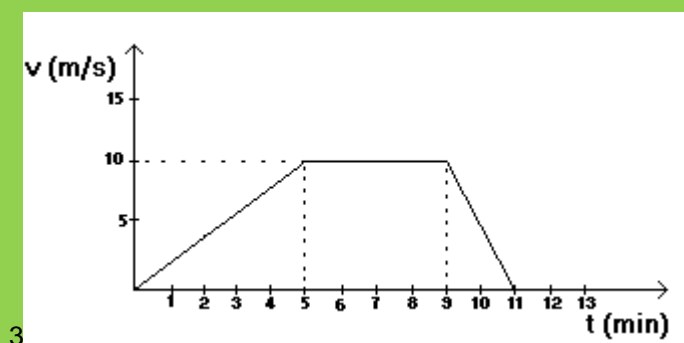
$$e_{AB} = 200 \text{ m} + 12000 \text{ m} + 100 \text{ m} = \mathbf{12300 \text{ m}}$$

La gráfica **V - t** quedará de la forma:



Problema propuesto

El gráfico siguiente describe el movimiento de un móvil.



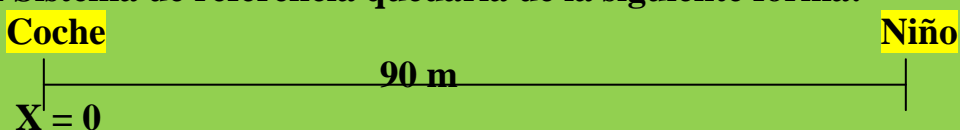
- Describe dicho movimiento con detalle.
- Calcula la aceleración en cada tramo
- Calcula la distancia total que recorre.

Problema resuelto

Un Porsche viaja a una velocidad de 166 km/h, y el conductor advierte que, en medio de la carretera, hay un niño jugando a las canicas. Suponiendo que inicia la frenada cuando se encuentra a 90 m del niño, y que los frenos entregan una aceleración uniforme de $12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$: ¿Se salva el chiquillo?

Resolución

El Sistema de referencia quedaría de la siguiente forma:



$$V_0 = 166 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m/1 Km} \cdot 1 \text{ h/ 36000 s} = 46,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Cuando el conductor se dé cuenta de la existencia del niño aplicará los frenos, que le proporcionan una aceleración de $-12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, en el enunciado no aparece el signo menos, pero una frenada siempre implica una disminución de la velocidad y por lo tanto la aceleración será negativa.

Al aplicar los frenos, hasta pararse ($V_f = 0$), el coche ha recorrido un espacio de:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$0 = (46,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \cdot e ; 0 = 2126,13 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-2} - 24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot e$$

$$24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot e = 2126,13 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-2} ; e = 2126,13 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-2} / 24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 88,6 \text{ m}$$

Como el niño se encontraba a 90 m **NO SERÁ ATROPELLADO POR EL COCHE.**

Problema resuelto

Una motocicleta se mueve según la ecuación: $x=20 +10t - 0,5t^2$

a) Razona si se trata de un movimiento acelerado o uniforme. En caso de tratarse de un movimiento acelerado indica la velocidad inicial y la aceleración del mismo.

b) Calcula el tiempo y la distancia que recorre la motocicleta hasta quedar detenida.

Resolución

a) La ecuación del movimiento es:

$$e = 20 + 10 t - 0,5 t^2$$

Esta ecuación corresponde a un movimiento parabólico, en donde la velocidad no es constante y por lo tanto se trata de un **MOVIMIENTO ACELERADO**.

Si comparamos la ecuación dada:

$$e = 20 + 10 t - 0,5 t^2$$

con la correspondiente al movimiento acelerado:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

podemos contestar:

$$V_0 = 10 \text{ m.s}^{-1} \text{ (en el S.I.) ; } a = -1 \text{ m.s}^{-2} \text{ (S.I.)}$$

b) Si la motocicleta se detiene $\rightarrow V_f = 0$. Podemos calcular el espacio recorrido hasta que se para, mediante la ecuación:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$0 = (10 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-1 \text{ m.s}^{-2}) \cdot e ; 0 = 100 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 2 \text{ m.s}^{-2} \cdot e$$

$$2 \text{ m.s}^{-2} \cdot e = 100 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} ; e = 100 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 2 \text{ m.s}^{-2} = 50 \text{ m}$$

En lo referente al tiempo que tarda en detenerse, la ecuación:

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

$$0 = 10 \text{ m.s}^{-1} + (-1 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t ; 0 = 10 \text{ m.s}^{-1} - 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t$$

$$1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 10 \text{ m.s}^{-1} ; t = 10 \text{ m.s}^{-1} / 1 \text{ m.s}^{-2}$$

$$t = 10 \text{ s}$$



7.-Movimiento de caída de los cuerpos.

Por la tarde, mi mujer y yo salimos a dar un paseo y nos llevamos a Lolo (mi perro). Yendo por la acera de la calle oímos que nos llaman y eran la familia del 5º piso del edificio. Nos dicen que por favor recojamos el peluche que la hija pequeña había tirado y lo pusiéramos en la repisa de la ventana del bajo del mismo edificio. Eso hicimos y seguimos nuestro paseo pero mi cabeza ya estaba analizando el fenómeno que implicaba la caída del peluche. Se trata de un movimiento en vertical, movimiento que no conocemos y es muy importante conocer el **MOVIMIENTO DE CAIDA LIBRE DE LOS CUERPOS**.

Video: Caída libre de los cuerpos en el vacío

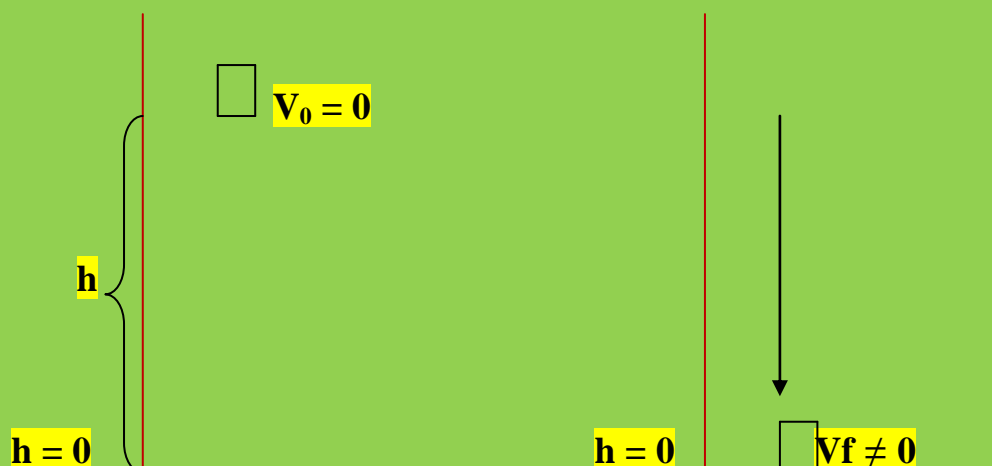
<http://www.youtube.com/watch?v=s5QcJfMH-es>

Video: Caída libre de los cuerpos

http://www.youtube.com/watch?v=snOFWn_oKC4

Le digo a Julio que salga a la pizarra y haga un análisis del movimiento:

Nos dice que lo primero que debemos hacer es *establecer es un sistema de referencia* que nos permita establecer las posiciones del peluche. Utiliza unos ejes de coordenadas con una sola dimensión y en vertical:



ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

El peluche cae en la dirección y sentido del centro de la Tierra, luego ya sabemos que se trata de un movimiento **RECTILÍNEO**.

Inicia el movimiento con $V_0 = 0$ y llega al suelo con una velocidad que de momento no conocemos pero **NUNCA PUEDE SER $V_f = 0$** . Esto implicaría que el peluche no se ha movido, cosa que la evidencia nos dice que no es cierto. Lo importante es darnos cuenta que existe una variación de la velocidad y como el peluche tarda en caer un tiempo determinado se puede afirmar que se trata de **un movimiento acelerado**, es decir, existe una **aceleración**. Ya sabemos que es un **movimiento rectilíneo variado**.

Intervengo yo para confirmar el hecho de la existencia de una **aceleración debido al campo gravitatorio terrestre (los alumnos no conocen el tema de Gravitación)**. Esta **aceleración** se conoce como la **aceleración de la gravedad (g)** y tiene un valor constante de **$9,81 \text{ m.s}^{-2}$** .

Con este dato Julio llega a la conclusión de que el **MOVIMIENTO DE CAIDA LIBRE DE LOS CUERPOS** es un movimiento **M.R.U.A** y por lo tanto las ecuaciones de este movimiento de caída son las mismas que las del **M.R.U.A**.

Las conclusiones de Julio son ciertas y solamente nos queda hacer un cambio de siglas en las ecuaciones del movimiento:

$$g = (V_f - V_0) / (t_f - t_0)$$

$$\text{si } t_0 = 0: \quad g = V_f - V_0 / t$$

$$V_f = V_0 + g \cdot t$$

$$h = h_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

Si partimos del reposo $V_0 = 0$ y no hay espacio inicial recorrido $h = 0$:

$$V_f = g \cdot t ; \quad h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; \quad V_f^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

En el movimiento de caída de los cuerpos el Sistema de Referencia ($h = 0$) lo coloco en la posición en donde está el cuerpo, independientemente de la superficie de la Tierra (suelo). Considero que las alturas alcanzadas o descendidas son siempre positivas.

En lo referente al signo de la aceleración de la gravedad (g):

- a) Si la velocidad aumenta, la aceleración es positiva por lo que $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. Esta situación se cumplirá cuando el cuerpo esté descendiendo.
- b) Si la velocidad disminuye es porque la aceleración es negativa y por lo tanto $g = -9,81 \text{ m.s}^{-2}$. El cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial pero terminará parándose.

Laboratorio virtual. Caída libre de cuerpos.

En la pantalla que aparezca irros a la columna del primer ciclo de ESO y pinchar **caída de cuerpos**.

<http://perso.wanadoo.es/cpalacio/30lecciones.htm>

Caída libre de los cuerpos.

http://www.fisica.uh.cu/bibvirtual/fisica_aplicada/fisica1y2/animaciones.htm

Experiencia de Galileo. Caída libre de los cuerpos.

<http://campoeliasvp.blogspot.com/2010/09/animaciones-galileo-tenia-razon.html>

Caída libre de los cuerpos.

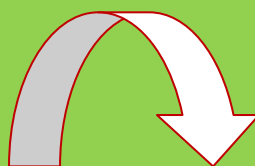
http://claseazz.webcindario.com/fisica/caidalibre/caida_libre.htm

Problema resuelto

Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con velocidad de 90 km/h. Calcular qué altura alcanzará y cuánto tiempo tarda en llegar de nuevo al suelo.

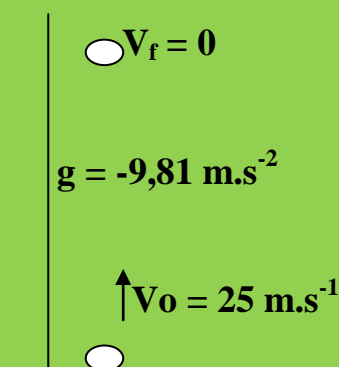
Unidades al S.I.:

$$V_0 = 90 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 25 \text{ m.s}^{-1}$$
$$g = -9,8 \text{ m.s}^{-2}$$



ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

$$V_f = 0$$



Como la velocidad disminuye la aceleración es negativa y por tanto $g = -9,81 \text{ m.s}^{-2}$

Es un lanzamiento vertical (M.R.U.A) de ecuaciones:

$$V_f = V_0 + g \cdot t; \quad (1)$$

$$e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (2)$$

Estará subiendo hasta que se quede sin velocidad ($v_f = 0$). Con la ecuación (1)

$$0 = 25 \text{ m.s}^{-1} + (-9,8 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t; \quad 0 = 25 \text{ m.s}^{-1} - 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot t$$

$$9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 25 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 25 \text{ m.s}^{-1} / 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 2,55 \text{ s tarda en subir.}$$

Con la ecuación (2)

$$\begin{aligned} e &= 25 \text{ m.s}^{-1} \cdot 2,55 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m.s}^{-2}) \cdot (2,55 \text{ s})^2 = \\ &= 25 \text{ m.s}^{-1} \cdot 2,55 \text{ s} - 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot 6,5 \text{ s}^2 = \\ &= 63,75 \text{ m} - 31,85 \text{ m} = \mathbf{31,9 \text{ m}} \end{aligned}$$

El tiempo empleado en bajar se puede obtener estudiando el movimiento de caída libre ($v_0 = 0$, $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$). Las ecuaciones son las del M.R.U.A.:

$$e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

La altura que debe descender es la misma que subió (31,89 m) y $V_0 = 0$

$$31,89 \text{ m} = 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot t^2$$

$$31,89 \text{ m} = 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot t^2; \quad t = 2,55 \text{ s}$$

Tarda lo mismo en caer que en subir. Luego el tiempo que tarda en caer al suelo será:

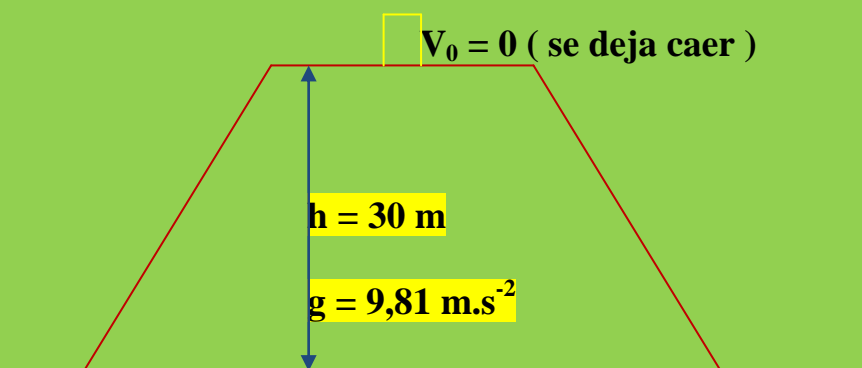
$$t_T = 2,55 \text{ s} + 2,55 \text{ s} = 5,1 \text{ s}$$

Problema resuelto

Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo un cuerpo de 5 kg que se deja caer desde lo alto de un puente de 30 m? ¿Con qué velocidad llegará abajo? ¿Y si el cuerpo pesara 0,5 kg?

Recordemos que la *Cinemática* estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que los producen. Por tanto el dato de la masa no es necesario puesto que podría influir en la aceleración, pero sabemos que en este tipo de movimiento (caída libre) la aceleración es constante e igual a $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

El croquis del problema quedaría de la forma:



Se trata de un movimiento M.R.U.A y por lo tanto para calcular el tiempo que tarda en caer podemos utilizar la ecuación:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; \text{ como } e_0 = 0 \text{ y } V_0 = 0 \rightarrow$$

$$e = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$30 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot t^2 ; \quad t = (60 \text{ m} / 9,81 \text{ m.s}^{-2})^{1/2}$$

$$t = 2,47 \text{ s}$$

En lo referente a la velocidad de llegada al suelo:

$$V_f = V_0 + g \cdot t ; V_0 = 0 \rightarrow V_f = (9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot 2,47 \text{ s} = 24,23 \text{ m.s}^{-1}$$

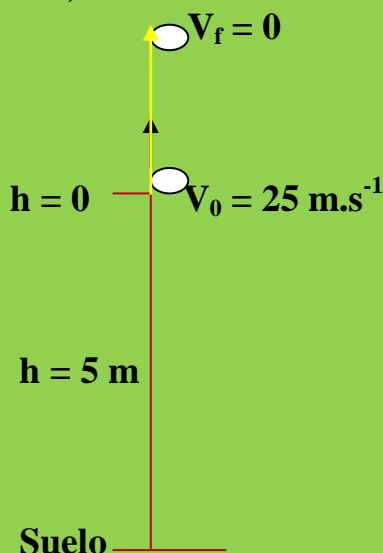
Problema resuelto

Desde una altura de 5 m una persona lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 25 m/s.

- Halla la velocidad de la piedra 2 segundos después del lanzamiento
- Halla la posición de la piedra 3 s después del lanzamiento.
- Averigua cuando se detiene para iniciar el descenso.

Resolución

a) El Sistema de Referencia quedaría de la forma:



Lo primero que calcularemos será lo que tarda el cuerpo en pararse ($V_{fA} = 0$). Podría ocurrir que en 2 s el cuerpo alcance la máxima altura y esté bajando:

$$0 = 25 \text{ m.s}^{-1} + (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$$

$$9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 25 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 25 \text{ m.s}^{-1} / 9,81 \text{ m.s}^{-2} = 2,55 \text{ s.}$$

Al cabo de 2 s el cuerpo sigue subiendo, luego su velocidad será:

$$V_f = V_0 + g \cdot t ; V_f = 25 \text{ m.s}^{-1} + (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot 2 \text{ s} =$$

$$= 25 \text{ m.s}^{-1} - 19,62 \text{ m.s}^{-1} = 5,38 \text{ m.s}^{-1}.$$

b) El tiempo para alcanzar la máxima altura es de 2,55 s, luego h_{max} :

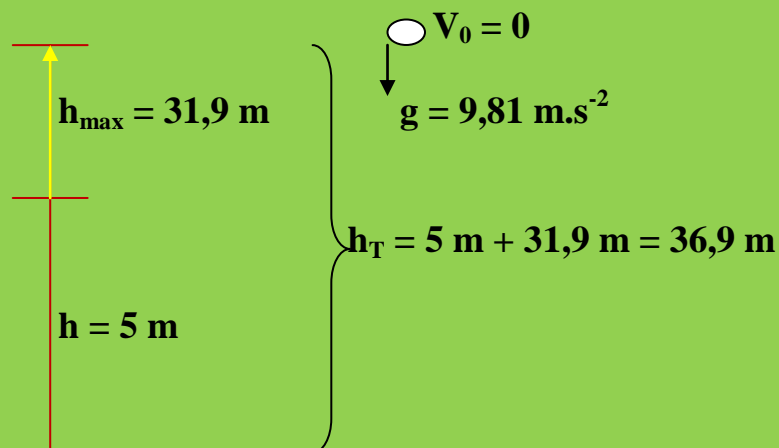
$$h_{\text{max}} = h_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; h_0 = 0$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

$$h_{\max} = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 25 \text{ m.s}^{-1} \cdot 2,55 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot (2,55 \text{ s})^2$$

$$h_{\max} = 63,75 \text{ m} - 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot 6,5 \text{ s}^2 = 63,75 \text{ m} - 31,85 \text{ m} = 31,9 \text{ m}$$

La nueva situación del cuerpo es:



De los 3 s se han consumido 2,55 s. El cuerpo empezará a descender durante un tiempo de:

$$3 \text{ s} = 2,55 \text{ s} + t ; t = 0,45 \text{ s}$$

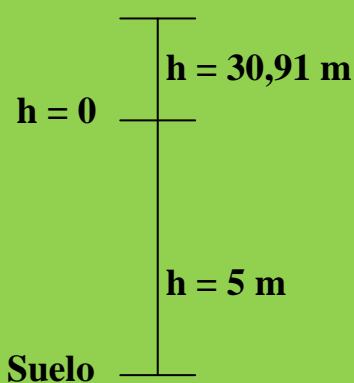
La altura descendida será:

$$h = h_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; h_0 = 0 \text{ y } V_0 = 0$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot (0,45 \text{ s})^2 = 0,99 \text{ m}$$

De los 31,9 m que subió ha descendido 0,99 , luego la nueva situación es:

$$h = 31,9 \text{ m} - 0,99 \text{ m} = 30,91 \text{ m}$$



La posición del cuerpo respecto al suelo será:

$$h = 5 \text{ m} + 30,1 \text{ m} = 35,1 \text{ m}$$

c) Se calculó en e apartado a). A los 2,55 s de iniciado el movimiento.

Problema resuelto

Lanzamos hacia arriba un cuerpo con una velocidad inicial de 50 m/s. Calcula: a) La altura máxima alcanzada. b) El tiempo que tarda en alcanzar dicha altura. c) La velocidad con que vuelve a caer al suelo.

a) La situación del cuerpo es la siguiente:

$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot g \cdot h_{\max}$
 $0 = (50 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot h_{\max}$
 $g = -9,81 \text{ m.s}^{-2}$ $0 = 2500 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 19,62 \text{ m.s}^{-2} \cdot h_{\max}$
 $19,62 \text{ m.s}^{-2} \cdot h_{\max} = 2500 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
 $h_{\max} = 2500 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 19,62 \text{ m.s}^{-2} =$
 $= 127,42 \text{ m}$

b) El tiempo en alcanzar la máxima altura es:

$V_f = V_o + g \cdot t$; $0 = 50 \text{ m.s}^{-1} + (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$
 $0 = 50 \text{ m.s}^{-1} - 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot t$; $9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 50 \text{ m.s}^{-1}$
 $t = 50 \text{ m.s}^{-1} / 9,81 \text{ m.s}^{-2} = 5,09 \text{ s}$

c) La situación actual del cuerpo es:

$V_f^2 = V_o^2 + 2 g \cdot h$
 $V_f^2 = 0 + 2 \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot 127,42 \text{ m} =$
 $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
 $h = 127,42 \text{ m}$; $V_f = (2499,98 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{1/2} = 49,99 \text{ m.s}^{-1} \approx$
 $\approx 50 \text{ m.s}^{-1}$ (llega al suelo con la misma velocidad con la que partió, siempre que no actúe fuerza externa sobre el sistema).

Problema propuesto

Lanzamos verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 30 m/s.

- a) Calcula el tiempo que está ascendiendo.
- b) Calcula la altura máxima que alcanzará.

Problema propuesto

Se deja caer una piedra desde lo alto de un acantilado. Si tarda 4 s en chocar con el agua ¿qué altura tiene el acantilado?

Problema propuesto

Lanzamos una bolita hacia arriba, desde una altura de 1,5 m, a 20 m/s. Responde:

- a) Escribe las ecuaciones de movimiento (posición y velocidad) de la pelota
- b) Calcula la altura que alcanza (cenit)
- c) La velocidad y posición de la bola a los 3 segundos de haberla lanzado.
- d) El tiempo de vuelo (el tiempo que está en el aire). Sacar alguna conclusión.

Problema propuesto

Calcula la velocidad con que hay que lanzar un objeto para que ascienda 1000 m sobre el suelo.

Problema propuesto

Lanzamos verticalmente hacia arriba un cuerpo a 50 m/s, desde un balcón situado a 50 m de altura.

- a) Escribe la ecuación de movimiento del cuerpo y calcula la velocidad con que impacta sobre el suelo.
- b) Supón que el lanzamiento es verticalmente hacia abajo. Realiza el cálculo y compara.

Problema propuesto

Desde una altura de 30 metros se dispara un dardo con una pistola de juguete. Sabiendo que la pistola dispara los dardos con una velocidad de 43,2 km/h. Calcula:

- a) La altura alcanzada por el dardo
- b) ¿En qué instantes se encontrará el dardo a 40 m de altura?
- c) ¿Qué velocidad tendrá cuando se encuentre a 10 metros sobre el suelo?

Problema propuesto

Arrojamos un objeto desde una altura de 30 m.

- a) ¿Cuánto tarda en llegar al suelo?
- b) ¿A qué velocidad llega al suelo?

8.- *Movimiento Circular.*

Buenos días pueblo. ¿Estamos bien?.

Estamos

Ana ¿ qué has desayunado esta mañana?

He desayunado..... a sí, un café con leche y una tostada.

¿Te has hecho tú el desayuno?

Noooooooooo, me lo hace mi madre.

A mí también me lo hacía mi madre, pero cuando me casé las cosas cambiaron. Mi mujer me enseñó donde tenía guardadas todas las cosas de mayor utilidad, entre ellas la cafetera, el café y la leche. Además puso las cosas claras, y en los días de trabajo si quería desayunar, el desayuno tendría que hacérmelo yo. A partir de este momento por imperativo de pareja dejé de ser machista.

Tranquilo Víctor, ya voy al tema

Esta mañana cuando iba a desayunar, mientras se hacía el café puse la leche a calentar en el microondas. A través del cristal de la puerta observo cómo se mueve el vaso de leche. Aparece el científico y me pregunto ¿se calentará la leche lo mismo cuando ponga el vaso en otra posición?. La experimentación es muy sencilla pero en casa no tengo termómetros capaces de medir temperaturas muy elevadas y mis manos no son lo bastante sensibles como para distinguir pequeñas diferencias de temperatura. Pero no termina aquí mi interés por lo que estaba sucediendo dentro del microondas. Al poner el vaso en el borde del disco giratorio está realizando un movimiento con trayectoria circular. Hasta el momento hemos estudiado el movimiento rectilíneo y

Cuando el vaso pasa de la posición **A** a la posición **B** llevará dos tipos de velocidades:

a) **Velocidad lineal:**

$$V = \text{longitud del arco de circunferencia descrito}/t$$

En definitiva:

$$V = \Delta e / \Delta t \text{ (la velocidad que fue definida anteriormente)}$$

b) **Velocidad angular (ω):**

$$\omega = \Delta \alpha / \Delta t \text{ ; } \omega = (\alpha_f - \alpha_0) / (t_f - t_0) \quad (1)$$

$$\alpha = \text{Espacio angular}$$

Trabajando matemáticamente con la ecuación (1), podemos llegar a establecer otras ecuaciones:

$$\alpha_f - \alpha_0 = \omega \cdot (t_f - t_0) \rightarrow \alpha_f = \alpha_0 + \omega \cdot (t_f - t_0) \quad (2)$$

Si hacemos coincidir el origen de los tiempos con el origen de los espacios angulares, lo que implica que $t_0 = 0$, $\alpha_0 = 0$ y por lo tanto α_f es el espacio angular descrito (α) y t_f es el tiempo transcurrido en el movimiento (t), nos quedaría la ecuación (2) de la forma:

$$\alpha = \omega \cdot t \rightarrow \omega = \alpha/t$$

La unidad de velocidad angular es $\text{rad}/t = \text{rad} \cdot t^{-1}$. También se utiliza la unidad rpm (revoluciones / minuto = vueltas / minuto).

Recordemos que el radian es el valor del ángulo central cuyo arco de circunferencia descrito es igual al radio de la circunferencia:

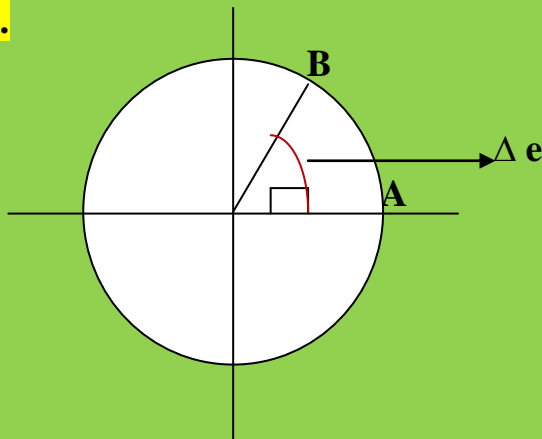
$$1 \text{ radian} = \text{arco de circunferencia } (\Delta e) / \text{Rádío}, \text{ siendo } \Delta e = R$$

La definición de radian nos permite establecer otra ecuación dentro del movimiento circular:

$$\alpha = \Delta e / R \rightarrow \Delta e = \alpha \cdot R$$

es decir, conociendo el ángulo central (en radianes) y el radio de la trayectoria circular podemos conocer el arco de circunferencia descrito.

¿Qué ocurriría con la velocidad si el vaso lo colocamos en la mitad del radio?.



En lo referente a la **velocidad angular (ω)** no habría variación de la misma puesto que el ángulo central descrito sigue siendo el mismo (α). En lo referente a la velocidad lineal, la longitud del arco de circunferencia es distinto y por lo tanto existirá una **variación de dicha velocidad lineal (V)**.

En este movimiento por tanto la **velocidad angular permanece constante**, independientemente de la posición que ocupe el vaso, hemos descrito el **MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME**.

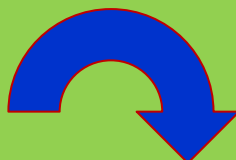
La relación entre las dos velocidades de este movimiento viene dado por la ecuación:

$$V = \omega \cdot R \quad (3)$$

Cómo la velocidad angular es constante y el radio tiene un valor determinado, **la velocidad lineal también permanece constante**, con la condición de **no variar la posición del cuerpo**. De todas formas, en otra posición y por la misma ecuación anterior la **velocidad lineal será distinta a la primera** pero también **constante**.

En la ecuación (3) deberemos trabajar con las siguientes unidades:

$$V \rightarrow \text{m/s} \quad ; \quad \omega \rightarrow \text{rad/s} \quad ; \quad R = \text{m}$$



ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

En el **Movimiento Circular Uniforme** existen dos magnitudes que nos permiten conocer la velocidad angular del movimiento. Estas son:

- Periodo (T)** .- Tiempo que se tarda en describir una vuelta completa. Su **unidad** es el segundo **(s)**.
- Frecuencia (f)** .- Número de vueltas descritas en la unidad de tiempo.

Estas dos magnitudes se relacionan mediante la ecuación:

$$f = 1 / T \quad (1)$$

En base a esta ecuación, la unidad de la **f** es **1/s = s⁻¹**, también conocida como **Hercio (Hz)**.

Si suponemos que el móvil ha descrito una vuelta completa podemos establecer las siguientes ecuaciones:

$$\omega = \text{ángulo} / t$$

una vuelta completa implica **2π rad** y el tiempo utilizado ya lo hemos definido, **T**:

$$\omega = 2\pi / T \quad (\text{rad/s}) \quad (2)$$

De la ecuación (1) podemos obtener:

$$T = 1 / f$$

Si llevamos esta igualdad a la ecuación (2), obtenemos:

$$\omega = 2\pi / (1/f) = 2\pi \cdot f$$

Laboratorio virtual. Movimiento circular. Pinchar en la segunda columna "Movimiento circular"

<http://perso.wanadoo.es/cpalacio/30lecciones.htm>

Laboratorio virtual. Movimiento circular.

<http://fisicayquimicaenflash.es>

Laboratorio virtual: Velocidad angular.

<http://www.educaplus.org/play-239-Velocidad-angular.html>

Laboratorio virtual: Movimiento circular.

<http://www.xtec.net/~ocasella/applets/movcirc/funciona2.htm>

Problema resuelto

Define radián como unidad de medida de ángulos.

¿Cuántos radianes hay en un ángulo de 1800°?

¿Cuántos grados contiene un ángulo de $3\pi/2$ radianes?

¿Cuántos radianes son 30°?

¿cuántos grados sexagesimales son 1 radián?

Radian es el valor del ángulo central cuyo arco de circunferencia es igual al radio de la misma.

Debemos saber que $2\pi = 360^\circ$.

$$1800^\circ \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = 10\pi \text{ rad}$$

$$3\pi/2 \text{ rad} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 270^\circ$$

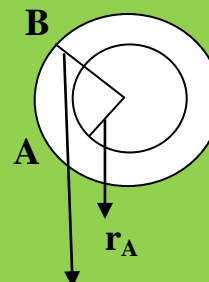
$$30^\circ \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = 0,17\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 57,32^\circ$$



Problema resuelto

Dos puntos A y B de una plataforma giratoria se encuentran respectivamente, a 2 m y 3'5 m del centro de dicha plataforma. Si la velocidad lineal de A es de 6 m/s, ¿cuál es la de B? Calcular las velocidades angulares de ambos puntos.



Datos: $r_A = 2 \text{ m}$; $r_B = 3'5 \text{ m}$; $v_A = 6 \text{ m/s}$; $v_B = ?$

Se trata de un M.C.U, por tanto, $v = \omega \cdot r$

$$v_A = \omega_A \cdot r_A \rightarrow 6 = \omega_A \cdot 2 \rightarrow \omega_A = 3 \text{ rad/s.}$$

Como A y B se encuentran en la misma plataforma giratoria, han de girar los dos con la misma velocidad angular, pero distinta velocidad lineal por estar a diferentes distancias del centro y por tanto, recorrer circunferencias diferentes al mismo ritmo.

$$\omega_A = 3 \text{ rad/s}; \omega_B = 3 \text{ rad/s}$$

De este modo:

$$v_B = \omega_B \cdot r_B ; v_B = 3 \cdot 3'5 ; v_B = 10'5 \text{ m/s}$$

Problema resuelto

Una rueda gira a razón de $30 \pi \text{ rad/s}$. Calcular cuántas vueltas da en 15 minutos.

Unidades al S.I.:

$$15 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 900 \text{ s}$$

No existe fórmula que nos determine directamente el número de vueltas dadas. Debemos conocer primero el espacio angular descrito.

Sabemos que :

$$\omega = \alpha / t , \text{ siendo } \alpha \text{ el espacio angular descrito}$$

$$\alpha = \omega \cdot t = (30 \pi \text{ rad/s}) \cdot 900 \text{ s} = 27000 \pi \text{ rad.}$$

Recordemos que 1 vuelta = 2π rad

$$27000 \cancel{\pi \text{ rad}} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2 \cancel{\pi \text{ rad}}} = 13500 \text{ vueltas}$$

Problema resuelto

Calcula la velocidad angular y lineal que lleva la Tierra en su movimiento alrededor del Sol. Radio de la órbita terrestre: 150 millones de kilómetros.

Suponiendo que la órbita de la Tierra, alrededor del Sol, es una circunferencia podremos realizar el ejercicio.

La Tierra tarda 365 días en dar una vuelta completa alrededor del Sol. Si pasamos los días a segundos:

$$365 \text{ días} \cdot 24 \text{ h / día} \cdot 3600 \text{ s / h} = 31536000 \text{ s} = T \text{ (tiempo necesario para dar una vuelta completa)}$$

Recordemos que:

$$\omega = 2 \pi / T = 2 \cdot \pi \text{ rad} / 31536000 \text{ s} = 6,34 \cdot 10^{-8} \pi \text{ rad / s}$$

Pasemos el radio de la órbita terrestre a metros:

$$150 \cdot 10^6 \cancel{\text{ Km}} \cdot 1000 \text{ m / } \cancel{\text{ Km}} = 150 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Como $V = \omega \cdot R$:

$$V = 6,34 \cdot 10^{-8} \pi \text{ rad/s} \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m} = 9510 \text{ m/s}$$

Problema resuelto

La rueda de una moto tiene 60 cm de diámetro. Cuando la moto va 40 km/h, calcula la velocidad angular de la rueda, su período, la frecuencia en Hz y en rpm.

$$R = 60/2 \text{ cm} = 30 \text{ cm}. 1 \text{ m}/100 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$$

$$40 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m/Km} \cdot 1 \text{ h/ } 3600 \text{ s} = 11,11 \text{ m/s}$$

La velocidad angular la calcularemos de la forma:

$$V = \omega \cdot R ; \quad \omega = V / R = (11,11 \text{ m/s}) / 0,30 \text{ m} = 37,03 \text{ rad/s}$$

Para conocer el período utilizaremos la ecuación:

$$\omega = 2 \pi / T ; \quad T = 2 \pi / \omega = 2 \pi \text{ rad} / 37,03 \text{ (rad/s)} = 0,17 \text{ s}$$

La frecuencia:

$$f = 1 / T = 1 / 0,17 \text{ s} = 5,88 \text{ 1/s} = 5,88 \text{ s}^{-1} (\text{Hz})$$

La velocidad angular en rpm serán:

$$\begin{aligned} & 37,03 \text{ rad/s} \cdot 1 \text{ vuelta} / 2 \pi \text{ rad} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 353,8 \text{ vueltas/min} = \\ & = 353,8 \text{ rpm (vuelta = revolución)} \end{aligned}$$

Problema resuelto

Calcula la velocidad angular de cada una de las agujas del reloj. Si el segundero mide 3 cm de longitud, ¿con qué velocidad se mueve su extremo?.

Aguja horario: Describe una vuelta completa en 12 h

$$12 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s} / 1 \text{ h} = 43200 \text{ s} = T \text{ (Periodo)}$$

$$1 \text{ vuelta} = 2 \pi \text{ rad.}$$

Sabemos que:

$$\omega = 2 \pi / T = 2 \pi \text{ rad} / 43200 \text{ s} = 4,6 \cdot 10^{-5} \pi \text{ rad / s}$$

Aguja minuterio: Describe una vuelta en 1 h

$$1 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s} / 1 \text{ h} = 3600 \text{ s.}$$

$$1 \text{ vuelta} = 2 \pi \text{ rad}$$

$$\omega = 2 \pi / T = 2 \pi \text{ rad} / 3600 \text{ s} = 5,55 \cdot 10^{-4} \text{ rad / s}$$

Aguja segundero: Describe una vuelta completa en un minuto.

$$\omega = 1 \frac{\cancel{\text{vuelta}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{vuelta}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 0,07 \pi \text{ rad / s}$$

Recordemos que:

$$V = \omega \cdot R \quad (1)$$

$$3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$

Volviendo a la ecuación (1):

$$V = 0,07 \pi \text{ rad/s} \cdot 0,03 \text{ m} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$$

Cuestión resuelta

Responde brevemente a las siguientes cuestiones:

- Dos ruedas, una grande y otra pequeña, giran con la misma velocidad angular. ¿cuál de ellas da más vueltas en el mismo tiempo?
- ¿cuál de las ruedas del caso anterior tiene mayor velocidad lineal?

$$\text{a) } R_A > R_B ; \omega_A = \omega_B ; t_A = t_B$$

$$\omega = \text{espacio angular} / t ; \text{espacio angular } (\alpha) = \omega \cdot t$$

El α es el mismo para las dos ruedas ($\omega_A = \omega_B$, $t_A = t_B$) y como el número de vueltas depende de α :

$$1 \text{ vuelta} = 2 \pi \text{ rad}$$

las dos ruedas describen las mismas vueltas

b) Recordemos:

$$V = \omega \cdot R$$

La velocidad lineal depende de ω (es la misma para las dos Ruedas) y del Radio. Como $R_A > R_B$, la rueda A lleva mayor **Velocidad lineal.**

Problema resuelto

Un pastor hace rotar una honda a 3 r.p.s. calcula:

a) la frecuencia y periodo de giro.

La honda lleva una velocidad angular de:

$$3 \frac{\cancel{\text{revoluciones}}}{\text{s}} \cdot \frac{2 \pi \text{ rad}}{\cancel{1 \text{ Revol.}}} = 6 \pi \text{ rad / s}$$

Recordemos que:

$$\omega = 2 \pi / T ; \quad T = 2 \pi / \omega = 2 \pi / 6 \pi \text{ (rad/s)} = 0,33 \text{ s}$$

Por otra parte:

$$f = 1 / T ; \quad f = 1 / 0,33 \text{ s} = 3,03 \text{ (1/s)} = 3,03 \text{ s}^{-1} = 3,03 \text{ Hz}$$

Problema resuelto

Determina la velocidad angular de rotación de la Tierra alrededor de su eje y la velocidad lineal de un punto situado sobre el ecuador, sabiendo que su perímetro es de 40.000 Km.

Datos: La Tierra describe una vuelta en su rotación de 24 h.

$$24 \text{ h } 3600 \text{ s / 1h} = 86400 \text{ s}$$

$$40000 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m/ 1 Km} = 4 \cdot 10^7 \text{ m}$$

La velocidad angular de rotación es:

$$\omega = 2 \pi / T = 2 \pi \text{ rad} / 86400 \text{ s} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

El perímetro coincide con la longitud de la trayectoria. La trayectoria es una circunferencia y su longitud vale:

$$L = 2 \pi R ; \quad R = L / 2 \pi = 4 \cdot 10^7 \text{ m} / 2 \pi \text{ rad} = 2/\pi \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$\text{Y como : } V = \omega \cdot R ; \quad V = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s} \cdot 2/\pi \cdot 10^7 \text{ m} = 0,73 \text{ m.s}^{-1}$$

NOTA: En este ejercicio pienso que el dato de perímetro igual a 40000 Km no es correcto.

Problema propuesto

Si sabemos que la distancia media Sol-Tierra es de 150.000.000 Km, y suponemos que se trata de un movimiento circular uniforme, calcula las velocidades angular y lineal de nuestro planeta. (Expresa la velocidad de translación de la Tierra en Km/h).

Problema propuesto

Un tiovivo gira dando una vuelta cada 11 s. Realiza los cálculos necesarios para responder:

- Cuál es la frecuencia y periodo del tiovivo.
- Calcula la velocidad angular y el ángulo que recorre el tiovivo en 50 s
- calcula la velocidad con que se desplazan un caballito y un cochecito de bomberos situados, respectivamente, a 2,25 y 4,5 m del eje de giro.

9.- LA FÍSICA CON SOPORTE INFORMÁTICO

PRÁCTICA: *Determinación experimental de la aceleración de caída de los cuerpos.* (Fuente: FisQuiWeb)

Todos los cuerpos caen con la misma aceleración

Debemos especificar que esta afirmación sólo es válida para cuando trabajamos en el vacío. En la caída de los cuerpos pueden influir factores como:

- La presencia de aire.
- La forma del cuerpo.

Al existir el aire aparecen unas fuerzas que van a depender de la forma del cuerpo o superficie del cuerpo en contacto con el aire (fuerzas de rozamiento).

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Con esta experiencia trataremos de estudiar la *aceleración de caída de los cuerpos* en función de los factores anteriormente mencionados así como demostrar que dicha aceleración no depende de la *MASA* del cuerpo. Esto último es difícil de aceptar puesto que parece *EVIDENTE* que un cuerpo de *papel* tardará más tiempo en caer que un cuerpo de *hierro*.

Montaje de la práctica

Consta de un tubo de plástico transparente de unos 100 cm de



largo por 2,6 – 3 cm de diámetro que se colocará en posición vertical como consta en el dibujo de la derecha. En la parte superior e inferior del tubo colocaremos dos puertas (sensores) conectadas a un cronómetro digital. Cuando pasa por la puerta superior se inicia el cronómetro y al llegar a la inferior se para. De esta forma podemos medir el tiempo que tarda el objeto en caer por el tubo.

Es importante que al experimentar el cuerpo **NO CHOQUE** con las paredes del tubo.

Parte superior



Parte inferior



Realización:

Una vez montado el tubo y comprobando que el sistema electrónico funciona perfectamente podemos empezar la experiencia:

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

Dejamos caer una bola de Aluminio de masa “m” y anotar el tiempo que tarda en llegar a la parte inferior del tubo. Repetimos la experiencia 10 veces con el fin de cometer el menor error posible.

A continuación se repite el proceso para una bola de acero de masa “M” doble que la de Aluminio (aproximadamente).



Platilina Acero Aluminio

Tomaremos como valor del tiempo de caída el valor medio de los 10 obtenidos. El espacio a recorrer es de 1m y para que se cumpla que $V_0 = 0$ intentaremos dejar caer la bola desde el inicio de la marca del tubo. Debemos comprobar que en el momento de dejar caer la bola el cronómetro marca cero. Apuntaremos los datos obtenidos en la tabla:

Bola aluminio m= g		Bola acero M = g	
Exp.	t (s)	Exp	t (s)
1		1	
2		2	
3		3	
4		4	
5		5	
6		6	
7		7	
8		8	
9		9	
10		10	
Media		Media	

Cálculos:

La caída libre de los cuerpos es un **MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORMEMENTE ACELERADO**. La ecuación del espacio en este tipo de movimiento es:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Si hacemos las cosas bien $e_0 = 0$; $V_0 = 0$ quedándonos que:

$$e = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Con los datos obtenidos para las dos bolas podemos conocer, despejando de la ecuación anterior la g_{Aluminio} y g_{acero} . Obtendremos valores muy próximos y que será más exacto aquel que presente un error relativo más pequeño. Calculamos los errores relativos producidos por cada una de las bolas. Recordar que el error relativo tiene por ecuación:

$$Er = Ea / V_{\text{verdadero}} ; V_{\text{verdadero}} = \text{valor verdadero}$$

Tomaremos como valor verdadero de la aceleración de la gravedad $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Análisis de los resultados:

Se comete un error mayor en el caso de la bola del aluminio. El tiempo que tarda en caer la bola del aluminio también es siempre mayor que en el caso de la bola de acero. Si la causa de las diferencias de valores estuviera en la masa de la bola, la diferencia debería ser mucho valor pues recordar que $M_{\text{acero}} = 2 m_{\text{aluminio}}$. Puede ocurrir que por mucho que queramos las dos bolas **NO TENGAN** el mismo diámetro y también puede ocurrir que aparezcan mayores números de choques con las paredes del tubo de plástico.

Para descartar las dudas se realizará la misma experiencia para una bola de plastilina, del mismo diámetro (aproximadamente) y determinaremos su masa mediante una balanza. Observaremos lo que obtenemos y llegaremos a conclusiones.

Me adelanto a las conclusiones: Podremos concluir que la masa de los cuerpos no intervienen en el valor de la aceleración de la gravedad y **SÍ LOS CHOQUES CON LAS PAREDES DEL TUBO (Rozamiento).**

La causa de las *diferencias de los tiempos de caída* de los cuerpos se basa en la **FORMA** (una hoja de papel y un trozo de hierro pueden tener la misma masa, pero el papel está en forma folio y el hierro en forma de bola, el folio tiene mayor superficie de contacto con el aire que la bola de hierro y por tanto las fuerzas de rozamiento son mayores) *de los cuerpos*. Según sea ésta los **ROZAMIENTOS** pueden ser mayores o menores.

----- O -----

Se terminó

Antonio Zaragoza López