

Tema nº 1

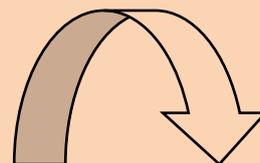
Estudio del movimiento. Cinemática

Video: Fernando Alonso

<https://www.youtube.com/watch?v=BmuveZSk1hQ>

Contenido Temático:

- 1.- El Movimiento
 - 1.1.- Posición y Sistema de Referencia
- 2.- Definición de Cinemática
- 3.- Rapidez y Velocidad
 - 3.1.- Unidades de Velocidad
- 4.- Recomendaciones para la resolución de problemas
- 5.- Movimiento Rectilíneo y Uniforme (M.R.U)
- 6.- Aceleración. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A)
- 7.- Movimiento de Caída Libre de los cuerpos
- 8.- Movimiento Circular
 - 8.1.- Periodo y Frecuencia del Movimiento Circular Uniforme



1.- El Movimiento

El Movimiento

<http://www.tareasya.com.mx/index.php/tareas-ya/primaria/tercer-grado/ciencias-naturales/943-%C2%BFQu%C3%A9-es-el-movimiento?.html>

El Movimiento

<http://definicion.de/movimiento/>

El Movimiento

http://www.profesorenlinea.cl/fisica/Movimiento_Concepto.html

Apllet: TODO SOBRE EL MOVIMIENTO

<http://www.educaplus.org/movi/>

Como todos los sábados por la mañana me encuentro en una mesa de la cafetería Trébol, desayunando y leyendo la prensa. En la mesa próxima a la mía hay un matrimonio con un niño de unos cuatro años, incluida pelota. Hacen lo mismo que yo, leen y desayunan. Una vez que el niño ha desayunado, ha tomado energía, se pone un poco inquieto, hace ruido con la silla y el padre enfadado le recrimina. La situación va empeorando, el niño se levanta de la silla y empieza a ir de un sitio a otro de la cafetería. Yo le hubiera cantado, con mal café, una canción de Serrat que dice "niño deja ya de joder con la pelota", pero el padre le gritó **¿quieres dejar de moverte?**. El matrimonio se marchó y yo pude seguir con mi lectura. Pero no me concentraba pues sólo pensaba en la frase del padre **¿quieres dejar de moverte?**. Moverte es sinónimo de **Movimiento** y mi pregunta es **¿sabemos lo que es**

el movimiento?. En los videos siguientes vemos ejemplos de movimiento:

Video: El movimiento

<http://www.youtube.com/watch?v=t3qvmPVY5c8>

Video: El movimiento

http://www.youtube.com/watch?v=Dq_WXRiQD90

El movimiento

<http://www.youtube.com/watch?v=Z3Dzn81ytSg>

Con los videos analizados y las páginas webs consultadas puedo establecer las siguientes definiciones del **Movimiento**:

1.- El **movimiento es un fenómeno físico** que se define como **todo cambio de posición que experimentan los cuerpos en el espacio**, con respecto al **tiempo** y a un **punto de referencia**, variando la distancia de dicho cuerpo con respecto a ese **punto** o **Sistema de Referencia** y describiendo una **trayectoria**.

2.- Un **cuerpo se mueve cuando cambia de lugar o posición con el paso del tiempo**. Cuando la posición de un objeto varia respecto del punto o Sistema de Referencia, decimos que ese objeto esta en **movimiento**, por el contrario cuando **no varía la posición** decimos que **está en reposo**.

3.- El **movimiento es un fenómeno físico** que se define como **todo cambio de posición en el espacio** que experimentan los cuerpos con respecto a un **Sistema de Referencia** establecido o con respecto a **otros cuerpos** que se toman de referencia y deben **permanecer en reposo**.

4.- El movimiento es un **fenómeno físico** que implica el **cambio de posición** de un cuerpo que está inmerso en un conjunto o sistema de cuerpos y será esta **modificación de posición**, respecto del resto de los cuerpos, lo que sirva de referencia para notar este cambio.

5.- El movimiento siempre es un **cambio de posición respecto del tiempo**.

En las cinco definiciones hay dos factores coincidentes:

- a) La Posición
- b) El Punto de referencia o Sistema de Referencia

Intento transmitirlos, mediante un ejemplo, mis conclusiones:

Julio y **Víctor** (dos alumnos) me ayudan en la explicación. **Julio** va a ser el **Punto** o **Sistema de referencia**:



Víctor empieza a moverse buscando el punto (B) y cuando llega nos encontramos con la siguiente situación:



Víctor no se ha movido puesto que su posición con respecto a Julio (punto de referencia) no ha cambiado.

Si la situación hubiera sido:

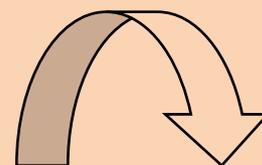


sí **existe movimiento** puesto que la **posición de Víctor** ha cambiado respecto a la **posición de Julio** que se ha quedado fijo en la situación (A). Este ejemplo nos demuestra la importancia de que el **punto o Sistema de Referencia** estén en **reposo absoluto**. En 4º de ESO nos dirán que el **punto de referencia** o **Sistema de Referencia** deben estar en **reposo** o en **Movimiento Rectilíneo y Uniforme (M.R.U)**.

En el caso de nuestro inquieto niño y considerando el punto de referencia la silla y padre incluido, podemos afirmar que:

- Cuando el niño se movía en la silla no hay movimiento. Su posición no cambia con respecto a la del padre.
- Cuando el niño se levanta y va de un sitio a otro, estando el padre en la misma posición, sí existe movimiento.

El estudio de la **posición** y del **Sistema de Referencia** es fundamental para el entendimiento del **MOVIMIENTO**.



1.1.- Posición y Sistema de referencia

Posición y Sistemas de Referencia

<http://cienciasjbosco.wordpress.com/2011/01/26/sistema-de-referencia-y-posicion/>

Posición y Sistemas de Referencia

http://www.wikillerato.org/Vector_posici%C3%B3n_de_un_punto_material_y_sistemas_de_referencia.html

Sistemas de Referencia

<http://mjfisica.blogspot.com/2011/03/que-es-un-sistema-de-referencia.html>

Sistemas de Referencia

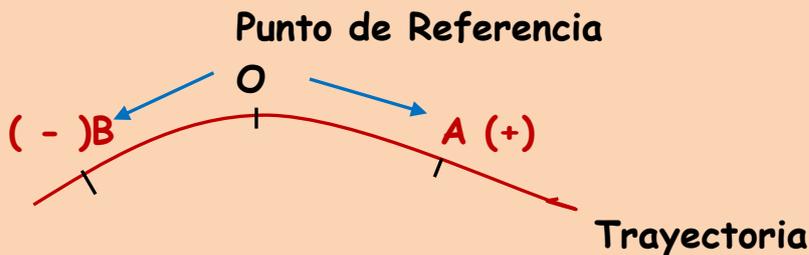
<http://eltamiz.com/2011/05/04/mecanica-clasica-i-sistemas-de-referencia/>

En Física, la **Posición** de un cuerpo y el **Punto o Sistema de referencia** están íntimamente ligados. La **Posición**, para quedar establecida necesita de un **Sistema de Referencia** y el **Sistema de Referencia** no tendría sentido si no es para establecer la **Posición**.

Video: Sistemas de Referencia

http://www.youtube.com/watch?v=gUtXz13P_cs

La forma más sencilla para establecer la **posición** del cuerpo es colocar el **punto de referencia** en el **posible camino** que va a recorrer el cuerpo (este camino recibirá más tarde el nombre de **TRAYECTORIA**):



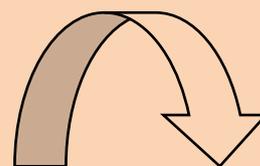
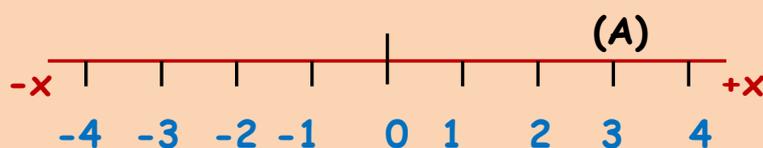
La posición A tiene **signo positivo** porque **se establece** que el desplazamiento **hacia la derecha** del punto de referencia es positivo.

El **criterio establecido** se manifiesta en el **signo negativo** de la posición del punto B . El criterio establecido es **arbitrario**, es decir, **podría haber sido al contrario**. Es importante recordar que una vez elegido un **criterio SIEMPRE** debemos **utilizarlo** para el estudio del movimiento.

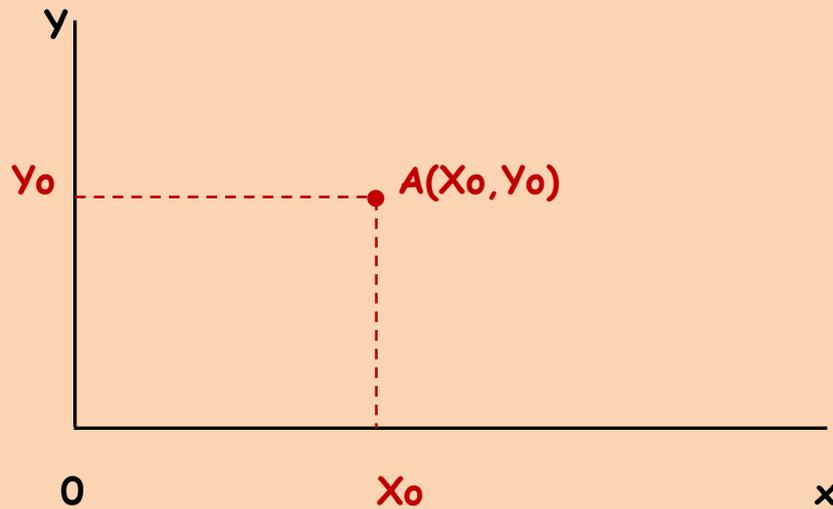
La **posición** también puede quedar establecida en unos **ejes de coordenadas**:

- a) De **una sola dimensión** (sobre una línea recta).
- b) De **dos dimensiones** (en un plano).

Sobre una línea recta:

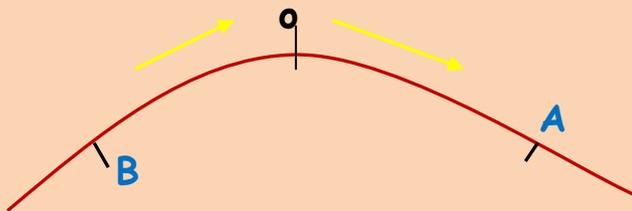


En unos ejes de coordenadas cartesianas:



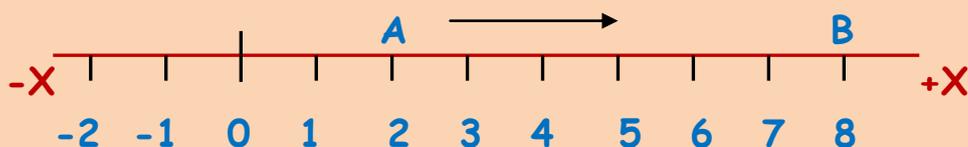
Establecida la **posición** y el **Sistema de Referencia**, el movimiento de un cuerpo podría ser:

Sobre el camino:



El movimiento consistiría en pasar de la posición **B** a la posición **A**.

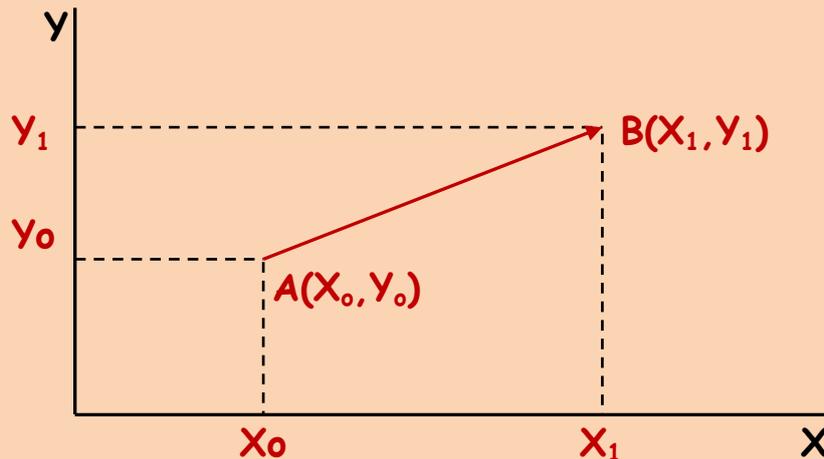
En una dimensión:



El movimiento podría consistir en pasar de la posición **A** a la posición **B**.

En dos dimensiones. En el plano:

Un cuerpo puede pasar de una posición **A** a otra **B**.



¿Cómo elegimos el sistema de referencia?

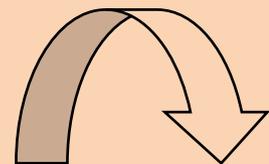
Veamos los videos obtenidos en Educaplus:

Video

<http://www.educaplus.org/play-237-Sistemas-de-referencia.html>

Video

http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/applets/Hwang/ntnujava/relativeVelocity/relativeVelocity_s.htm



El movimiento tiene un **sentido relativista**, es decir, el **punto** que tomamos como **referencia** o el **sistema de referencia** **¿están en reposo o en movimiento?**. En base a esta pregunta podemos establecer dos tipos de **Movimiento**:

- a) **Movimiento Absoluto.**- El **punto** o **sistema de referencia** están en **reposo**.
- b) **Movimiento Relativo.**- El **punto** o el **sistema de referencia** están en **movimiento**.

¿Existe el movimiento Absoluto?

Video: Relatividad del movimiento

<http://www.youtube.com/watch?v=kJ9t3rF8qmI>

Animación: Relatividad del movimiento.

http://www.educaplus.org/movi/1_1definicion.html

Video: Movimiento de rotación y traslación de la Tierra.

http://www.kalipedia.com/video/rotacion-traslacion-movimientos-tierra.html?x=20080414klpcnatun_1.Ves

Podríamos tomar como **Sistema de referencia** la **Tierra** pero ésta tiene un movimiento de **rotación** sobre sí misma y un movimiento de **traslación** alrededor del **Sol**. La **Tierra** no nos sirve como **sistema de referencia**. **¿Es entonces el Sol** nuestro **sistema de referencia?**. Tenemos un problema, el **Sol** es el centro de nuestra **Galaxia** pero las **galaxias** también están en **movimiento**.

Video: Movimiento de nuestra Galaxia.

<http://www.youtube.com/watch?v=TREsIOPS45Q>

El movimiento **Absoluto NO EXISTE**. ¿Cómo podemos entonces estudiar el movimiento?. El problema lo eliminamos estableciendo los **Sistemas de Referencia Inerciales**.

Para estudiar el **movimiento** es necesario considerar que en todos los casos se **describe respecto de un observador**, este observador está localizado en un **punto del espacio**, a este punto del espacio, se le **adiciona** otras propiedades como un **sistema de coordenadas**, una **escala de tiempo**. Así se constituye lo que se denomina un **Sistema de Referencia**. Este sistema de referencia puede ser de dos tipos:

- a) **Sistema de Referencia Inercial**.- El punto de referencia o sistema de referencia se encuentra en **reposo absoluto**.
- b) **Sistema de Referencia no Inercial**.- El punto de referencia o sistema de referencia están en **movimiento**.

En el universo **no existen punto fijos**, todo está en **movimiento**, para describir el movimiento respecto de la tierra, **se considera que la tierra es un sistema de referencia inercial**.

Laboratorio virtual: **Sistemas de referencia**

<http://www.educaplanet.org/play-237-Sistemas-de-referencia.html>

Mucho sobre todos los aspectos de la Cinemática.

<http://www.educaplanet.org/>

Applet de Cinemática. En el buscador escribir **CINEMÁTICA** y Pinchar **FÍSICA** y tenéis todo lo que queráis sobre Cinemática
http://www.educaplus.org/cat-29-p1-Movimientos_F%C3%ADsica.html

2.- Cinemática

Definición de Cinemática. Amplio estudio de los movimientos
http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/teoria/A_Franco/cinematica/cinematica.htm

Animaciones: Todo lo que queráis sobre Cinemática
<http://www.educaplus.org/movi/>

Definición de Cinemática
<http://es.thefreedictionary.com/cinem%C3%A1tica>

Establecida la Tierra como un **Sistema de Referencia Inercial** podemos continuar con el estudio del **Movimiento** de los cuerpos. Nos enmarcamos dentro de la **FÍSICA**, concretamente dentro de una gran rama de la misma que se llama **MECÁNICA**, que nos permite establecer la definición de **CINEMÁTICA**.

La **Cinemática** es la rama de la **Mecánica Clásica** que estudia las **leyes del movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que lo producen**.

Cuando escuchamos radiofónicamente un partido de balón cesto y el locutor nos dice que Pau Gasol ha lanzado el balón ¿hacia dónde lo lanzó? ¿a canasta? ¿a un defensa?. **No queda definido el movimiento del balón**. Todas estas preguntas nos obligan a clasificar las magnitudes en dos tipos:

a) **Magnitudes Escalares.**- Quedan definidas por la intensidad o módulo de la misma (valor que tiene).

b) **Magnitudes Vectoriales.**- Para quedar definidas necesitan:

1.- Intensidad o módulo

2.- Dirección

3.- Sentido

En el movimiento de los cuerpos intervienen un conjunto de magnitudes, como:

a) Espacio recorrido

b) Vector desplazamiento.- Vector que une el punto de partida y el punto de llegada. Punta de flecha en punto de llegada.

c) Tiempo empleado en el movimiento

d) Rapidez

e) Velocidad

Magnitudes

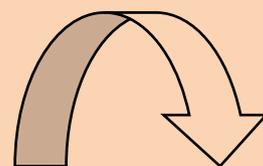
<http://magnitudesjavier.blogspot.com/2011/10/clases-de-magnitudes.html>

Magnitudes

<http://www.slideshare.net/talachacuantica/magnitudes-fisicas>

Magnitudes Escalares y Vectoriales

<http://www.fisicapractica.com/magnitudes.php>



3.- Rapidez y Velocidad

Rapidez y velocidad

http://www.cneq.unam.mx/cursos_diplomados/diplomados/basico/abasico092004/portafolios/movimiento/pag_conte/09_rapidez_velocidad.htm

Rapidez y velocidad

<http://fisicainteractiva.galeon.com/cine2.htm>

Rapidez y velocidad

<https://sites.google.com/site/timesolar/cinematica/rapidezvelocidad>

Rapidez y velocidad

http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/cinematica/cine21.htm

Video: Rapidez y velocidad

<http://www.youtube.com/watch?v=u24VOT6gEWI>

Video: Rapidez y Velocidad

<http://www.youtube.com/watch?v=2QnyCmYBSug>

Video: Rapidez y velocidad

<http://www.youtube.com/watch?v=dvd1Oydfiy8>

Seguimos estudiando el **movimiento** y nos surge la pregunta ¿por qué un caracol tiene movimientos más lentos que un gato?. La respuesta la tenemos en la relación **espacio/tiempo**. Si el caracol utiliza más tiempo que el gato para recorrer una

misma distancia la relación **espacio/tiempo** para el caracol es menor que la relación **espacio/tiempo** para el gato.

En **fórmula 1** solemos preguntar **¿Quién ha recorrido la vuelta más rápidamente? ¿Quién ha llevado mayor velocidad en la vuelta completa al circuito?**. Parece que estamos preguntando lo mismo y para un profano en **Cinemática** sería correcto, pero no es lo mismo **rapidez** que **velocidad**.

$$\text{Rapidez} = \frac{\text{longitud de la trayectoria seguida}}{\text{tiempo}} = \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

En donde Δ significa variación

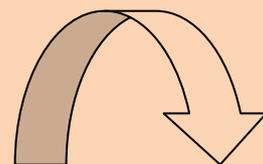
$$\text{Velocidad} = \frac{\text{módulo del vector desplazamiento}}{\text{Tiempo}} = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

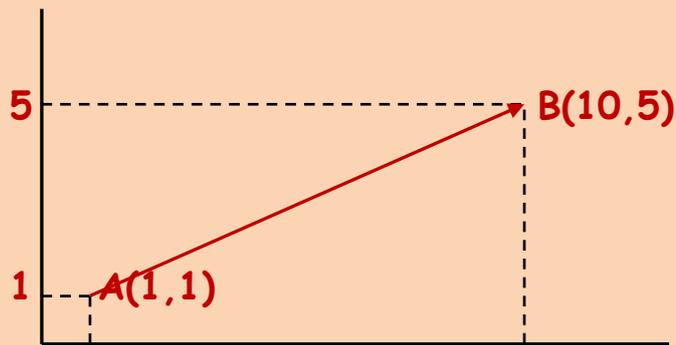
La **Rapidez** es una **magnitud escalar** y la **Velocidad** es una **magnitud vectorial**. La **rapidez** de un móvil y la **velocidad** de ese mismo móvil no tienen por qué coincidir.

Ejercicio resuelto

Pasamos del punto A(1,1) al punto B(10,5). Posiciones en metros. Determinar el vector desplazamiento y su módulo

Resolución





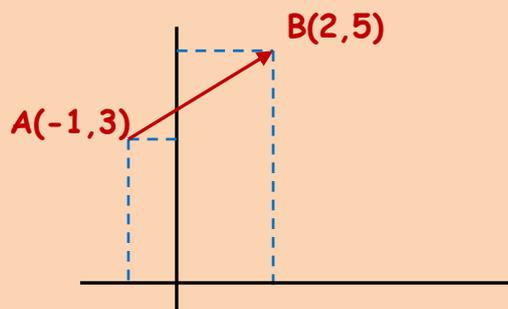
$$\vec{AB} = (10,5) - (1,1) = [(10 - 1), (5 - 1)] = (9,4)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(9)^2 + (4)^2} = \sqrt{81 + 16} = 9,84 \text{ m}$$

Ejemplo resuelto1

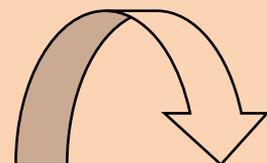
Las coordenadas de dos posiciones sucesivas de un móvil son $A(-1,3)$ y $B(2,5)$ expresadas en metros. Hallar el vector desplazamiento y su módulo.

Resolución



$$\vec{AB} = (2,5) - (-1,3) = [(2 - (-1)), (5 - 3)] = (3,2)$$

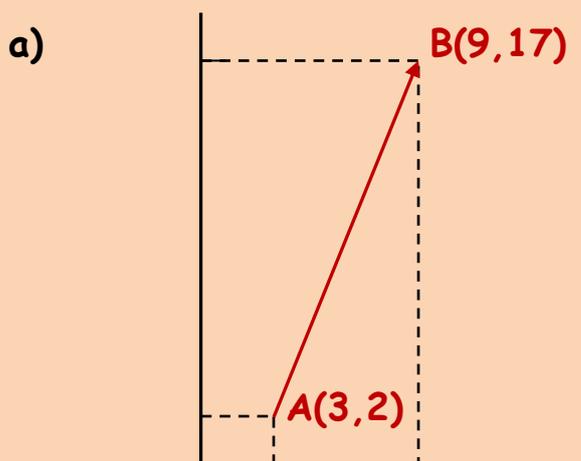
$$|\vec{AB}| = \sqrt{(3)^2 + (2)^2} = \sqrt{13} = 3,6 \text{ m}$$



Ejercicio resuelto2

Un objeto parte del punto A (3,2) y llega al punto B (9, 17) 20 segundos después. Calcular: a) El vector desplazamiento y su módulo, b) Velocidad que lleva el objeto.

Resolución



$$\vec{AB} = (9,17) - (3,2) = [(9 - 3) , (17 - 2)] = (6,15)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(6)^2 + (15)^2} = \sqrt{36 + 225} = \sqrt{261} = 16,15 \text{ m}$$

b)

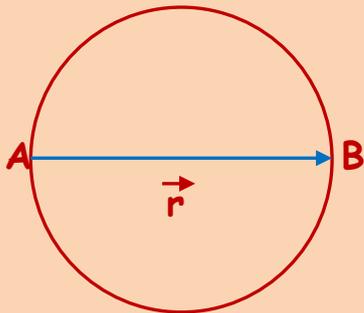
$$|\vec{V}| = \frac{|\Delta\vec{AB}|}{\Delta t} = \frac{16,15 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 0,80 \text{ m/s}$$

Ejemplo resuelto3

Un móvil describe una trayectoria semicircular, de radio 5 m, en un tiempo de 10 s. Determinar su rapidez y velocidad.

Solución

$$L_{\text{circunferencia}} = 2 \cdot \pi \cdot r$$



Δe_{AB} = mitad de la longitud de la circunferencia

$$\Delta e_{AB} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5}{2} = 15,7 \text{ m}$$

$$|\Delta \vec{r}| = \text{diámetro} = 2 \cdot r = 2 \cdot 5 = 10 \text{ m}$$

$$\text{Rapidez} = \Delta e_{AB} / \Delta t = 15,7 \text{ m} / 10 \text{ s} = 1,57 \text{ m/s}$$

$$\text{Velocidad} = |\Delta \vec{r}| / \Delta t = 10 \text{ m} / 10 \text{ s} = 1 \text{ m/s}$$

Ejercicio resuelto4

Un coche parte desde el punto kilométrico 33 de la N-IV. Una hora más tarde llega al kilómetro 110. Allí gira y se da la vuelta, encontrándose en el kilómetro 66 dos horas después de haber partido.

- Calcula el desplazamiento y el espacio recorrido y represéntalo en un dibujo.
- Calcula la velocidad y la rapidez media del coche en esas dos horas. ¿Coinciden? ¿Por qué?
- Calcula la velocidad en cada uno de los viajes, el de ida y el de vuelta.

Resolución

a)



$$|\vec{r}| = |\overrightarrow{AB}| = 66 \text{ Km} - 33 \text{ Km} = 33 \text{ Km}$$

$$\begin{aligned} \Delta x = \Delta e &= \overline{AC} + \overline{CB} = (110 - 33) + (110 - 66) = \\ &= 77 \text{ Km} + 44 \text{ Km} = 121 \text{ Km} \end{aligned}$$

b)

$$|\vec{V}| = \frac{|\overrightarrow{AB}|}{\Delta t} =$$

$$|\vec{V}| = \frac{|\overrightarrow{AB}|}{\Delta t} = \frac{33 \text{ Km}}{2 \text{ h}} = 16,5 \text{ Km/h}$$

$$\text{Rapidez} = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{121 \text{ Km}}{2 \text{ h}} = 60,5 \text{ Km/h}$$

No coinciden. La velocidad depende del módulo del vector desplazamiento y la rapidez del espacio recorrido. En el esquema se ve perfectamente que los valores son totalmente distintos a pesar de que el tiempo invertido sea el mismo.

c)

Viaje de ida:

$$|\vec{r}| = |\vec{AC}| = 110 \text{ Km} - 33 \text{ Km} = 77 \text{ Km}$$

$$t = 1 \text{ h}$$

$$|\vec{V}| = \frac{|\vec{AC}|}{\Delta t} = \frac{77 \text{ Km}}{1 \text{ h}} = 77 \text{ Km/h}$$

Viaje de vuelta:

$$|\vec{r}| = |\vec{CB}| = 66 \text{ Km} - 110 \text{ Km} = | - 44 \text{ Km}| = 44 \text{ Km}$$

$$|\vec{V}| = \frac{|\vec{CB}|}{\Delta t} = \frac{44 \text{ Km}}{(2 - 1) \text{ h}} = 44 \text{ Km/H}$$

Los módulos de cualquier magnitud siempre son positivos. El signo negativo viene establecido por el sistema de referencia.

La **rapidez** y **Velocidad** que hemos calculado en el ejercicio anterior son **Rapidez_{media}** y **Velocidad_{media}**. Es decir, son **medias aritméticas** ya que mantener una rapidez de **forma constante** o una velocidad de **forma constante**, es difícil **si la trayectoria no es una recta**. En una carretera los tramos de la misma no suelen ser todos rectos. Cuando decimos que hemos llevado una velocidad de **100 Km/h** en el desplazamiento entre dos ciudades nos referimos a **velocidad media**. En unos tramos hemos llevado una velocidad de **80**

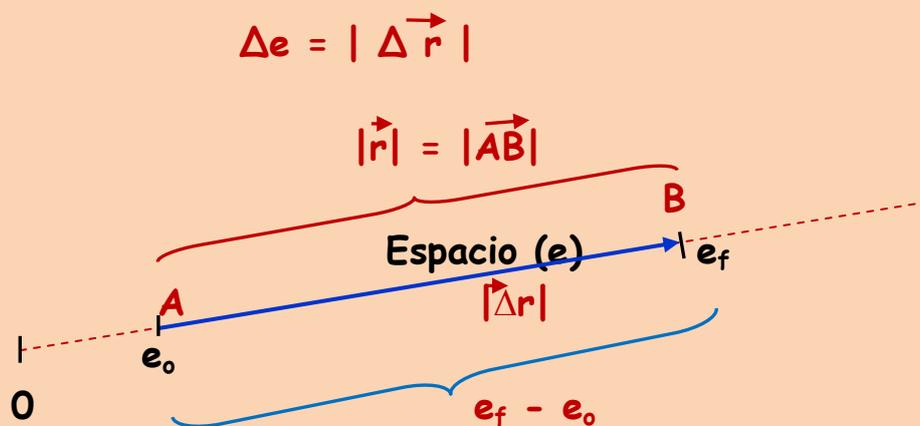
Km/h y en otros de 120 Km/h, la media aritmética de estas dos velocidades nos determina el valor de 100 Km/h. Veámoslo:

$$V_m = (V_o + V_f) / 2 = [(80 + 120) \text{ Km/h}] / 2 = 100 \text{ Km/h}$$

Cuando el intervalo de tiempo empleado en el movimiento es muy pequeño aparecen los conceptos de **Rapidez**_{Instantánea} y **Velocidad**_{Instantánea}.

En nuestro nivel **TRABAJAREMOS SIEMPRE CON RAPIDEZ_{MEDIA} Y VELOCIDAD_{MEDIA}**.

Cuando la trayectoria es una línea recta (**Movimiento Rectilíneo**) la **Rapidez** y la **Velocidad** son iguales puesto que:



Con esta condición podemos establecer una nueva ecuación de la velocidad:

$$V = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{e_f - e_o}{t_o - t_f}$$

Video: Resolución de un ejercicio sobre rapidez media y

velocidad media

<http://www.youtube.com/watch?v=f8ty8YasPGc>

3.1.- Unidades de Velocidad

En los ejemplos anteriores hemos puesto los resultados con las **unidades de la velocidad**. Hay que demostrar estas unidades y lo haremos mediante el **Cálculo Dimensional**.

Calcular la **ecuación de Dimensiones** de una magnitud consiste en poner las **magnitudes derivadas** en función de las **magnitudes fundamentales**.

Las magnitudes se pueden clasificar (Visto en 3º ESO) en:

- a) **Magnitudes Fundamentales**.- Quedan definidas por sí mismas (longitud, masa, tiempo).
- b) **Magnitudes Derivadas**.- Son aquellas que para quedar definidas **dependen de las fundamentales**. La velocidad ($V = e/t$) sería un ejemplo de **magnitud derivada** puesto que depende de **dos fundamentales**: el **espacio** y el **tiempo**.

<u>M. FUNDAMENTALES</u>	<u>SIMBOLO</u>	<u>UNIDAD EN</u>
<u>EL S.I.</u>		
Longitud	L	Metro (m)
Masa	M	Kilogramo (Kg)
Tiempo	T	Segundo (s)

S.I. = Sistema Internacional de Unidades

Calculemos la **Ecuación de dimensiones** de la **Velocidad**:

$$V = \text{longitud}/\text{tiempo}$$

$$[V] = \frac{[\text{longitud}]}{[\text{tiempo}]}$$

Longitud \rightarrow magnitud fundamental \rightarrow L

Tiempo \rightarrow magnitud fundamental \rightarrow T

$$[V] = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$$

Esta ecuación de dimensiones nos dice que la **unidad de velocidad** es el **producto** de una **unidad de longitud** por una **unidad de tiempo** elevado a (-1).

En las ecuaciones de dimensiones **no existen denominadores** razón por la cual el **tiempo** ha sido pasado al numerador.

<u>MAGNITUD</u>	<u>UNIDAD EN EL S.I.</u>
-----------------	--------------------------

Velocidad	m / s = m . s ⁻¹
-----------	-----------------------------

Por criterio, en las unidades de una magnitud no deben existir denominadores. También se utiliza **m/s**.

En general podemos decir que el cociente entre una **unidad de longitud** y una **unidad de tiempo**, constituye una **unidad de**

velocidad. En España utilizamos como unidad de velocidad el **Km/h** ($\text{Km} \cdot \text{h}^{-1}$), en Gran Bretaña la **milla/h** ($\text{milla} \cdot \text{h}^{-1}$).

Problema resuelto5

Realiza los siguientes cambios de unidad de velocidad:

- a) 90 km/h a m/s
- b) 30 m/s a km/h
- c) 120 km/h a m/s
- d) 1 m/s a Km/h

Resolución

Utilizaré la cuestión a) para explicar el **MÉTODO DE FACTOR DE CONVERSIÓN** para las transformaciones de unidades.

a) 90 Km/h \rightarrow m/s

Según lo propuesto debemos hacer dos transformaciones de unidades: de espacio o longitud (**Km \rightarrow m**) y de tiempo (**h \rightarrow s**). Pondremos en primer lugar el valor y la unida que queremos transformar a la cual le añadimos un quebrado:



Trabajaremos primero con la **longitud**. Como el **Km** está en el 1^{er} quebrado en el **numerador** deberemos ponerlo en el 2^o quebrado en el **denominador** para que el **km** quede eliminado matemáticamente. El "**m**" lo pondremos en el numerador:

$$90 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{Km}}$$

↓
↓
 1^{er} quebrado 2^o quebrado

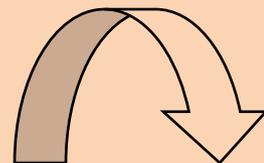
Recordemos que **1 Km = 1000 m** y lo llevamos al planteamiento anterior:

$$90 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}}$$

↓
↓
 1^{er} quebrado 2^o quebrado

Observamos que el **Km** ya ha desaparecido de la expresión y aparece el **metro** que es lo que queremos.

Pasamos a transformar el **tiempo** y para ello introducimos un 3^{er} quebrado:

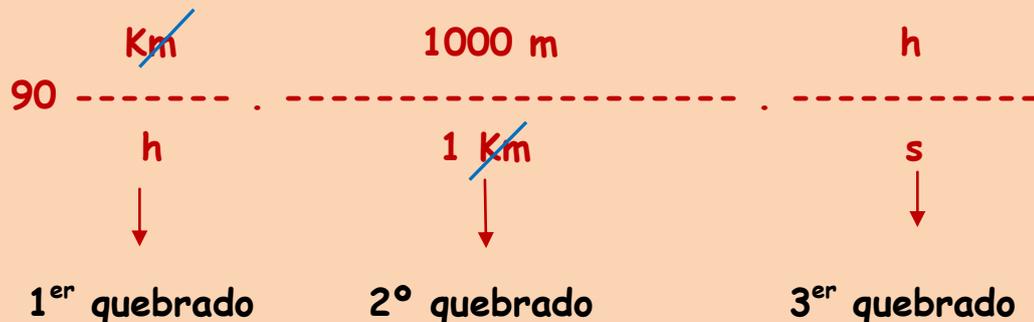


ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.quimizencia.es



Como la **hora** está en el **denominador** del 1^{er} quebrado deberemos ponerla en el **numerador** del 3^{er} quebrado y el **segundo** lo pondremos en el **denominador**:



Recordemos que **1 h = 3600 s** y llevamos esta equivalencia al planteamiento anterior:



Las **horas** se marchan y aparecen los **segundos**, el resultado quedaría de la forma:

$$\frac{90 \cdot 1000}{3600} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \text{ m/s} =$$

$$= 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) 30 m/s → Km/h

$$30 \cdot \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{1 \text{ Km}}{1000 \cancel{\text{m}}} \cdot \frac{3600 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ h}} =$$

$$= 108 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$$

c) 120 Km/h → m/s

$$120 \cdot \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} =$$

$$= 33,33 \text{ m/s} = 33,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

d) 1 m/s → Km/h

$$1 \cdot \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{1 \text{ Km}}{1000 \cancel{\text{m}}} \cdot \frac{3600 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ h}} = 3,6 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

$$= 3,6 \text{ Km/h} = 3,6 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Problema resuelto6

Ordena de mayor a menor las siguientes cantidades:
12 km/h; 3,5 m/s; 0,19 km/min.

Resolución

Pasaremos todas las unidades al Sistema Internacional ($m \cdot s^{-1}$). Utilizaremos el método del "Factor de Conversión":

$$12 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 3,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$3,5 \text{ m/s} \rightarrow 3,5 \text{ m/s}$$

$$0,19 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 3,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$3,5 \text{ m/s} > 12 \text{ Km/h} > 0,19 \text{ Km/min}$$

Problema resuelto7

¿Cuántos m/s son 72 km/h? ¿Cuántos km/h son 30 m/s?

Resolución

$$1. - 72 \text{ Km/h} \rightarrow \text{m/s}$$

$$72 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2.- 30 m/s → Km/h

$$30 \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{1 \text{ Km}}{1000 \cancel{\text{m}}} \cdot \frac{3600 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ h}} = 108 \text{ Km/h}$$

4.- Recomendaciones para la resolución de ejercicios.

¿Cómo plantearnos la solución de un problema?

Acabamos de realizar dos problemas. Un problema es el relato de un fenómeno que se está realizando o se puede realizar en la Naturaleza. Tenemos que ser capaces, con nuestra imaginación, de meternos virtualmente donde se está realizando el fenómeno y hacernos partícipes del mismo. Podríamos ser el conductor del móvil y saber actuar en función de los acontecimientos. Esta actuación implica:

- a) Conocimiento **teórico** del tema.
- b) Hacer preguntas al ejercicio, tales como:
 - 1.- ¿Haz recorrido un espacio inicial?
 - 2.- ¿Partes del reposo?
 - 3.- ¿Es un M.R.U o M.R.U.A?

Estas preguntas seguro que te las contesta la redacción del problema.

- c) Una vez te has situado **realiza un croquis** del fenómeno que se está realizando.
- d) **Explícale** al profesor **todo lo que estás haciendo**. No te limites a **poner fórmulas y hacer operaciones matemáticas**. Puede ser que el resultado del ejercicio

esté bien pero el profesor no comprenda como has llegado a él y puede anularte el problema o bien te llamará para que se lo expliques (esto no suele ser muy común).

5.- Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U)

Video: **Movimiento Rectilíneo**

http://www.youtube.com/watch?v=hqkQDcNQs_U

Veamos algunos ejemplos de movimientos rectilíneos:

Para estudiar un movimiento lo primero que debemos establecer es la **ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO**. Que tiene una expresión de la forma:

$$e = f (t) [1]$$

[1] Valor del espacio recorrido en función del tiempo

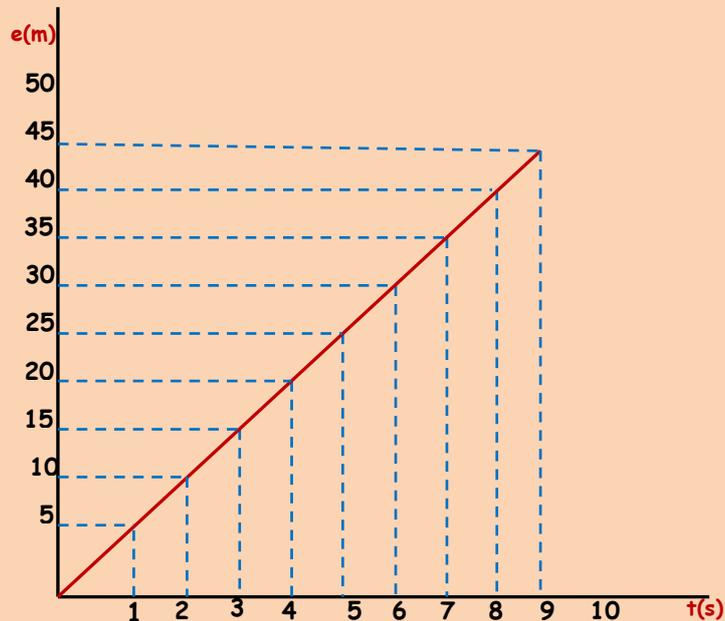
Que nos viene a decir que: **la posición que ocupa un cuerpo o el espacio recorrido por dicho cuerpo, respecto al Sistema de Referencia, depende del tiempo.**

Realicemos el estudio del movimiento de un móvil:

Nos hemos puesto manos al volante, hemos tomado nota y obtenemos la tabla siguiente:

Posición(m)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

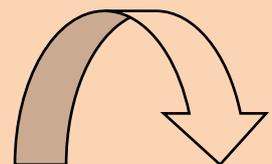
Si llevamos estos valores a unos ejes de coordenadas $e - t$, tenemos:



Obtenemos una **recta** que pasa por el origen de coordenadas. Esta recta tiene una expresión matemática de la forma:

$$e = K \cdot t$$

K es una constante (valor de una magnitud que permanece invariable a lo largo de todo el movimiento). Para determinar la naturaleza de **K** volveremos a la tabla de valores de la gráfica anterior y calcularemos el valor de la **velocidad**:



Si utilizamos la ecuación $V = \Delta e / \Delta t = (e_f - e_o) / t_f - t_o$ obtenemos la misma constancia en el valor de la **velocidad**:

INTERVA. ESPACIO INTERVA. TIEMPO VELOCIDAD(m.s⁻¹)

[5 - 0]	[1 - 0]	5
[10 - 5]	[2 - 1]	5
[15 - 10]	[3 - 2]	5
[20 - 15]	[4 - 3]	5
[25 - 20]	[5 - 4]	5
[30 - 25]	[6 - 5]	5
[35 - 30]	[7 - 6]	5
[40 - 35]	[8 - 7]	5
[45 - 40]	[9 - 8]	5

Posición(m)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V (m.s⁻¹)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

[1]

[1] Existe una contradicción entre la gráfica $e - t$ y los valores de la **velocidad**. En la gráfica $e - t$ consta que **partimos del reposo** lo que implica una **velocidad inicial nula**. En la tabla de velocidad para $t = 0$ la velocidad es de **5 m/s**. Es cierto que partimos del reposo y por tanto la velocidad

inicial es igual a **cero** pero el **tiempo** para conseguir la velocidad de 5 m/s es **muy pequeño** y podemos dar a la **velocidad inicial** el valor del cuadro, es decir, **5 m/s**.

Como observamos que es la **velocidad** la magnitud que permanece **constante** y la ecuación ($e = K \cdot t$) la podríamos escribir de la forma:

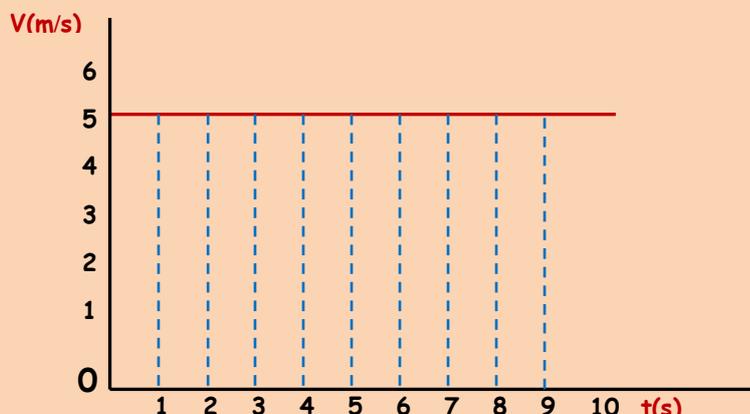
$$e = V \cdot t$$

Hemos establecido el **MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME** (M.R.U).

Rectilíneo porque la **trayectoria** es una **línea recta** (el valor del espacio recorrido es igual al módulo del vector desplazamiento) y **Uniforme** porque la velocidad permanece constante.

En base a estos cálculos podemos definir el **M.R.U** como el movimiento que a intervalos iguales de tiempo se recorren espacios iguales.

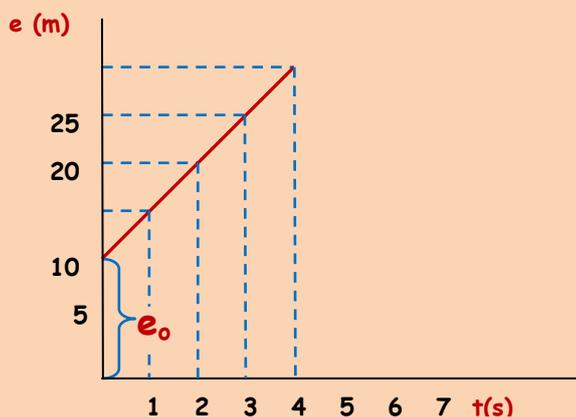
La gráfica **V - t** quedaría de la forma:



Puede ocurrir que cuando empezamos a contabilizar el movimiento el **móvil** haya recorrido un **espacio inicial** (e_0). Por ejemplo:

Espacio(m)	10	15	20	25	30	35
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5

La gráfica $e - t$ quedaría de la forma:



La recta obtenida obedece matemáticamente a la ecuación:

$$e = e_0 + v \cdot t$$

La ecuación anterior se podía haber obtenido de la ecuación de velocidad:

$$V = \frac{(e_f - e_0)}{(t_f - t_0)}$$

Si quitamos denominadores nos queda:

$$V \cdot (t_f - t_0) = (e_f - e_0)$$

Si $t_0 = 0$ (el origen del tiempo coincide con el inicio del movimiento):

$$V \cdot t_f = e_f - e_0$$

Despejamos e_f y nos queda:

$$e_f = e_0 + V \cdot t_f$$

t_f = tiempo empleado en el movimiento = t

$$e_f = e_0 + V \cdot t$$

Hagamos un resumen de las ecuaciones del M.R.U.:

$$e = e_0 + V \cdot t \quad (1)$$

Si $e_0 = 0$ (no hay espacio inicial recorrido antes de empezar a estudiar el movimiento), nos vamos a la ecuación (1), nos queda:

$$e = V \cdot t \quad (2)$$

De la ecuación (2), trabajando matemáticamente obtenemos:

$$V = e / t \quad \text{y} \quad t = e / V$$

Ejercicio resuelto8

Un atleta corre los 100 m en 10 s y un nadador los nada en 54 s. Calcular las velocidades medias de cada uno.

Resolución

$$\begin{aligned} \text{Atleta} \rightarrow V_m &= e_{\text{total}}/t_{\text{total}} = 100 \text{ m} / 10 \text{ s} = \\ &= 10 \text{ m/s} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nadador} \rightarrow V_m &= e_{\text{total}}/t_{\text{total}} = 100 \text{ m} / 54 \text{ s} = \\ &= 1,85 \text{ m/s} = 1,85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Ejercicio resultado9

Un ciclista parte de cierto lugar y, después de avanzar con una velocidad constante de 45 km/h durante media hora, descansa 10 minutos y vuelve al punto de partida. El regreso lo realiza con velocidad también constante, pero emplea 45 minutos. Representa la gráfica e - t y v - t desde que sale hasta que regresa.

Resolución

Datos

Unidades al S.I.:

Primer tramo:

$$V = 45 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 12,5 \text{ m/s}$$

$$t = 0'5 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 1800 \text{ s}$$

$$e_1 = v_1 \cdot t_1 = 12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1800 \text{ s} = 22500 \text{ m}$$

Segundo tramo: $V = 0$ (descansa)

$$t = 10 \text{ minutos} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 600 \text{ s}$$

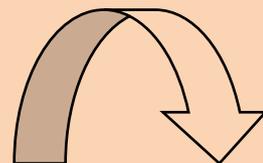
$e_2 = 0$ (está descansando)

Tercer tramo: $V = \text{¿?}$

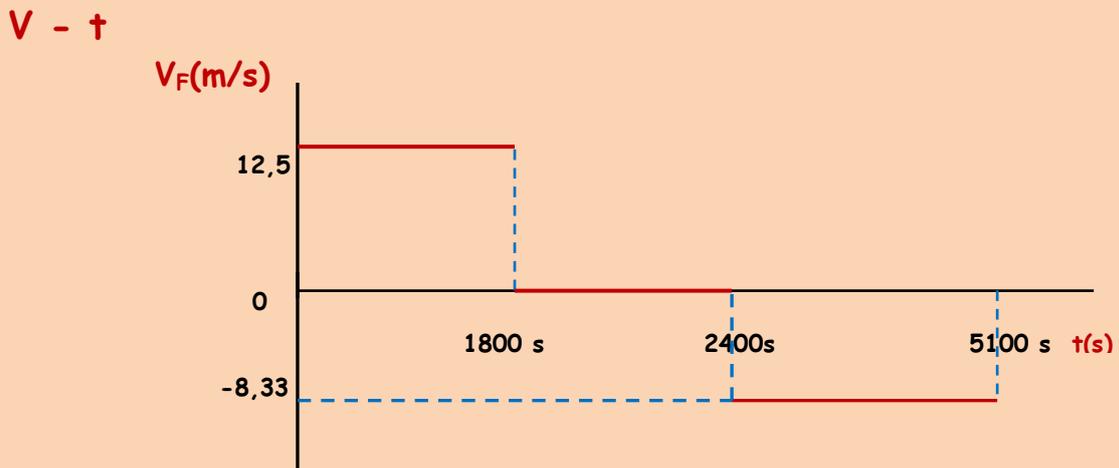
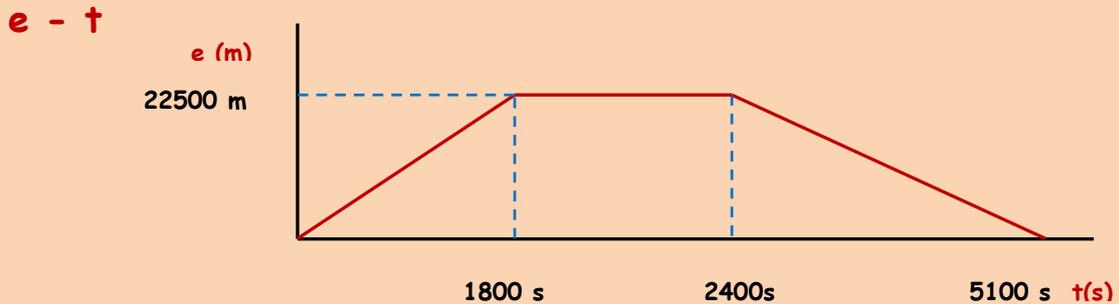
$$t = 45 \text{ minutos} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2700 \text{ s}$$

Como regresa al punto de partida, debe recorrer los **22500 m** iniciales en sentido contrario, por tanto, su velocidad de regreso es negativa pero con un módulo positivo:

$$V = e/t = 22500 \text{ m} / 2700 \text{ s} = - 8,33 \text{ m/s}$$



Las gráficas serán por tanto:



Ejercicio resuelto10

Sobre una recta se desplazan dos móviles con velocidad constante. El primer se desplaza hacia el segundo con velocidad de 4 m/s; el segundo sale hacia el primero 6 s más tarde y con la misma velocidad. Si la distancia que los separa inicialmente es de 80 m, ¿en qué instante se cruzarán?

Resolución

Se trata de dos M.R.U., por tanto: $e = v \cdot t$

$$4\text{m/s} \rightarrow \quad \leftarrow 4 \text{ m/s} \quad e_A = V_A \cdot t_A \rightarrow e_A = 4 \cdot t_A \quad (1)$$

$$\begin{array}{c}
 \text{A} \xrightarrow{\hspace{10em}} \text{B} \\
 \xleftarrow{80 \text{ m}} \xrightarrow{\hspace{10em}}
 \end{array}
 \quad e_B = V_B \cdot t_B \rightarrow e_B = 4 \cdot t_B \quad (2)$$

Como B sale **6 segundos después que A** $\rightarrow t_B = t_A - 6$

Además, el espacio total que les separa es de **80 m**, luego:

$$e_A + e_B = 80 \quad (3)$$

Llevando a (3) las ecuaciones (1) y (2), nos queda:

$$4 \cdot t_A + 4 \cdot t_B = 80 \quad ; \quad 4 \cdot t_A + 4 \cdot (t_A - 6) = 80$$

$$4 \cdot t_A + 4 \cdot t_A - 24 = 80$$

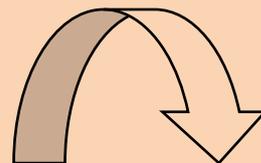
$$8 \cdot t_A = 104$$

$$t_A = 104/8 = 13 \text{ s} \rightarrow t_B = 13 - 6 = 7 \text{ s}$$

La distancia recorrida por cada uno será:

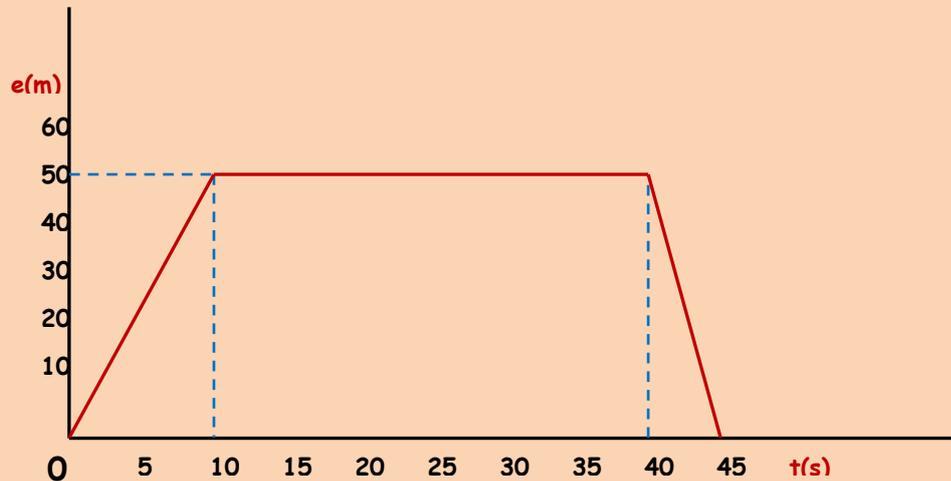
$$e_A = V_A \cdot t_A = 4 \text{ m/s} \cdot 13 \text{ s} = 52 \text{ m}$$

$$e_B = V_B \cdot t_B = 4 \text{ m/s} \cdot 7 \text{ s} = 28 \text{ m}$$



Ejercicio resuelto11

Interpretar la siguiente gráfica s/t y calcula la velocidad del móvil en cada tramo.



Resolución

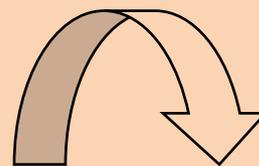
La gráfica representa el movimiento de un cuerpo que tiene lugar en tres tramos:

Tramo I: Cuando en la gráfica $e - t$ tenemos una línea recta la **velocidad es constante** \rightarrow **M.R.U.**:

En 10 s recorre 50 m, por tanto:

$$V_1 = e/t = 50 \text{ m} / 10 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$$

Tramo II: el cuerpo permanece parado durante 30 s a 50 metros del origen con una velocidad $V_2 = 0$ (permanece parado)



Tramo III: Vuelve al punto de origen por lo que el sentido del desplazamiento es negativo y por lo tanto su velocidad también lo es. Se trata de M.R.U.:

El cuerpo regresa al origen en 5 s:

$$V_3 = e/t = 50 \text{ m} / 5 \text{ s} = - 10 \text{ m/s}$$

El signo negativo nos indica que el sentido del desplazamiento es el opuesto al inicial pero el módulo de la velocidad es positivo, es decir, regresa al punto de partida con una velocidad de 10 m/s.

Ejercicio resuelto12

Un coche se desplaza a una velocidad de 50 Km por hora.
¿Cuánto tardará en hacer un recorrido de 650 m?

Resolución

Cambio de unidades al S.I.:

$$V = 50 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 13,88 \text{ m/s}$$

$$e = 600 \text{ m}$$

Se trata de un MRU:

$$t = e/v = \frac{600 \cancel{\text{m}}}{13,88 \cancel{\text{m/s}}} = 43,23 \text{ s}$$

Ejercicio resuelto13

Una bicicleta recorre 60 Km en 2 horas. ¿Cuál es su velocidad?

Resolución

Cambio de unidades al S.I.:

$$60 \text{ Km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} = 60000 \text{ m}$$

$$2 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 7200 \text{ s}$$

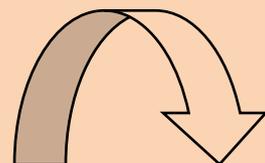
Se trata de un MRU:

$$V = \frac{e}{t} = \frac{60000 \text{ m}}{7200 \text{ s}} = 8,33 \text{ m/s}$$

Ejercicio resuelto14

¿Cuánto tarda un coche que circula a 60 km/h en recorrer 15 km?

Resolución



Cambio de unidades:

$$V = 60 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 16,7 \text{ m/s}$$

$$15 \text{ Km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} = 15000 \text{ m}$$

La velocidad permanece constante por lo que el movimiento es MRU.

$$V = \frac{e}{t} \rightarrow t = \frac{e}{V} = \frac{15000 \text{ m}}{16,7 \text{ m/s}} = 2238,8 \text{ s}$$

$$2238,8 \text{ s} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 37,31 \text{ min}$$

Ejercicio resuelto15

Dibuja la gráfica del movimiento de un coche que va a 15 m/s durante 10 minutos.

Resolución

Cambio de unidades:

$$10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 600 \text{ s}$$

La $V = \text{const.} \rightarrow \text{MRU}$

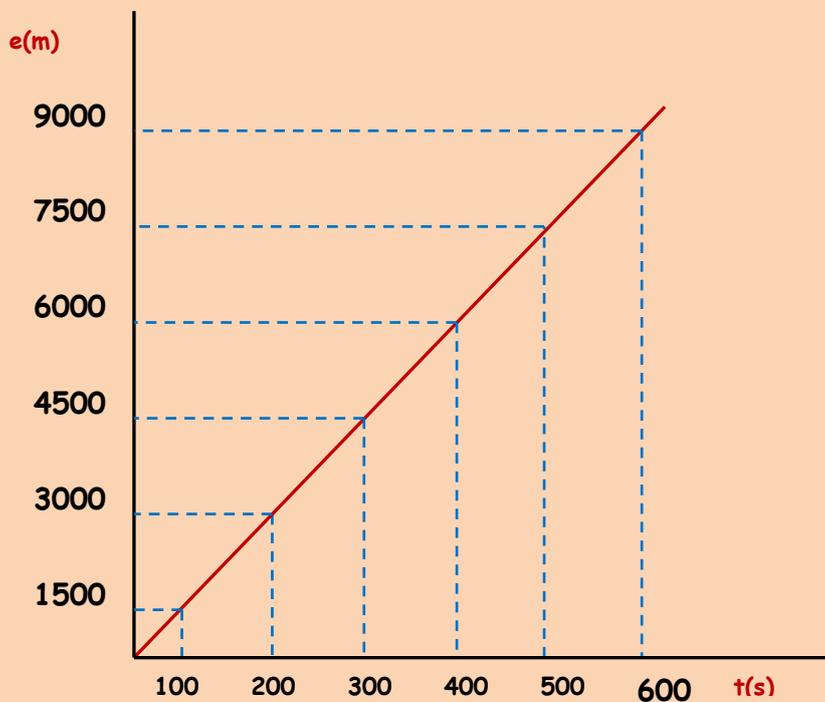
Se refiere a la gráfica $e - t$.

Debemos conocer las posiciones que ocupa el móvil en función del tiempo. Para ello utilizaremos la ecuación:

$$e = V \cdot t$$

Obtengamos la tabla de valores:

Velocidad (m/s)	15	15	15	15	15	15
Tiempo (s)	100	200	300	400	500	600
Posición (m)	1500	3000	4500	6000	7500	9000



Ejercicio resuelto16

Haz la gráfica espacio-tiempo y de un móvil que se desplaza con una velocidad constante de 3 m/s.

Resolución

Tenemos que establecer una tabla de valores en donde se refleje el espacio recorrido para un tiempo determinado. Se trata de un M.R.U. La ecuación para conocer el espacio es:

$$e = e_0 + V \cdot t$$

Supondremos que el origen de los tiempos coincide con el origen de los espacios; es decir; $t_0 = 0$; $e_0 = 0$. La ecuación anterior nos quedaría de la forma:

$$e = V \cdot t$$

La tabla quedaría de la forma:

$$e_1 = 3 \text{ m/s} \cdot 0 \text{ s} = 0 \text{ m}$$

$$e_2 = 3 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} = 3 \text{ m}$$

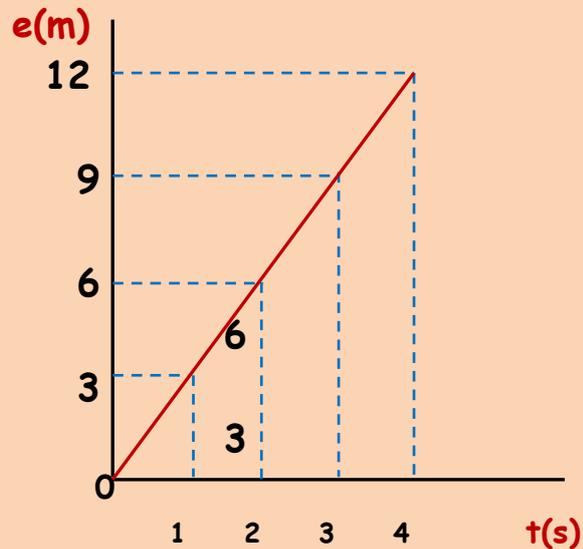
$$e_3 = 3 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} = 6 \text{ m}$$

$$e_4 = 3 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} = 9 \text{ m}$$

$$e_5 = 3 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} = 15 \text{ m}$$

Tiempo (s)	0	1	2	3	4
Espacio (m)	0	3	6	9	12

La gráfica $e - t$:



Ejercicio resuelto17

Un coche sale de Ayalde hacia Bilbao a 54 km/h de velocidad constante. Al mismo tiempo sale desde Bilbao hacia Ayalde otro coche a velocidad constante de 72 km/h. Si entre Bilbao y Ayalde hay 8 km ¿A qué distancia de Bilbao se encontrarían? Resuelve el problema gráficamente.

Resolución

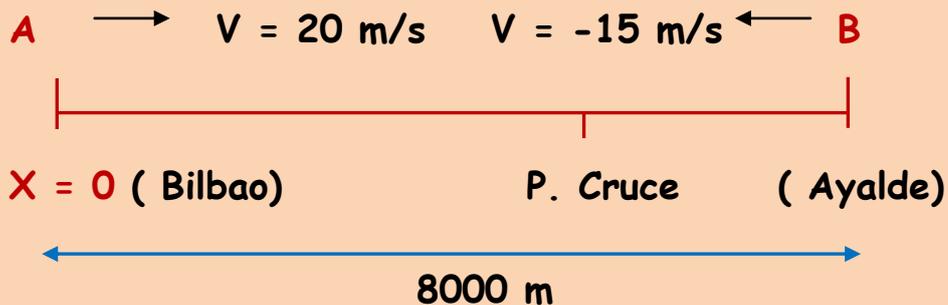
Pasaremos todas las unidades al Sistema Internacional:

$$54 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

$$72 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

$$8 \text{ Km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} = 8000 \text{ m}$$

Establezcamos el Sistema de Referencia:



El problema debemos resolverlo gráficamente. El movimiento de los dos móviles es M.R.U, las gráficas $e - t$ serán dos líneas rectas que se cortarán en un punto que es precisamente el punto de cruce de los dos móviles.

Para calcular las dos gráficas procederemos:

- a) Calcularemos el tiempo que tarda **A** en recorrer los **8000 m** (e_A)

$$\text{Móvil A: } e_{0A} = 0 ; V_A = 20 \text{ m/s.}$$

$$e_A = e_{0A} + V_A \cdot t_A ; e_{0A} = 0 ;$$

$$e_A = V_A \cdot t_A ; e_A = 20 \cdot t_A$$

$$t_A = e_A / 20 \text{ m/s} = 8000 \text{ m} / (20 \text{ m/s}) = 400 \text{ s} \rightarrow$$

→ en recorrer los 8000 m

- b) Calcularemos el tiempo que tarda el móvil **B** en llegar al Sistema de Referencia ($X = 0$)

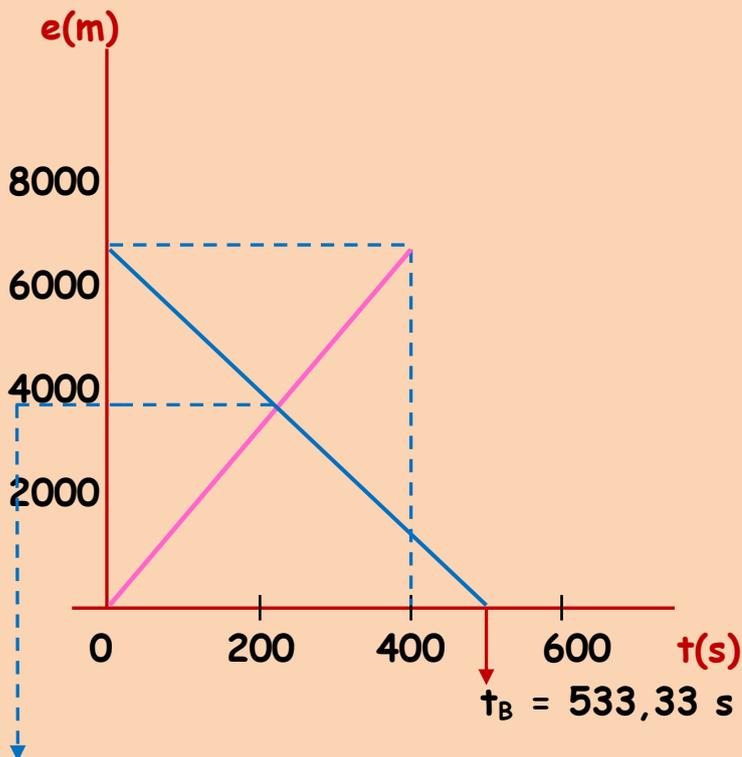
Móvil B: $e_B = 0$; $V_B = -15$ m/s ; $e_{OB} = 8000$ m

$$e_B = e_{OB} + V_B \cdot t_B$$

$$0 = 8000 + (-15) \cdot t_B \quad ; \quad 15 t_B = 8000$$

$$t_B = 8000 \text{ m} / (15 \text{ m/s}) \rightarrow t_B = 533,33 \text{ s en recorrer los } 8000 \text{ m}$$

Vamos a confeccionar la gráfica $e - t$, que servirá para los dos móviles:



Punto de cruce que yo le daría un valor entre **4500 m - 5000 m**.

La gráfica no es muy exacta y no podemos precisar el punto de cruce.

$$15 t_B = 8000 - e_A$$

$$t_B = \frac{8000 - e_A}{15} \quad (2)$$

Los tiempos invertidos por los dos móviles en llegar al punto de encuentro es exactamente el mismo:

$$t_A = t_B$$

Iguando (1) y (2):

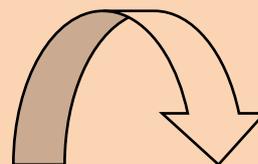
$$\frac{e_A}{20} = \frac{(8000 - e_A)}{15}$$

$$15 \cdot e_A = 20 \cdot (8000 - e_A)$$

$$15 e_A = 160000 - 20 e_A \quad ; \quad 15 e_A + 20 e_A = 160000$$

$$35 e_A = 160000 \quad ; \quad e_A = \frac{160000}{35} = 4571,4 \text{ m (S.I.)}$$

El encuentro se cumple a **4571,4 m** de la posición inicial del móvil A. Resultado que está de acuerdo con el establecido en la resolución gráfica.



Ejercicio resuelto18

Dos coches, A y B, parten al encuentro desde dos ciudades separadas por una distancia de 100 km. Si el primero viaja a una velocidad de 70 km/h y el segundo a 50 km/h, calcula en qué lugar e instante se encuentran.

Resolución

Cambio de unidades:

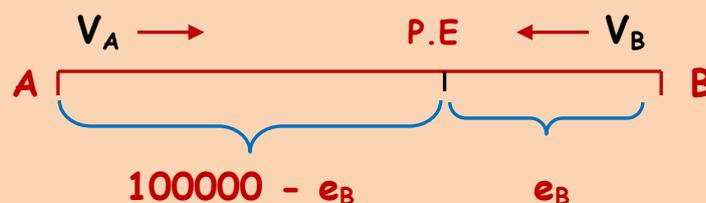
$$70 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 19,44 \text{ m/s}$$

$$50 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 13,9 \text{ m/s}$$

$$100 \text{ Km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} = 100000 \text{ m}$$

Croquis:

Como V_A es mayor que V_B el punto de encuentro tendrá lugar más cerca de B que de A.



Los tiempos empleados por los móviles para llegar al punto de encuentro son exactamente iguales:

$$t_A = t_B$$

Móvil A:

$$V_A = \frac{e_A}{t_A} ; t_A = \frac{100000 - e_B}{19,44} \quad (1)$$

Móvil B:

$$V_B = \frac{e_B}{t_B} ; t_B = \frac{e_B}{13,9} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2):

$$\frac{100000 - e_B}{19,44} = \frac{e_B}{13,9}$$

$$13,9 \cdot (100000 - e_B) = 19,44 \cdot e_B$$

$$1390000 - 13,9 e_B = 19,44 \cdot e_B$$

$$1390000 = 19,44 e_B + 13,9 e_B ; 33,34 e_B = 1390000$$

$$e_B = \frac{1390000}{33,34} = 41691,6 \text{ m (S.I.)}$$

$$e_A = 100000 - e_B = 100000 - 41691,6 = 58308,4 \text{ m}$$

Se encuentran a 41691,6 m de B y 58308,4 m de A.

El tiempo de encuentro lo podemos conocer tanto por (1) como con (2):

$$t_B = \frac{e_B}{V_B} = \frac{41691,6}{13,9} = 2999,39 \text{ s}$$

$$2999,39 \text{ s} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 49,98 \text{ min}$$

Ejercicio resuelto19

Los móviles del ejercicio anterior se encuentran en el punto de partida de la competición. El móvil B parte con velocidad constante y 5 minutos después el móvil A sale a su encuentro. Determinar el lugar y el tiempo empleado en el cruce de los móviles.

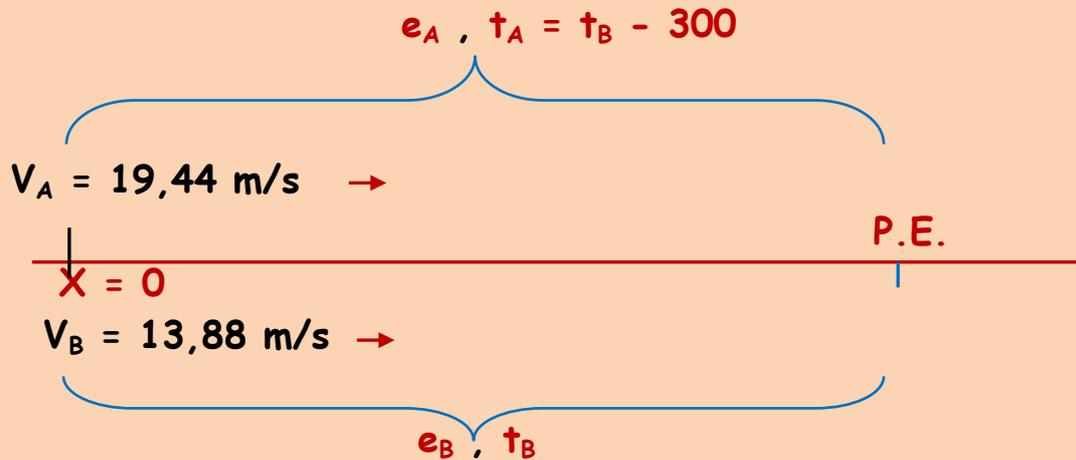
Resolución

$$V_A = 19,44 \text{ m/s}$$

$$V_B = 13,88 \text{ m/s}$$

$$5 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 300 \text{ s}$$

Establezcamos el Sistema de Referencia:



Los espacios a recorrer son iguales se diferencian en el tiempo empleado en recorrerlos:

$$e_A = e_B$$

$$e_A = V_A \cdot t_A = V_A (t_B - 300)$$

$$e_B = V_B \cdot t_B$$

Igualando los miembros de la derecha de ambas ecuaciones cumplimos que:

$$e_A = e_B$$

$$V_A \cdot (t_B - 300) = V_B \cdot t_B$$

$$19,44 (t_B - 300) = 13,88 \cdot t_B$$

$$19,44 t_B - 5832 = 13,88 t_B$$

$$19,44 t_B - 13,88 t_B = 5832$$

$$t_B = 5832/5,56 = 1048,9 \text{ s}$$

Se encuentran **1048,9 s** después de iniciado el móvil B su movimiento y a la derecha de este.

Los espacios recorridos por ambos deben ser iguales:

$$e_A = V_A \cdot (t_B - 300) = 19,44 \text{ m/s} \cdot (1048,9 - 300) \text{ s} = \\ = 14559,02 \text{ m}$$

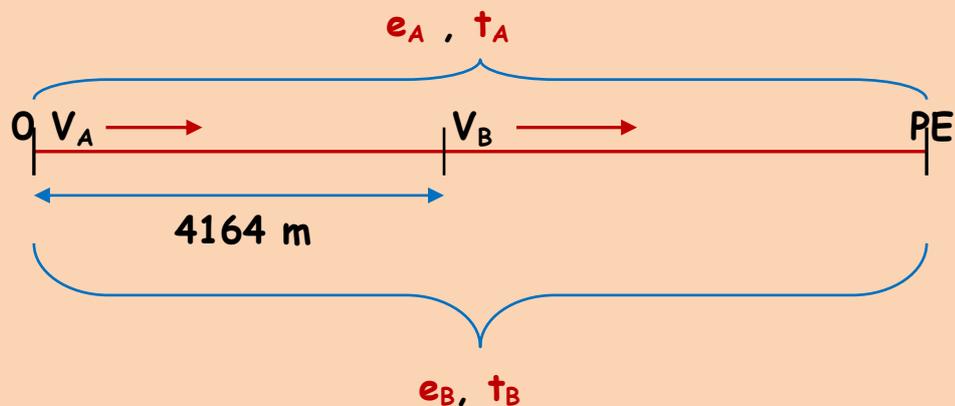
$$e_B = V_B \cdot t_B = 13,88 \text{ m/s} \cdot 1048,9 \text{ s} = 14558,7 \text{ m}$$

Se encuentran a la derecha del punto de referencia y a una distancia de **14559,02 m**.

Ejercicio resuelto20

Los móviles del ejercicio anterior se encuentran el B a una distancia de 4164 m del punto de partida. El móvil A se encuentra en el punto de partida. Determinar donde y cuando se encontrarán.

Resolución



El móvil B para llegar a su punto de partida debe haber recorrido anteriormente 4164 m y para ello emplea un tiempo:

$$t = \frac{e}{V} = \frac{4164 \text{ m}}{13,88 \text{ m/s}} = 300 \text{ s (S.I.)}$$

El espacio recorrido por A:

$$e_A = V_A \cdot t_A = 19,44 \text{ m/s} \cdot t_A$$

El espacio recorrido por B respecto al punto de salida es:

$$e_B = V_B \cdot t_B$$

Existe una diferencia de 300 s de B con respecto a A lo que implica que:

$$t_B = t_A + 300$$

Podemos igualar los espacios recorridos puesto que el desfase existentes entre los dos móviles ya está ajustado mediante la ecuación anterior:

$$e_A = e_B$$

$$V_A \cdot t_A = V_B \cdot t_B$$

$$V_A \cdot t_A = V_B \cdot (t_A + 300)$$

$$19,44 \cdot t_A = 13,88 (t_A + 300)$$

$$19,44 t_A = 13,88 t_A + 4164$$

$$19,44 t_A - 13,88 t_A = 4164$$

$$5,56 t_A = 4164$$

$$t_A = 4164/5,56 = 748,92 \text{ s}$$

Se encuentran **748,92 s** después de salir A en busca de B.

Los espacios recorridos:

$$e_A = V_A \cdot t_A = 19,44 \text{ m/s} \cdot 748,92 \text{ s} = 14559 \text{ m}$$

$$e_B = V_B \cdot (t_A + 300) = 13,88 \text{ m/s} \cdot (748,92 + 300) \text{ s} = \\ = 14559 \text{ m}$$

Se encuentran a **14559 m** a la derecha del punto de partida de A.

Ejercicio resuelto21

Un galgo persigue a una liebre que le aventaja en 100 m. Si la velocidad de la liebre es de 15 m/s y la del galgo de 72 km/h ¿cuánto tardará en alcanzarla? ¿cuánta distancia necesitó el galgo para ello?

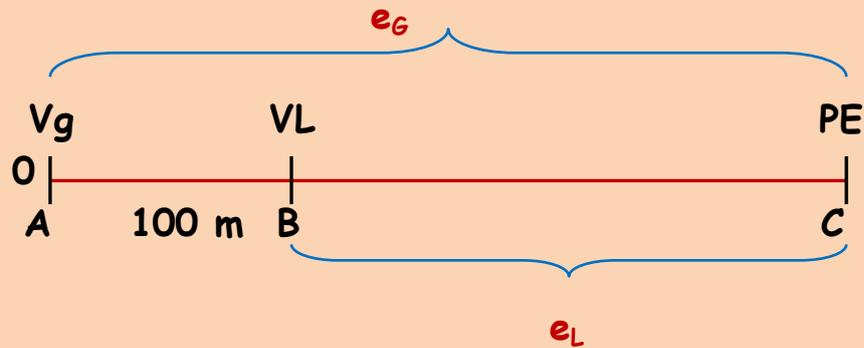
Resolución

Cambio de unidades al S.I.:

$$V_g = 72 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

$$V_L = 15 \text{ m/s}$$

Croquis:



Espacio galgo - espacio liebre = 100 m

$$\overline{AC} - \overline{BC} = 100$$

$$\overline{AC} = e_G = V_G \cdot T_G$$

$$\overline{BC} = e_L = V_L \cdot t_L$$

$$V_G \cdot T_G - V_L \cdot t_L = 100 \quad (1)$$

Empezamos a contar el tiempo en el momento que el galgo empieza a perseguir a la liebre. En estas condiciones el galgo tarda un tiempo en recorrer el espacio AC. El tiempo que tarda la liebre en recorrer BC es el mismo que el del galgo en recorrer AC:

$$t_G = t_L = t$$

Nos vamos a (1) y tenemos:

$$20 \cdot t - 15 \cdot t = 100$$

$$5 t = 100$$

$$t = 100/5 = 20 \text{ s}$$

Los espacios recorridos son:

$$e_G = 20 \cdot 20 = 400 \text{ m}$$

$$e_L = 15 \cdot 20 = 300 \text{ m}$$

Se encuentran transcurridos **20 s** desde el inicio de la persecución. A una distancia de **400 m** del galgo o **300 m** de la liebre, siempre hacia la **derecha**.

Movimiento Rectilíneo y Uniforme

http://www.profesorenlinea.cl/fisica/Movimiento_rectilineo.html

Movimiento Rectilíneo y Uniforme

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/rectilineo/rectilineo.htm>

Movimiento Rectilíneo y Uniforme

http://www.dav.sceu.frba.utn.edu.ar/homovidens/fatela/proyecto_final/1pagina2.htm

Movimiento Rectilíneo y Uniforme

<http://www.slideshare.net/ejespinozab/movimiento-rectilineo-uniforme>

Los laboratorios virtuales que se proponen a continuación son animaciones que las podemos considerar como **auténticos simuladores de movimiento**. Ocupar el coche o montar en la moto y poner en movimiento la simulación. Ir introduciendo datos nuevos y observar los resultados. Llegará un momento en donde os planteareis vuestros propios problemas, los resolveréis en el papel y luego comprobareis el resultado con la simulación. **Este es el objetivo de los laboratorios virtuales que se proponen.**

Laboratorio virtual: **Gráfica e - t en el MRU**

<http://www.educaplus.org/play-125-MRU-Gráfica-e-t.html>

Laboratorio virtual: **Gráfica v - t en MRU**

<http://www.educaplus.org/play-126-MRU-Gráfica-v-t.html>

Laboratorio virtual: **Gráficas e - t en MRU , MRUA(+) y MRUA(-).**

<http://www.educaplus.org/play-238-Graficas-del-movimiento.html>

6.- Aceleración. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A).

Aceleración. Todo sobre Cinemática

http://www.educaplus.org/movi/2_6aceleracion.html

Aceleración

<https://sites.google.com/site/timesolar/cinematica/aceleracion>

Aceleración

<http://www.profesorenlinea.cl/fisica/aceleracion.htm>

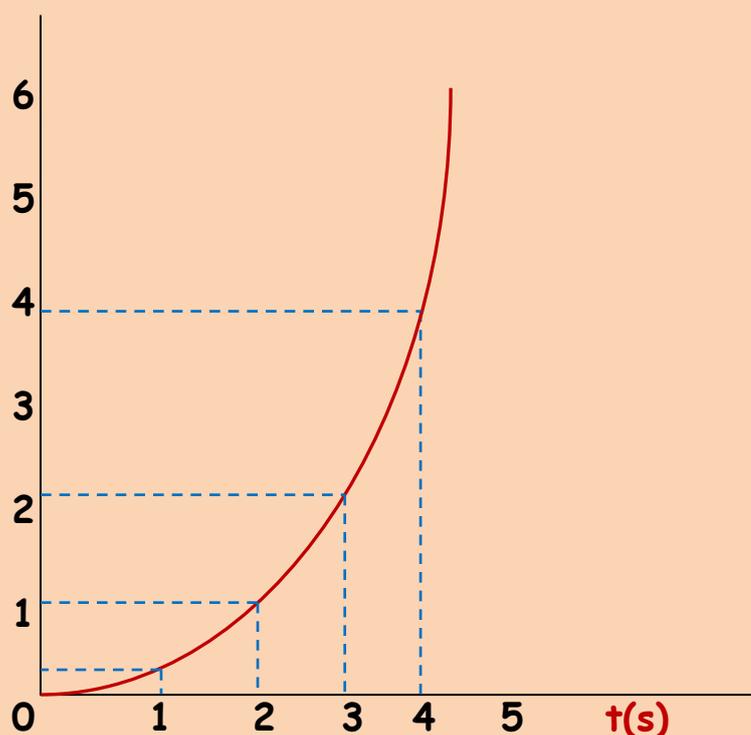
Aceleración

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/acca.html>

Un móvil realiza un movimiento cuyos datos quedan reflejados en la siguiente tabla:

Espacio (m)	0	0,25	1	2,25	4	6,25
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5

Realicemos la gráfica $e - t$:



No obtenemos una línea recta como en el caso del móvil del apartado anterior (MRU).

En este movimiento no se cumple el principio fundamental del MRU (**a intervalos iguales de tiempo espacios recorridos iguales**). Nos encontramos ante un nuevo tipo de movimiento.

Espacio (m)	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6
Velocidad m/s	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5

Podemos observar en la tabla que la velocidad **NO PERMANECE CONSTANTE**, característica fundamental del MRU.

En este nuevo tipo de movimiento debe existir **una magnitud que estudie la variación de la velocidad con respecto al tiempo**. Esta magnitud existe y se conoce como **ACELERACIÓN**. Se trata de una **magnitud vectorial** cuyo módulo (valor) viene determinado por:

aceleración = variación de la velocidad con respecto al tiempo

Su ecuación:

$$\text{aceleración} = \frac{\text{Variación de la velocidad}}{\text{Variación del tiempo}}$$

Equivalente a la ecuación:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Δ = Variación

Toda variación implica una diferencia entre los valores de una misma magnitud.

Por lo tanto:

$$a = \frac{(V_f - V_0)}{(t_f - t_0)}$$

Obtenemos un nuevo movimiento llamado **MOVIMIENTO ACELERADO**.

Video: Movimiento acelerado

<http://www.youtube.com/watch?v=J8JnASUFv2E>

La nueva magnitud, **aceleración**, tiene unas unidades que según su **ecuación de dimensiones** serán:

$$a = \frac{V}{t}$$

Su ecuación de dimensiones:

$$[a] = \frac{[V]}{[T]} \quad (1)$$

Recordemos:

$$V = \frac{e}{t}$$

Su ecuación de dimensiones:

$$[V] = \frac{[L]}{[t]} \quad (2)$$

[L] = longitud (magnitud fundamental = **e**)

[T] = tiempo, magnitud fundamental = **t**

Si nos vamos a la ecuación (2):

$$[V] = \frac{L}{T} \quad (3)$$

Si llevamos la ecuación (3) a la ecuación (1):

$$[a] = \frac{L/T}{T} = \frac{L}{T^2} = L \cdot T^{-2}$$

La unidad de aceleración es una unidad de longitud multiplicada por una unidad de tiempo elevado a la -2. En el **S.I.**:

$$m/s^2 \longleftrightarrow m \cdot s^{-2}$$

MAGNITUD

UNIDAD EN EL S.I.

Aceleración (a)

$$m / s^2 = m \cdot s^{-2}$$

Debemos saber interpretar las unidades de la **aceleración**. Cuando decimos que un móvil lleva una aceleración de **5 m/s²**, lo que realmente transmitimos:

$$5 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ (m/s) / s}$$

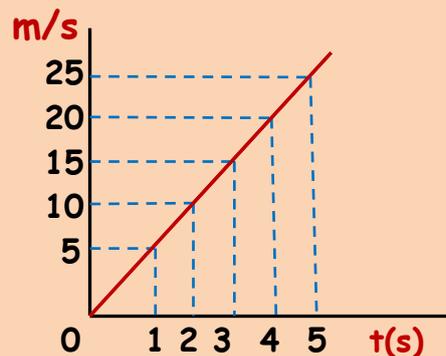
Por **cada segundo que transcurre** la **velocidad del móvil VARIA (aumenta)** en **5 m/s**.

Estudiemos un nuevo movimiento:

La tabla de valores es la siguiente:

Velocidad m/s	0	5	10	15	20	25
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5

La representación de la gráfica **V - t**, quedaría de la forma:



Esta línea recta obedece a una ecuación matemática de la forma:

$$V = K \cdot t \quad (1)$$

Que nos quiere decir que la **velocidad** del movimiento **depende del tiempo**. En donde **K** es una constante de proporcionalidad.

Si nos vamos a la tabla de valores anteriores y calculamos la **ACELERACIÓN**:

$$a_1 = V_1/t_1 = 5/1 = 5 \text{ m/s}^2$$

$$a_2 = V_2/t_2 = 10/2 = 5 \text{ m/s}^2$$

$$a_3 = V_3/t_3 = 15/3 = 5 \text{ m/s}^2$$

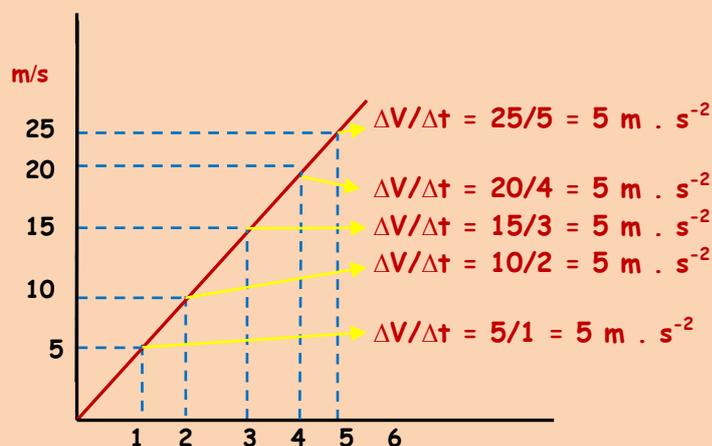
$$a_4 = V_4/t_4 = 20/4 = 5 \text{ m/s}^2$$

$$a_5 = V_5/t_5 = 25/5 = 5 \text{ m/s}^2$$

$$a_6 = V_6/t_6 = 30/6 = 5 \text{ m/s}^2$$

Velocidad (m/s)	0	5	10	15	20	25	30
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6
Aceleración(m/s²)	0	5	5	5	5	5	5

Gráfica **v - t**



Observamos que la magnitud que permanece **constante** es la **ACELERACIÓN** y por lo tanto la ecuación (1) queda de la forma:

$$V = a \cdot t \quad (2)$$

De (2) podemos despejar la aceleración:

$$a = V / t$$

En sentido más amplio la **aceleración**, como ya se dijo, relaciona la **variación de la velocidad con respecto al tiempo**:

$$a = \Delta V / \Delta t \quad (3)$$

De esta forma podemos decir que el **MOVIMIENTO ACELERADO** ha pasado a ser **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A)** puesto que la **aceleración permanece constante** (la **velocidad varía de forma uniforme**).

Todo Δ significa una **variación de la magnitud en estudio**. Podemos establecer que:

$$\Delta V = V_f - V_o$$

$$\Delta t = t_f - t_o$$

La ecuación (3) queda de la forma:

$$a = \frac{V_f - V_o}{t_f - t_o} \quad (4)$$

Si trabajamos con la ecuación (4):

$$a \cdot (t_f - t_o) = V_f - V_o$$

Si queremos conocer el valor de la velocidad transcurrido un tiempo:

$$V_f - V_o = a \cdot (t_f - t_o)$$

$$V_f = V_o + a \cdot (t_f - t_o) \quad (5)$$

Cuando empieza un movimiento el valor inicial del tiempo es **CERO** ($V_o = 0$). La ecuación (5) queda de la forma:

$$t_o = 0$$

$$V_f = V_o + a \cdot t_f$$

En este caso t_f coincide con el valor del tiempo empleado en el movimiento:

$$V_f = V_o + a \cdot t$$

Si partimos del reposo $V_o = 0$:

$$V_f = a \cdot t$$

M.R.U.A.

<http://www.slideshare.net/Jesf94/mrua-8240949>

M.R.U.A.

<http://www.matematicasfisicaquimica.com/conceptos-de-fisica-y-quimica/458-movimiento-rectilineo-uniformemente-acelerado-mrua.html>

Estudio gráfico del M.R.U.A.

<http://www.educaplus.org/play-123-MRUA-Gr%C3%A1fica-e-t.html>

M.R.U.A.

http://www.walter-fendt.de/ph14s/acceleration_s.htm

Así como la **velocidad** siempre es **positiva** (puede ocurrir que el criterio de signos en un movimiento de a la velocidad un valor negativo que nos indicaría el sentido del movimiento del cuerpo, pero el módulo de la velocidad sería positivo) , la **aceleración** puede ser **positiva** o **negativa**. Lo explicamos:

$$a = \frac{(V_f - V_0)}{(t_f - t_0)} \quad (6)$$

Si la V_f es inferior a la V_0 nos encontramos que:

$$(V_f - V_0) < 0$$

Siendo negativo el numerador de la ecuación (6):

$$a = (-) / (+) < 0$$

la **aceleración es negativa** ($a < 0$) y se trataría de un **movimiento desacelerado**, también llamado de **frenada**, llegando al extremo de $V_f = 0$.

Si un móvil lleva una aceleración de $- 5 \text{ m.s}^{-2}$ nos está diciendo que por cada **segundo transcurrido**, la velocidad **va disminuyendo** 5 m.s^{-1} . Hemos establecido el **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE DESACELERADO**.

El **espacio** en un **M.R.U.A** la podemos conocer por la ecuación:

Recordemos:
$$V_m = \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

$$V_m = \frac{(e_f - e_0)}{(t_f - t_0)} \quad (1)$$

$$V_m = \frac{(V_f + V_0)}{2} \quad (2)$$

Los dos primeros términos de las ecuaciones (1) y (2) son iguales lo que implica que los segundos miembros sean también iguales:

$$\frac{(e_f - e_0)}{(t_f - t_0)} = \frac{(V_f + V_0)}{2}$$

$$e_f - e_0 = \frac{(V_f + V_0)}{2} \cdot (t_f - t_0)$$

$$e_f = e_0 + \frac{(V_f + V_0)}{2} \cdot (t_f - t_0) \quad (3)$$

Sabemos que:

$$V_f = V_0 + a \cdot t \quad (4)$$

Si llevamos la ecuación (4) a la (3):

$$e_f = e_0 + \frac{(V_0 + a \cdot t + V_0)}{2} \cdot (t_f - t_0)$$

$$e_f = e_0 + \frac{(2 V_0 + a \cdot t)}{2} \cdot (t_f - t_0)$$

$$e_f = e_0 + \left(\frac{2 V_0}{2} + \frac{a \cdot t}{2} \right) \cdot (t_f - t_0) \quad (5)$$

Si el origen de los tiempos es 0 ($t_0 = 0$) la ecuación (5) quedaría:

$$e_f = e_0 + \left(V_0 + \frac{1}{2} a \cdot t \right) \cdot t$$

$$e_f = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Ecuación que nos permite conocer el **espacio recorrido** en un **M.R.U.A.**

Partimos ahora de la ecuación:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t}$$

Despejamos el "tiempo":

$$t = \frac{(V_f - V_0)}{a}$$

Llevamos el "t" a la ecuación:

$$e_f = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

En dicha ecuación hacemos que no exista espacio inicial ($e_0 = 0$), luego e_f es el espacio recorrido en el movimiento y le llamamos "e" quedándonos:

$$e = V_0 \cdot \frac{(V_f - V_0)}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \left[\frac{(V_f - V_0)}{a} \right]^2$$

$$e = \frac{(V_0 \cdot V_f - V_0^2)}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left[\frac{(V_f - V_0)^2}{a^2} \right]$$

$$e = \frac{(V_0 \cdot V_f - V_0^2)}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{V_f^2 + V_0^2 - 2 \cdot V_f \cdot V_0}{a^2} \right)$$

$$e = \frac{V_0 \cdot V_f}{a} - \frac{V_0^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{V_f^2 + V_0^2 - V_f \cdot V_0}{a} \right)$$

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.quimizencia.es

$$e = \frac{V_0 \cdot V_f}{a} - \frac{V_0^2}{a} + \frac{V_f^2}{2 \cdot a} + \frac{V_0^2}{2 \cdot a} - \frac{V_f \cdot V_0}{2 \cdot a}$$

$$e = \left(\frac{V_0 \cdot V_f}{a} - \frac{V_f \cdot V_0}{a} \right) - \frac{V_0^2}{2 \cdot a} + \frac{V_f^2}{2 \cdot a}$$

$$e = - \frac{V_0^2}{2 \cdot a} + \frac{V_f^2}{2 \cdot a}$$

$$2 \cdot a \cdot e = - V_0^2 + V_f^2$$

Despejando V_f^2 :

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

Hagamos un cuadro resumen de las ecuaciones del movimiento acelerado:

$$a = (V_f - V_0) / t$$

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

$$e_f = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

Solamente hay que aprenderse estas cuatro ecuaciones. Según el problema estas ecuaciones van transformándose en otras más sencillas. Por ejemplo:

a) No existe espacio inicial ($e_0 = 0$):

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

b) Partimos del reposo ($V_0 = 0$):

$$a = \frac{V}{t}$$

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$V^2 = 2 \cdot a \cdot e$$

Vector posición.

Velocidad media y velocidad instantánea.

M.R.U. Ecuaciones y gráficas.

Aceleración. Ecuaciones.

M.R.U.A. Ecuaciones y gráficas.

<http://fisicayquimicaenflash.es>

Laboratorio virtual: MRUA. Gráfica $e - t$.

<http://www.educaplus.org/play-123-MRUA-Gráfica-e-t.html>

Laboratorio virtual: Gráfica $v - t$ en MRUA.

<http://www.educaplus.org/play-124-MRUA-Gráfica-v-t.html>

Laboratorio virtual: Gráficas $e - t$ en MRU , MRUA(+) y MRUA(-).

<http://www.educaplus.org/play-238-Graficas-del-movimiento.html>

Laboratorio virtual: Estudios de MRU y MRUA y gráficas correspondientes.

http://perso.wanadoo.es/cpalacio/grafv_t2.htm

Pinchar en Aplicaciones didácticas.

Laboratorio virtual: pinchar cinemática . Pinchar AQUÍ Y OBTENEMOS:

Ejercicios de cinemática con animaciones.

Pinchar Movimiento y pinchar AQUÍ → Ejercicios con animaciones.

Pinchar Movimiento circular → Pinchar AQUÍ → Ejercicios con animaciones.

Pinchar Movimiento circular → Pinchar AQUÍ → Ejercicios con animaciones.

<http://www.ibercajalav.net/actividades.php?codopcion=2252&codopcion2=2257&codopcion3=2257>

Laboratorio virtual: Cinemática. Estudio de movimientos.

<http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Laboratorio/AccesoZV.htm>

Ejercicio resuelto22

Un cuerpo, partiendo del reposo, se mueve con una aceleración constante de 8m/s^2 . ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 m? ¿cuál será su velocidad en ese instante?

Resolución

Al existir aceleración constante estamos hablando de un M.R.U.A.

Datos:

$$V_0 = 0$$

$$e_0 = 0$$

$$a = 8 \text{ m/s}^2$$

$$e = 100 \text{ m}$$

a)

t?

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$100 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$100 \text{ m} = 4 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{100 \text{ m}}{4 \text{ m/s}^2} ; t^2 = 25 \text{ s}^2 ; t = \sqrt{25 \text{ s}^2} = 5 \text{ s}$$

b)

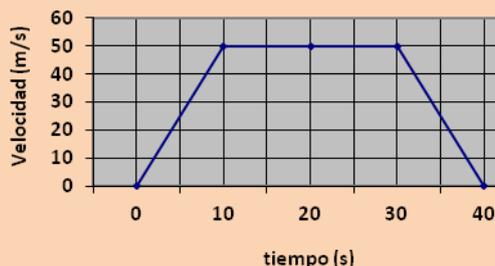
$$V_f = V_o + a \cdot t$$

$$V_f = a \cdot t = 8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} = 40 \text{ m/s}$$

Ejercicio resuelto23

Interpreta la siguiente gráfica v - t. ¿Cuál es el desplazamiento total recorrido por el móvil?

Resolución



Se trata de una gráfica en tres tramos.

Tramo I: M.R.U.A. de aceleración positiva ya que aumenta la velocidad. Su aceleración es:

$$a = (v_f - v_0)/t = (50 - 0)/10 = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Por tanto: } e = 0 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2 = 250 \text{ m}$$

Tramo II: M.R.U. ya que se mantiene constante la velocidad durante 20 s. El espacio recorrido es:

$$e = V \cdot t = 50 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} = 1000 \text{ m}$$

Tramo III: M.R.U.A. de aceleración negativa al disminuir la velocidad. Su valor:

$$a = (v_f - v_0)/t = (0 - 50)/10 = -5 \text{ m/s}^2$$

Por tanto:

$$e = 50 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (-5) \cdot 10^2 = 250 \text{ m}$$

Sumando los espacios obtenidos en los tres tramos, obtenemos el espacio total:

$$e_{\text{t}} = 250 \text{ m} + 1000 \text{ m} + 250 \text{ m} = 1500 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto24

Se deja rodar una pelota, por una pista horizontal. La trayectoria que describe es rectilínea. En la siguiente tabla se muestra la posición que ocupa el balón en determinados instantes:

tiempo (s)	0	3	6	9
Posición (m)	5	20	35	50

- a) ¿Se trata de un movimiento rectilíneo y uniforme? ¿En qué te basas?
- b) escribe la ecuación de movimiento de la pelota.
- c) ¿Qué posición ocupa el balón en el instante $t = 7\text{s}$?
- d) ¿Qué distancia habrá recorrido al cabo de 12 s?

Resolución

- a) Para comprobar si es un movimiento uniforme debemos calcular la velocidad, si esta permanece constante el movimiento será rectilíneo y uniforme. Sabemos que:

$$V = \Delta e / t$$

Vamos a llevar a la tabla anterior la velocidad, aplicaremos la ecuación anterior y comprobaremos:

Tiempo (s)	0	3	6	9
Posición (m)	5	20	35	50
Velocidad(m/s)	0	5	5	5

El movimiento es rectilíneo y uniforme. La **velocidad permanece constante**. Recordar que el tiempo para que se alcance la velocidad de 5 m/s es muy pequeño y podemos considerar el movimiento como **uniforme**.

- b) Si hiciéramos una gráfica **e - t** del movimiento obtendríamos una línea recta cuya ecuación sería:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t$$

c) Según el enunciado: $V_0 = 0$; $e_0 = 5$ m

El espacio recorrido por el móvil lo podemos calcular con la ecuación anterior pero con las condiciones establecidas:

$$e = V \cdot t = 5 \text{ m/s} \cdot 7 \text{ s} = 35 \text{ m}$$

La posición sería:



d) La distancia recorrida por el móvil transcurridos los 12 primeros segundos incluye el espacio inicial que no había sido contabilizado cuando pusimos el cronómetro en marcha. En este caso el espacio recorrido coincidirá con la posición del móvil:

$$e = e_0 + V \cdot t ; e = 5 + 5 \cdot 12 = 65 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto25

- Una moto va a 12 m/s y acelera, alcanzando una velocidad de 20 m/s en 3 s. Calcula su aceleración
- Un coche circula a 100 Km/h. Ve una señal de limitación de velocidad, frena y se pone a 80 Km/h en 5s. ¿Cuál es su aceleración?
- Un coche de fórmula 1 acelera de 0 Km/h a 100 Km/h en 2,4 s. Calcula su aceleración.

d) En una revista de motos se puede leer : "Yamaha YZF R6 2006. Aceleración 0 a 100 km/h en 4 s". Con estos datos calcula la aceleración de este vehículo.

Resolución

a)

Sabemos que:

$$a = \frac{\Delta V}{t} = \frac{(V_f - V_0)}{t}$$

$$a = \frac{(20 - 12) \text{ (m/s)}}{3 \text{ s}} = 2,7 \text{ m/s}^2$$

b)

Pasaremos los datos al S.I.:

$$V_1 = 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 27,8 \text{ m/s}$$

$$V_2 = 80 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 22,2 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$a = \frac{V_f - V_o}{t} = \frac{(22,2 - 27,8) \text{ (m.s}^{-1}\text{)}}{5 \text{ s}} = -1,12 \text{ m/s}^{-2}$$

c)

$$V_o = 0$$

$$V_f = 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 27,8 \text{ m/s}$$

$$t = 2,4 \text{ s}$$

$$a = \frac{(27,8 - 0) \text{ (m/s)}}{2,4 \text{ s}} = 11,6 \text{ m/s}^2$$

d)

$$V_o = 0$$

$$V_f = 100 \text{ Km/h} = 27,8 \text{ m/s}$$

$$t = 4 \text{ s}$$

$$a = \frac{(27,8 - 0) \text{ (m/s)}}{4 \text{ s}} = 6,95 \text{ m/s}^2$$

Ejercicio resuelto26

Una moto que va a 75 Km/h frena y se detiene en 13 s.
¿Cuál es la aceleración de la frenada?

Resolución

Datos al S.I.:

$$V_0 = 75 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 20,8 \text{ m/s}$$

$$V_f = 0$$

$$t = 13 \text{ s.}$$

$$a = \frac{(V_f - V_0)}{t} = \frac{(0 - 20,8) \text{ (m/s)}}{13 \text{ s}} = -1,6 \text{ m/s}^2$$

Ejercicio resuelto27

Calcula el espacio que recorrerá un objeto, que partiendo del reposo, en 20 segundos si su aceleración es de $0,2 \text{ m/s}^2$.

Resolución

Datos:

$$e_0 = 0$$

$$V_0 = 0$$

Sabemos que:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Con los datos aportados la ecuación anterior queda de la forma:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Llevando datos:

$$e = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ (m/s}^2\text{)} \cdot (20 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ m/s}^2 \cdot 400 \text{ s}^2 = 40 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto28

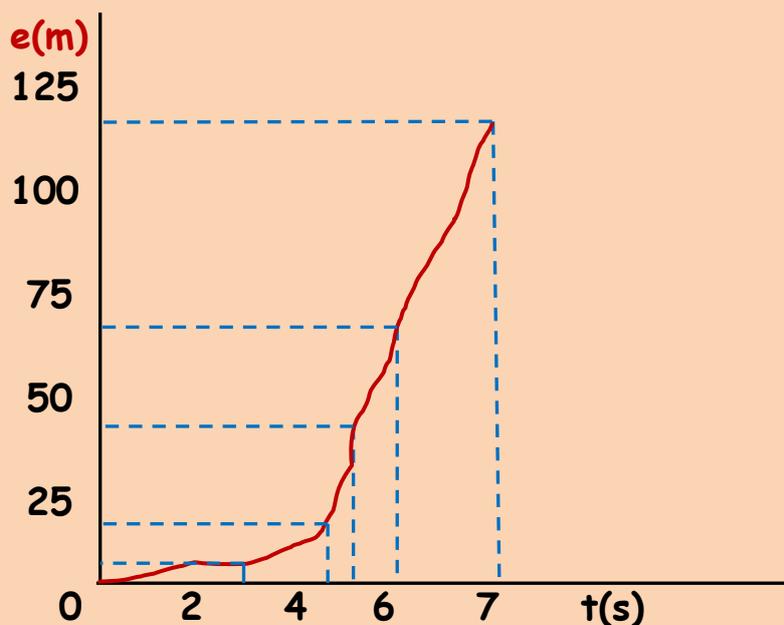
En un experimento de laboratorio se han sacado los siguientes datos:

<u>ESPACIO (m)</u>	<u>TIEMPO (s)</u>
0	0
5,83	3,6
18,23	4,5
39,37	5,4
71,44	6,3
116,64	7,2

- Haz la gráfica espacio-tiempo
- Haz la gráfica velocidad-tiempo.
- ¿Cuál es la aceleración de este movimiento?

Resolución

a)



b)

Para obtener la gráfica $V - t$, primero deberemos conocer la velocidad en cada instante. Se trata de un **M.R.U.A.** Primero obtendremos la aceleración:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Como $e_0 = 0$ y $V_0 = 0$, la ecuación anterior queda:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Para $e = 5,83 \text{ m} \rightarrow t = 3,6 \text{ s}$:

$$5,83 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (3,6 \text{ s})^2 ; 5,83 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot 12,96 \text{ s}^2$$

$$11,66 \text{ m} = a_1 \cdot 12,96 \text{ s}^2 ; a_1 = 11,66 \text{ m} / 12,96 \text{ s}^2$$

$$a_1 = 0,9 \text{ m/s}^2$$

Para $e = 18,23 \text{ m} \rightarrow t = 4,5 \text{ s}$

$$18,23 = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot (4,5)^2$$

$$a_2 = 36,46 / 20,25 = 1,8 \text{ m/s}^2 \text{ (S.I)}$$

Para $e = 39,37 \text{ m} \rightarrow t = 5,4 \text{ s}$:

$$39,37 = \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot (5,4)^2$$

$$a_3 = 78,74 / 29,16 = 2,7 \text{ m/s}^2$$

Para $e = 71,44 \text{ m} ; t = 6,3 \text{ s}$:

$$71,44 = \frac{1}{2} \cdot a_4 \cdot (6,3)^2$$

$$a_4 = 142,88 / 39,69 = 3,6 \text{ m/s}^2$$

Para $e = 116,64 \text{ m}$; $t = 7,2 \text{ s}$:

$$116,64 = \frac{1}{2} \cdot a_5 \cdot (7,2)^2$$

$$a_5 = 233,28 / 51,84 = 4,5 \text{ m/s}^2$$

Según estos datos no se trata de un **M.R.U.A** puesto que éste implica que la aceleración sea **CONSTANTE**. Se trata de un movimiento **acelerado NO UNIFORME**.

Para obtener la gráfica **V - t** tendremos que hacer una nueva tabla en donde se refleje el valor de la velocidad que calcularemos mediante la ecuación:

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

Como $V_0 = 0$, la ecuación anterior quedará de la forma:

$$V = a \cdot t$$

$$V_1 = a_1 \cdot t_1 = 0,9 \cdot 3,6 = 3,24 \text{ m/s}$$

$$V_2 = a_2 \cdot t_2 = 1,8 \cdot 4,5 = 8,1 \text{ m/s}$$

$$V_3 = a_3 \cdot t_3 = 2,6 \cdot 5,4 = 14,58 \text{ m/s}$$

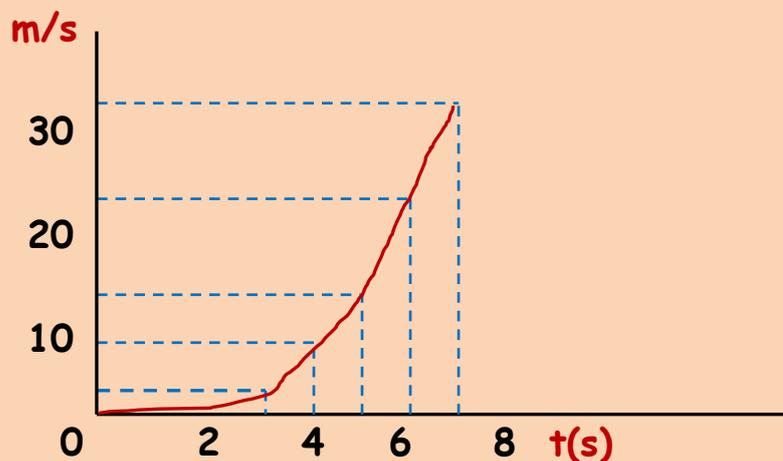
$$V_4 = a_4 \cdot t_4 = 3,6 \cdot 6,3 = 22,68 \text{ m/s}$$

$$V_5 = a_5 \cdot t_5 = 4,5 \cdot 7,2 = 32,4 \text{ m/s}$$

Nueva tabla:

Aceleració (m/s²)	0	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5
Tiempo (s)	0	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2
Velocidad (m/s)	0	3,24	8,1	14,58	22,68	32,4

La gráfica **V - t** quedaría de la forma:



Si se tratara de un **M.R.U.A** obtendríamos una línea **recta**.

a)

La **aceleración no es constante** como se vio en el apartado b). Existen **CINCO** aceleraciones y si tenemos que dar una **aceleración** tendríamos que optar por la **media aritmética** de las **CINCO** obtenidas:

$$a = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5}$$

$$a = \frac{(0,9 + 1,8 + 2,7 + 3,6 + 4,5) \text{ m/s}^2}{5} = 2,7 \text{ m/s}^2$$

Ejercicio resuelto29

Si un coche es capaz de pasar de 0 a 100 km/h en 10 segundos ¿Qué aceleración lleva? ¿Qué distancia recorre en esos 10 segundos?

Resolución

Unidades al S.I.:

$$100 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 27,8 \text{ m/s}$$

Aceleración:

$$V_0 = 0$$

$$V_f = 27,8 \text{ m/s}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

Recordemos:

$$V_f = V_0 + a \cdot t ; V_0 = 0 \rightarrow V_f = a \cdot t$$

$$a = \frac{V_f}{t} = \frac{27,8 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 2,78 \text{ m/s}^2$$

Espacio

Recordemos:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$e_0 = 0 ; V_0 = 0 \rightarrow$$

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,8 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2$$

$$e = \frac{1}{2} \cdot 2,8 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ s}^2 = 140 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto30

Si un coche circula a 100 km/h y frena hasta pararse en 5 segundos, ¿Qué distancia ha recorrido en el frenazo? ¿Qué aceleración lleva?

Resolución



Unidades al S.I.:

$$100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 27,8 \text{ m/s}$$

$$V_f = 0$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Recordemos:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (1)$$

Como:

$$e_0 = 0$$

$$V_0 = 0$$

La ecuación (1) nos queda de la forma:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (1)$$

Para conocer el espacio necesitamos conocer primero la aceleración. Para ello:

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

Sustituyendo datos:

$$0 = 27,8 \text{ m/s} + a \cdot 5 \text{ s}$$

$$4 \text{ s} \cdot a = - 27,8 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{- 27,8 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = - 5,55 \text{ m/s}^2$$

Se trata de un movimiento desacelerado en donde la velocidad va disminuyendo hasta que el móvil se para ($V_f = 0$).

Si llevamos el valor de la aceleración a la ecuación (1) nos daría un espacio recorrido negativo lo cual no puede ser puesto que el punto de referencia se encuentra en el punto **CERO** y el móvil se desplaza hacia la derecha (sentido positivo).

En el M.R.U.A existe otra ecuación que nos dice:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

Llevando valores:

$$0 = (27,8 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot (-5,55 \text{ m/s}^2) \cdot e$$

$$0 = 772,84 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 11,1 \text{ m/s}^2 \cdot e$$

$$11,1 \text{ m/s}^2 \cdot e = 772,84 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$e = \frac{772,84 \text{ m}^2/\text{s}^2}{11,1 \text{ m/s}^2} = \frac{772,84 \text{ m}^2 \cdot \cancel{\text{s}^2}}{11,1 \text{ m} \cdot \cancel{\text{s}^2}} = 69,6 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto31

Un tren AVE que circula a 300 km/h ha de frenar con una aceleración de $1,5 \text{ m/s}^2$. Calcula el tiempo que tarda en pararse y la distancia que recorre mientras se para.

Resolución

Unidades al S.I:

$$V_0 = 300 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 83,33 \text{ m/s}$$

$a = -15 \text{ m/s}^2$ (se trata de un movimiento de frenado y por lo tanto la aceleración es **NEGATIVA**)

$$V_f = 0$$

Tiempo de parada:

$$V_f = V_0 + a \cdot t ; 0 = 83,33 \text{ m.s}^{-1} + (-15 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$$

$$15 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 83,33 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 83,33 \cancel{\text{ m.s}^{-1}} / 15 \cancel{\text{ m.s}^{-2}} = 5,55 \frac{\text{s}^2}{\cancel{\text{s}}} = \mathbf{5,55 \text{ s}}$$

En lo que se refiere al espacio la ecuación que podemos utilizar es:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$0 = (83,33 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-15 \text{ m.s}^{-2}) \cdot e$$

$$0 = 6943,9 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 30 \text{ m.s}^{-2} \cdot e$$

$$30 \text{ m.s}^{-2} \cdot e = 6943,9 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$e = 6943,9 \cancel{\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} / 30 \cancel{\text{ m.s}^{-2}} ; e = \mathbf{231,5 \text{ m}}$$

Ejercicio resuelto32

Un motorista circula a 45 km/h y frena uniformemente hasta detenerse en 5 segundos. Calcula:

- ¿Qué aceleración ejercieron sus frenos?
- ¿Cuál es su velocidad 3 segundos después de iniciar la frenada?
- ¿En qué instante su velocidad fue de 2 m/s?
- ¿Cuánta distancia recorrió en la frenada?

Resolución

Unidades al S.I:

$$V_0 = 45 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1\text{Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 12,5 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$V_f = 0$$

a)

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

$$0 = 12,5 \text{ m.s}^{-1} + a \cdot 5 \text{ s}$$

$$- 5 \text{ s} \cdot a = 12,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$a = 12,5 \text{ m.s}^{-1} / -5 \text{ s} = -2,5 \text{ m/s}^2$$

b)

$$V_{(3)} = V_0 + a \cdot t$$

$$V_{(3)} = 12,5 \text{ m.s}^{-1} + (-2,5 \text{ m.s}^{-2}) \cdot 3 \text{ s}$$

$$V_{(3)} = 12,5 \text{ m/s} - 7,5 \text{ m/s} = 5 \text{ m/s}$$

c)

$$V_f = V_o + a \cdot t$$

$$2 \text{ m/s} = 12,5 \text{ m/s} + (-2,5 \text{ m/s}^2) \cdot t$$

$$2 \text{ m/s} = 12,5 \text{ m/s} - 2,5 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot t = 12,5 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}$$

$$t = (12,5 - 2) \cancel{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}} / 2,5 \cancel{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}} ; t = 4,2 \text{ s}$$

d)

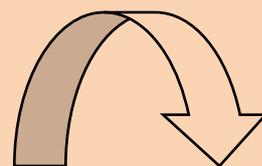
$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$0 = (12,5 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot (-2,5 \text{ m/s}^2) \cdot e$$

$$0 = 156,25 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 5 \text{ m/s}^2 \cdot e$$

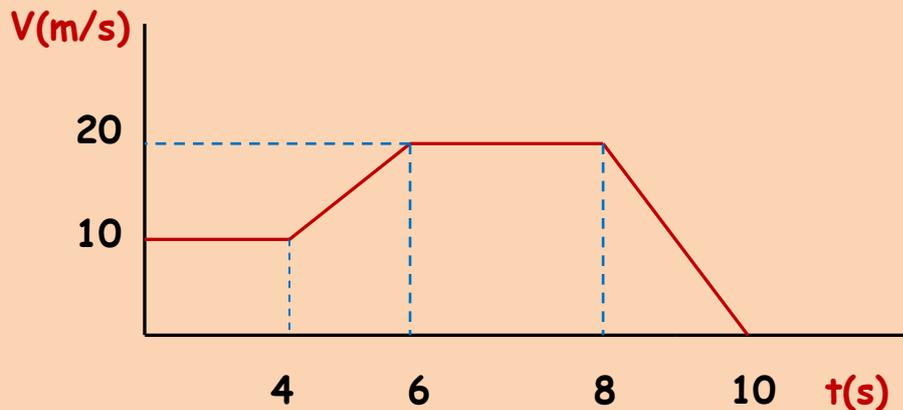
$$5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot e = 156,25 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$e = 156,25 \text{ m}^2 \cdot \cancel{\text{s}^{-2}} / 5 \text{ m} \cdot \cancel{\text{s}^{-2}} ; e = 31,25 \text{ m}$$



Ejercicio resuelto33

En el movimiento de un cuerpo se ha obtenido la siguiente gráfica v-t:



- Describe, con detalle, el movimiento del móvil.
- Calcula el espacio total recorrido en los 7 primeros segundos.

Resolución

- En el intervalo de tiempo: $[0 - 4]$ el móvil lleva un **M.R.U** puesto que la velocidad permanece constante e igual **10 m/s**.

El espacio recorrido en este intervalo lo calcularemos por la ecuación:

$$e = V \cdot t ; e = 10 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} = 40 \text{ m}$$

En el intervalo $[4 - 6]$ el movimiento es **M.R.U.A** ya que existe un cambio de velocidad lo que implica una aceleración de:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_0} = \frac{(15 - 10) \text{ m/s}}{(6 - 4) \text{ s}}$$

$$a = \frac{5 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

El espacio recorrido en este intervalo es:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$e = 10 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 2,5 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ s})^2$$

$$e = 20 \text{ m} + 5 \text{ m/s}^2 \cdot \text{s}^2$$

$$e = 25 \text{ m}$$

Nos hace falta estudiar el movimiento en el intervalo [6 - 7] para tener un total de 7 s. En este intervalo de tiempo el movimiento es **M.R.U** con una velocidad de 15 m/s. El espacio recorrido en este intervalo es de:

$$e = V \cdot t$$

$$e = 15 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} = 15 \text{ m}$$

b) El espacio total recorrido es:

$$e = 40 \text{ m} + 25 \text{ m} + 15 \text{ m} = 80 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto34

Un autobús sale de una parada A acelerando durante 20 s a 1m/s^2 . Sigue a la velocidad que ha alcanzado durante 10 minutos y frena durante 10 s con una $a = -2\text{m/s}^2$ quedando parado en una parada B. ¿Cuál es la distancia desde A a B? Dibuja la gráfica v-t.

Resolución



$$A - C: t = 20 \text{ s} ; a = 1 \text{ m/s}^2$$

$$V_0 = 0 ; V_C = a \cdot t = 1 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ s} = 20 \text{ m/s} = V_D$$

El espacio recorrido de A a C es:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot (20 \text{ s})^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot 400 \text{ s}^2 = 200 \text{ m}$$

De C a D el movimiento es M.R.U puesto que la velocidad permanece constante. El espacio recorrido en este tramo es:

$$C - D: t = 10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 600 \text{ s}$$

$$e_{CD} = V_C \cdot t = 20 \text{ m/s} \cdot 600 \text{ s} = 12000 \text{ m}$$

El espacio en el tramo **D - B** lo calcularemos según la ecuación:

$$e_{DB} = V_D \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

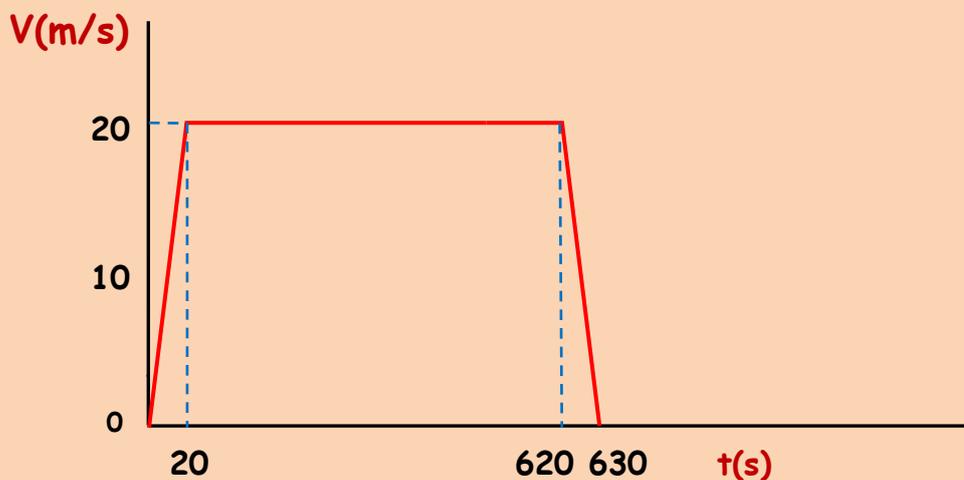
$$\begin{aligned} e_{DB} &= 20 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-2 \text{ m/s}^2) \cdot (10 \text{ s})^2 = \\ &= 200 \text{ m} - 100 \text{ m/s}^2 \cdot \text{s}^2 = 100 \text{ m} \end{aligned}$$

La distancia **AB** será:

$$e_{AB} = 200 \text{ m} + 12000 \text{ m} + 100 \text{ m} = 12300 \text{ m}$$

La gráfica **V - t** quedará de la forma:

$$t_T = 20 + 600 + 10 = 630 \text{ s}$$



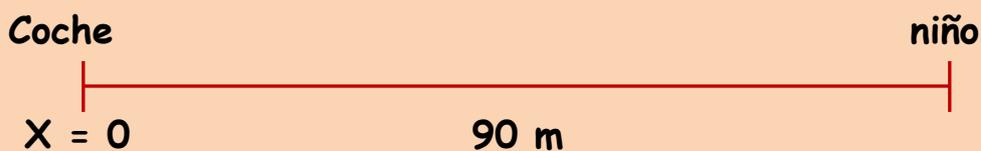
Problema resuelto35

Un Porsche viaja a una velocidad de 166 km/h , y el conductor advierte que, en medio de la carretera, hay un niño jugando a las canicas. Suponiendo que inicia la frenada cuando se encuentra a 90 m del niño, y que los frenos

entregan una aceleración uniforme de $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$: ¿Se salva el chiquillo?

Resolución

El Sistema de Referencia quedaría de la siguiente forma:



$$V_0 = 166 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 46,11 \text{ m/s}$$

Cuando el conductor se dé cuenta de la existencia del niño aplicará los frenos, que le proporcionan una aceleración de -12 m/s^2 , en el enunciado no aparece el signo menos, pero una frenada siempre implica una disminución de la velocidad y por lo tanto la **aceleración será negativa**.

Al aplicar los frenos, hasta pararse ($V_f = 0$), el coche ha recorrido un espacio de:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$0 = (46,11 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot (-12 \text{ m/s}^2) \cdot e$$

$$0 = 2126,13 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 24 \text{ m/s}^2 \cdot e$$

$$24 \text{ m/s}^2 \cdot e = 2126,13 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$e = \frac{2126,13 \text{ m}^2/\text{s}^2}{24 \text{ m}/\text{s}^2} = 88,6 \text{ m}$$

Como el niño se encontraba a 90 m **NO SERÁ ATROPELLADO POR EL COCHE.**

7.-Movimiento de libre Caída Libre de los cuerpos.

Por la tarde, mi mujer y yo, salimos a dar un paseo y nos llevamos a Lolo (mi perro). Yendo por la acera de la calle oímos que nos llaman y eran la familia del 5º piso del edificio. Nos dicen que por favor recojamos el peluche que la hija pequeña había tirado y lo pusiéramos en la repisa de la ventana del bajo del mismo edificio. Eso hicimos y seguimos nuestro paseo pero mi cabeza ya estaba analizando el fenómeno que implicaba la caída del peluche. Se trata de un movimiento en vertical, movimiento que no conocemos y es muy importante conocer el **MOVIMIENTO DE CAIDA LIBRE DE LOS CUERPOS.**

Video: **Caída libre de los cuerpos en el vacío**

<http://www.youtube.com/watch?v=s5QcJfMH-es>

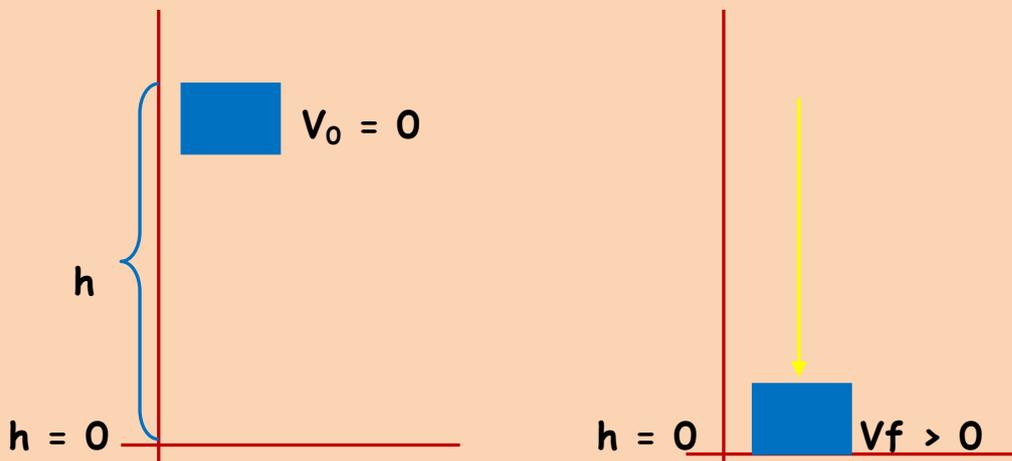
Video: **Caída libre de los cuerpos**

http://www.youtube.com/watch?v=snOFWn_oKC4

Le digo a Julio que salga a la pizarra y haga un análisis de este nuevo movimiento:

Nos dice que lo primero que debemos hacer es **establecer es un sistema de referencia** que nos permita establecer las

posiciones del peluche. Utiliza el **eje de ordenadas** de un **sistema cartesiano**, con una sola dimensión y en vertical:



El peluche cae en la dirección y sentido del **centro de la Tierra**, luego ya sabemos que se trata de un **movimiento RECTILÍNEO**.

Inicia el movimiento con $V_0 = 0$ y llega al suelo con una velocidad que de momento no conocemos pero **NUNCA PUEDE SER $V_f = 0$** . Esto implicaría que el peluche no se ha movido, cosa que la evidencia nos dice que no es cierto. Lo importante es darnos cuenta que existe una **variación de la velocidad** y se puede afirmar que se trata de un **movimiento acelerado**, es decir, existe una **aceleración**. Ya sabemos que es un **movimiento rectilíneo variado**.

La **aceleración** existe por la acción del **campo gravitatorio terrestre**. El **campo gravitatorio** proporciona a todos los cuerpos una **aceleración de caída constante** cuyo valor es **$9,81 \text{ m/s}^2$ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)**.

Con este dato Julio llega a la conclusión de que el **MOVIMIENTO DE CAIDA LIBRE DE LOS CUERPOS** es un movimiento **M.R.U.A** y por lo tanto las ecuaciones de este movimiento de caída son las mismas que las del **M.R.U.A**.

Las conclusiones de Julio son ciertas y solamente nos queda hacer un cambio de **siglas** en las ecuaciones del movimiento:

$$g = \frac{(V_f - V_0)}{(t_f - t_0)}$$

g = Aceleración de la gravedad (9,8 m/s²)

si $t_0 = 0$:

$$g = \frac{V_f - V_0}{t} \quad (1)$$

t = Tiempo transcurrido en el movimiento

Quitando denominadores en la ecuación (1):

$$g \cdot t = V_f - V_0$$

Despejando V_f :

$$V_f = V_0 + g \cdot t \quad (2)$$

Si se parte del reposo $V_0 = 0$, la ecuación (2) queda de la forma:

$$V_f = g \cdot t$$

El espacio recorrido, en este caso la "altura" ascendida o descendida:

$$h = h_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Si partimos del reposo $V_0 = 0$ y no hay espacio inicial recorrido $h = 0$:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Trabajando con las ecuaciones al igual que hicimos con el **M.R.U.A**:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

Si $V_0 = 0$:

$$V_f^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

Al realizar los ejercicios de este tipo de movimiento el **Sistema de Referencia** ($h = 0$) lo coloco en la posición en donde **está el cuerpo**, independientemente de la superficie de la Tierra (suelo). Considero que las alturas alcanzadas o descendidas son **siempre positivas**.

En lo referente al signo de la aceleración de la gravedad (g):

- a) Si la velocidad aumenta, la aceleración es positiva por lo que $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Esta situación se cumplirá cuando el cuerpo esté descendiendo.
- b) Si la velocidad disminuye es porque la aceleración es negativa y por lo tanto $g = -9,81 \text{ m.s}^{-2}$. El cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial V_0 pero terminará parándose ($V_f = 0$).

Laboratorio virtual. **Caída libre de cuerpos**

En la pantalla que aparezca iros a la columna del primer ciclo de ESO y pinchar **caída de cuerpos**.

<http://perso.wanadoo.es/cpalacio/30lecciones.htm>

Experiencia de Galileo. Caída libre de los cuerpos.

<http://campoeliasvp.blogspot.com/>

Caída libre de los cuerpos.

http://claseazz.webcindario.com/fisica/caidalibre/caida_libre.htm

Ejercicio resuelto36

Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con velocidad de 90 km/h. Calcular qué altura alcanzará y cuánto tiempo tarda en llegar de nuevo al suelo.

Resolución

Unidades al S.I.:

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

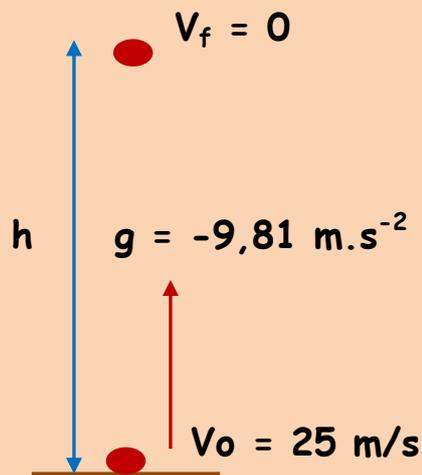
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.quimiziencia.es

$$V_0 = 90 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2 \text{ (la velocidad disminuye)}$$

$$V_f = 0$$

Altura máxima alcanzada:



Es un lanzamiento vertical (M.R.U.A) de ecuaciones:

$$h = h_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (1)$$

Con la ecuación (1) no podemos conocer la altura máxima alcanzada.

Con la ecuación:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

La altura es la única incógnita. Llevamos datos:

$$0 = (25 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot h$$

$$0 = 625 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 19,6 \text{ m/s}^2 \cdot h$$

$$19,6 \text{ m/s}^2 \cdot h = 625 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$h = \frac{625 \text{ m}^2/\cancel{\text{s}^2}}{19,6 \cancel{\text{ m/s}^2}} = 31,9 \frac{\cancel{\text{ m}^2}}{\cancel{\text{ m}}} = 31,9 \text{ m}$$

Para alcanzar esta altura ha empleado un tiempo:

$$V_f = V_o + g \cdot t$$

$$0 = 25 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t$$

$$9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t = 25 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{25 \cancel{\text{ m/s}}}{9,8 \cancel{\text{ m/s}^2}} = 2,55 \frac{\cancel{\text{ s}^2}}{\cancel{\text{ s}}} = 2,55 \text{ s}$$

El tiempo que tarda en bajar es igual al de subida por lo que el cuerpo volverá al suelo:

$$t_T = 2,55 \text{ s} + 2,55 \text{ s} = 5,1 \text{ s}$$

Podemos demostrar que el tiempo de subida es el mismo que el de bajada:

$$h = h_o + V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h_o = 0$$

$v_0 = 0$ (ahora estamos en el punto de máxima altura donde el cuerpo se para y vuelve a caer):

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

No será difícil entender que la altura alcanzada es igual a la altura que desciende:

$$31,9 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Al bajar la velocidad aumenta y "g" es positiva:

$$63,8 \text{ m} = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$t^2 = \frac{63,8 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 6,51 \text{ s}^2 ; \quad t = \sqrt{6,51 \text{ s}^2} = 2,55 \text{ s}$$

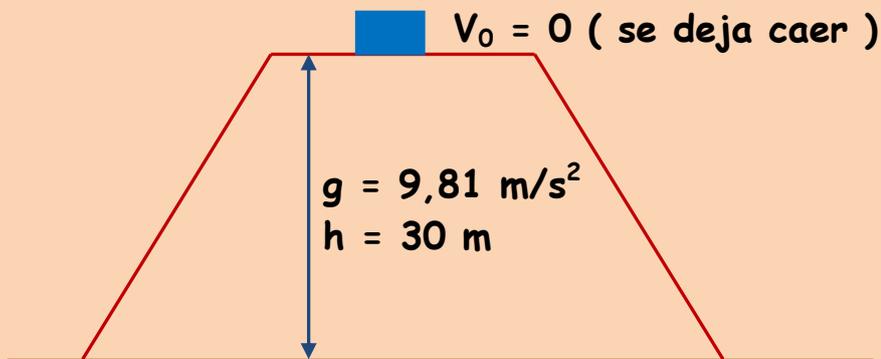
Ejercicio resuelto 37

Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo un cuerpo de 5 kg que se deja caer desde lo alto de un puente de 30 m de altura? ¿Con qué velocidad llegará abajo? ¿Y si el cuerpo pesara 0,5 kg?

Resolución

Recordemos que la **Cinemática** estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que los producen. Por tanto el dato de la masa **no es necesario**. La **aceleración de caída** del cuerpo **NO DEPENDE DE LA MASA DEL MISMO**.

El croquis del problema quedaría de la forma:



$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (1)$$

$$e_0 = 0 \text{ y } V_0 = 0 \rightarrow e = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (2)$$

Según (2):

$$30 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{60 \text{ m}}{9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}} = 2,47 \text{ s}$$

En lo referente a la velocidad de llegada al suelo:

$$V_f = V_0 + g \cdot t ; V_0 = 0 \rightarrow$$

$$V_f = (9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot 2,47 \text{ s} = 24,23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ejercicio resuelto38

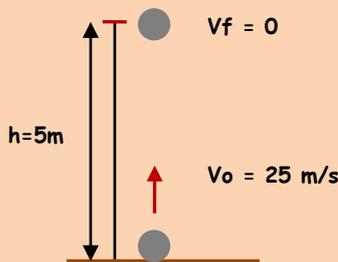
Desde una altura de 5 m una persona lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 25 m/s.

- Halla la velocidad de la piedra 2 segundos después del lanzamiento
- Halla la posición de la piedra 3 s después del lanzamiento.
- Averigua cuando se detiene para iniciar el descenso.

Resolución

a)

Esquema inicial del movimiento:



Pueden ocurrir dos circunstancias:

- Que el cuerpo no alcance en ese tiempo la máxima altura.
- Que alcance la máxima altura y este descendiendo en caída libre.

Para eliminar ambigüedades calcularemos el tiempo que tarda la piedra en alcanzar la máxima altura:

La velocidad disminuye a medida que el cuerpo asciende luego el valor de la aceleración de la gravedad es $g = -9,8 \text{ m/s}^2$:

$$V_f = V_o + g \cdot t \quad (1)$$

En ecuación (1) sustituimos datos:

$$0 = 25 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t$$

$$-25 \text{ m/s} = -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$t = \frac{-25 \text{ m/s}}{-9,8 \text{ m/s}^2} = 2,55 \text{ s}$$

Tarda en llegar al punto más alto 2,55 s lo que nos dice que para $t = 2 \text{ s}$ el cuerpo está subiendo. Al cabo de 2 s el cuerpo alcanza una velocidad de:

$$V_1 = V_o + g \cdot t \quad (2)$$

Llevamos datos a la ecuación (2):

$$V_1 = 25 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 2 \text{ s} =$$

$$= 25 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} =$$

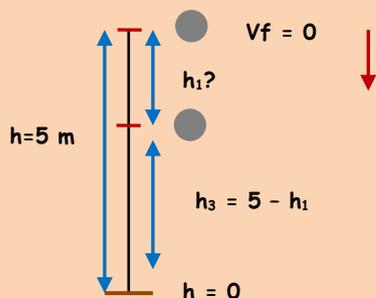
$$= 25 \text{ m/s} - 19,6 \text{ m/s} = 5,4 \text{ m/s}$$

b)

El tiempo para alcanzar la máxima altura es de 2,55 s tiempo que alcanzará la $V_f = 0$. El cuerpo descenderá durante un tiempo de:

$$t = t_T - 2,55 \text{ s} = 3 \text{ s} - 2,55 \text{ s} = 0,45 \text{ s}$$

El esquema de la nueva situación es:



h_3 = altura alcanzada a los 3 s de movimiento con respecto al sistema de referencia ($h = 0$).

h_1 es la altura descendida por el cuerpo durante 0,45 s. Su cálculo:

$$h_1 = V_f \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Al descender el cuerpo la velocidad aumenta y por lo tanto el valor de "g" es positivo.

$$\begin{aligned} h_1 &= 0 \cdot 0,45 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,45 \text{ s})^2 = \\ &= 4,9 \text{ m/s}^2 \cdot 0,20 \text{ s}^2 = 0,98 \text{ m} \end{aligned}$$

La nueva posición con respecto al suelo (h_3):

$$h_3 = 5 \text{ m} - 0,98 \text{ m} = 4,02 \text{ m}$$

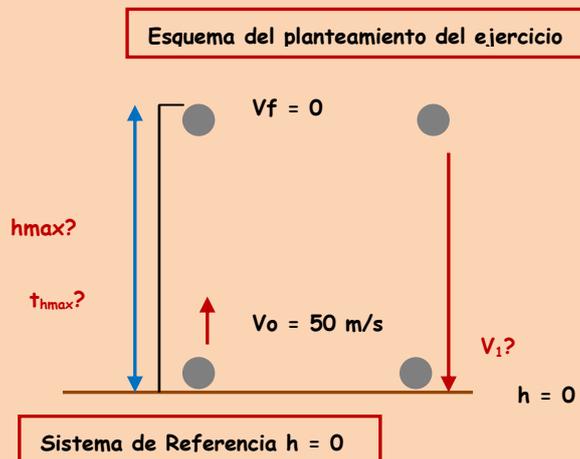
c)

Se detiene **2,55 s** (tiempo en alcanzar la máxima altura) después de iniciado el ascenso del cuerpo.

Ejercicio resuelto39

Lanzamos hacia arriba un cuerpo con una velocidad inicial de 50 m/s. Calcula: a) La altura máxima alcanzada. b) El tiempo que tarda en alcanzar dicha altura. c) La velocidad con que vuelve a caer al suelo.

a)



Para conocer la altura máxima (h_{\max}) tenemos que tener en consideración que el cuerpo al ascender disminuye su velocidad lo cual solo es posible si la aceleración de la gravedad es negativa ($g = -9,8 \text{ m/s}^2$). La podremos conocer con la ecuación:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot g \cdot h_{\max} \quad (1)$$

Sustituimos datos en (1):

$$0 = (50 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot h_{\max}$$

$$0 = 2500 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 19,6 \text{ m/s}^2 \cdot h_{\text{máx}}$$

$$19,6 \text{ m/s}^2 \cdot h_{\text{máx}} = 2500 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$h_{\text{máx}} = \frac{2500 \text{ m}^2/\text{s}^2}{19,6 \text{ m/s}^2} = 127,55 \text{ m}$$

b)

El tiempo en alcanzar la máxima altura es:

$$V_f = V_o + g \cdot t_{\text{máx}} \quad (2)$$

Sustituimos datos en (2):

$$0 = 50 \text{ m/s} + (-9,81 \text{ m/s}^2) \cdot t_{\text{máx}}$$

$$0 = 50 \text{ m/s} - 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot t_{\text{máx}}$$

$$9,81 \text{ m/s}^2 \cdot t_{\text{máx}} = 50 \text{ m/s}$$

$$t_{\text{máx}} = \frac{50 \text{ m/s}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 5,09 \text{ s}$$

c)

La velocidad de regreso al suelo (V_1), energéticamente, debe ser igual a la de partida en sentido ascendente puesto que no existe fuerza a vencer, el ejercicio no dice nada al respecto. La podemos calcular teniendo en cuenta que ahora el cuerpo

desciende ("g" positiva). La altura que desciende es igual a la altura que sube:

$$V_1^2 = V_f^2 + 2 \cdot g \cdot h_{\text{máx}} \quad (3)$$

Llevamos datos a (3):

$$V_1^2 = 0 + 2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 127,55 \text{ m} =$$

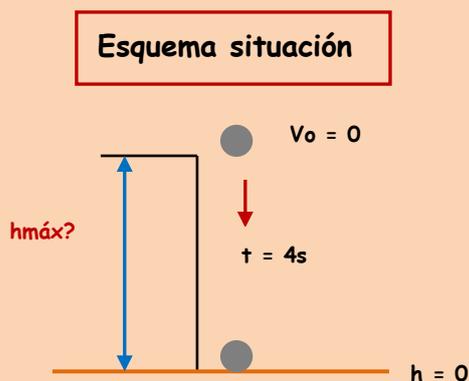
$$= 2502,53 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$V_1 = \sqrt{2502,53 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 50,02 \text{ m/s} \approx 50 \text{ m/s}$$

Ejercicio resuelto40

Se deja caer una piedra desde lo alto de un acantilado. Si tarda 4 s en chocar con el agua ¿qué altura tiene el acantilado?

Resolución



Partimos de una $V_0 = 0$ y a medida que desciende el cuerpo la velocidad aumenta lo que significa que el valor de la aceleración de la gravedad es POSTIVA ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$). Podemos conocer la $h_{\text{máx}}$:

$$h_{\text{máx}} = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

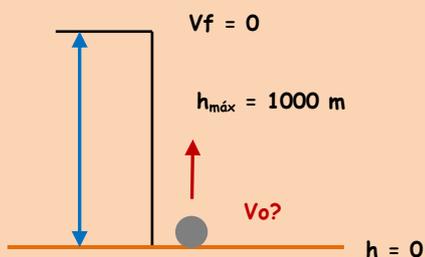
$$h_{\text{máx}} = 0 \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (4 \text{ s})^2$$

$$h_{\text{máx}} = 4,9 \text{ m/s}^2 \cdot 16 \text{ s}^2 = 78,4 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto

Calcula la velocidad con que hay que lanzar un objeto para que ascienda una altura de 1000 m sobre el suelo.

Esquema situación



Para conocer V_0 podemos partir de la ecuación:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot g \cdot h_{\text{máx}} \quad (1)$$

A medida que el cuerpo asciende la velocidad disminuye lo que se puede explicar siendo la aceleración de la gravedad negativa.

Llevamos datos a la ecuación (1):

$$0 = V_o^2 + 2 \cdot (-9,81 \text{ m/s}^2) \cdot 1000 \text{ m}$$

$$0 = V_o^2 - 19,62 \text{ m/s}^2 \cdot 1000 \text{ m}$$

$$0 = V_o^2 - 19620 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$V_o^2 = 19620 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

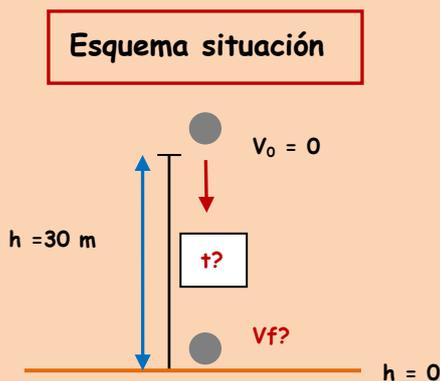
$$V_o = \sqrt{19620 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 140,1 \text{ m/s} = 140,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ejercicio resuelto41

Arrojamos un objeto desde una altura de 30 m.

- ¿Cuánto tarda en llegar al suelo?
- ¿A qué velocidad llega al suelo?

Resolución



El cuerpo desciende y aumenta la velocidad de caída lo que implica que la aceleración de la gravedad es positiva.

La V_f la podemos conocer mediante la ecuación:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad (1)$$

Llevamos datos a la ecuación (1):

$$V_f^2 = 0 + 2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 30 \text{ m}$$

$$V_f^2 = 588,6 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$V_f = \sqrt{588,6 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 24,26 \text{ m/s} = 24,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

En lo referente al tiempo de caída:

$$V_f = V_o + g \cdot t \quad (2)$$

Llevamos datos a la ecuación (2):

$$24,6 \text{ m/s} = 0 + 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$24,6 \text{ m/s} = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$t = \frac{24,6 \text{ m/s}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2,5 \text{ s}$$

8.- Movimiento Circular

Buenos días pueblo. ¿Estamos bien?

Estamos!

Ana ¿qué has desayunado esta mañana?

He desayunado..... a sí, un café con leche y una tostada.

¿Te has hecho tú el desayuno?

Noooooooooo, me lo hace mi madre.

A mí también me lo hacía mi madre, pero cuando me casé las cosas cambiaron. Mi mujer me enseñó donde tenía guardadas todas las cosas de mayor utilidad, entre ellas la cafetera, el café y la leche. Además puso las cosas claras, y en los días de trabajo si quería desayunar, el desayuno tendría que hacérmelo yo. A partir de este momento por imperativo de pareja dejé de ser machista.

Tranquilo Víctor, ya voy al tema:

Esta mañana cuando iba a desayunar, mientras se hacía el café puse la leche a calentar en el microondas. A través del cristal de la puerta observo cómo se mueve el vaso de leche. Aparece el científico y me pregunto **¿se calentará la leche lo mismo cuando ponga el vaso en otra posición?** La experimentación es muy sencilla pero en casa no tengo termómetros capaces de medir temperaturas muy elevadas y mis manos no son lo bastante sensibles como para distinguir pequeñas diferencias de temperatura. **Pero no termina aquí mi interés por lo que estaba sucediendo dentro del microondas.** Al poner el vaso en el borde del disco giratorio está **realizando un movimiento con trayectoria circular.** Hasta el momento hemos estudiado el movimiento **rectilíneo** y ahora

tenemos la oportunidad de estudiar el **MOVIMIENTO CIRCULAR**.

¿Víctor ves donde quería llegar?

Video: **Movimiento Circular**

<http://www.youtube.com/watch?v=Tdm8ebEdJes>

Video: **Movimiento Circular**

<http://www.youtube.com/watch?v=g1c-z3YL9sU>

Movimiento circular

<http://www.profesorenlinea.cl/fisica/MovimientoCircular.html>

Movimiento circular

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/circular/circular.htm>

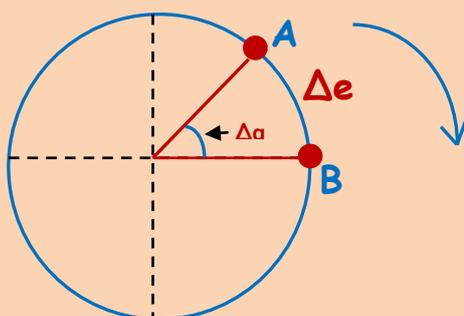
Movimiento circular

<http://www.monografias.com/trabajos93/movimiento-circunferencial/movimiento-circunferencial.shtml>

Laboratorio virtual. Movimiento circular.

<http://fisicayquimicaenflash.es>

Hagamos un croquis de este movimiento:



En este movimiento el cuerpo describe dos espacios:

- a) Un espacio lineal Δe
- b) Un espacio angular $\Delta \alpha$

El espacio lineal, Δe , se mide en unidades de Longitud (m) y el espacio angular, $\Delta \alpha$, se mide en grados **sexagesimales** (grados° minutos' segundos'') o en **radianes**.

Cuando el cuerpo que describe una circunferencia (**movimiento circular**) completa un **espacio angular** de 360° o 2π rad y un **espacio lineal** que viene determinado por la longitud de la circunferencia ($L = 2\pi \cdot R$).

Cuando el cuerpo pasa de la posición **A** a la posición **B** llevará dos tipos de velocidades:

- a) **Velocidad lineal:**

$$V = \text{longitud del arco de circunferencia descrito} / t$$

En definitiva:

$$V = \Delta e / \Delta t$$

- b) **Velocidad angular (ω):**

$$\omega = \Delta \alpha / \Delta t$$

$$\omega = \frac{\alpha_f - \alpha_0}{t_f - t_0} \quad (1)$$

En la ecuación anterior α es el **espacio angular**.

Trabajando matemáticamente con la ecuación (1) podemos llegar a establecer otras ecuaciones:

$$\alpha_f - \alpha_0 = \omega \cdot (t_f - t_0) \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha_f = \alpha_0 + \omega \cdot (t_f - t_0) \quad (2)$$

Si hacemos coincidir el origen de los tiempos con el origen de los espacios angulares, lo que implica que $t_0 = 0$ y $\alpha_0 = 0$, la ecuación (2) queda de la forma:

$$\alpha = \omega \cdot t \rightarrow \omega = \alpha/t$$

La unidad de velocidad angular es: $\frac{\text{rad}}{t} = \text{rad} \cdot t^{-1}$

También se utiliza la unidad:

$$\text{rpm} = \frac{\text{Revoluciones}}{\text{minuto}} = \frac{\text{vueltas}}{\text{minuto}}$$

Recordemos que el **radian** es el valor del ángulo central cuyo arco de circunferencia descrito es igual al radio de la circunferencia:

$$1 \text{ radian} = \text{arco de circunferencia } (\Delta e) / \text{Rádío}$$

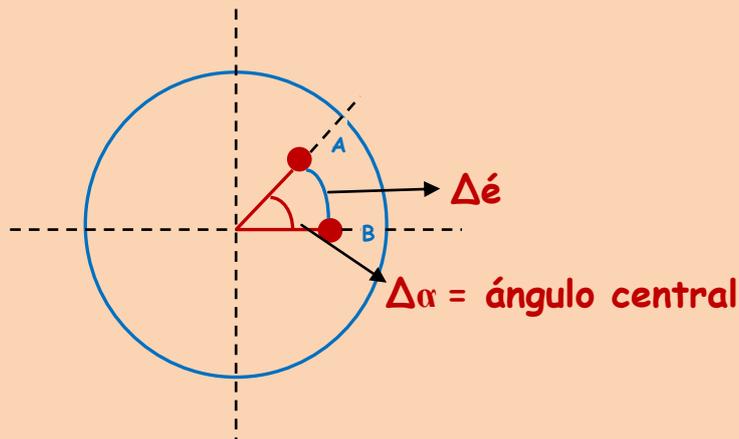
$$\Delta e = R$$

La definición de radian nos permite establecer otra ecuación dentro del movimiento circular:

$$\alpha = \Delta e / R \rightarrow \Delta e = \alpha \cdot R$$

Conociendo el **ángulo central** (en radianes) y el **radio** de la trayectoria circular podemos conocer el **arco de circunferencia** descrito. Trabajamos en el S.I.

¿Qué ocurriría con la velocidad del cuerpo si lo colocamos en la mitad del radio?.



En lo referente a la **velocidad angular** (ω) no habría variación de la misma puesto que el **ángulo central descrito sigue siendo el mismo** (α). En lo referente a la velocidad lineal, la longitud del **arco de circunferencia es distinto** y por lo tanto existirá una **variación de dicha velocidad lineal** (V):

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

$$V = \frac{\Delta e}{\Delta t} \neq V' = \frac{\Delta e'}{\Delta t}$$

En este movimiento, por tanto, la **velocidad angular permanece constante** (ω), independientemente de la posición que ocupe el cuerpo. Hemos descrito el **MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME**.

La relación entre las dos velocidades (ω y V) de este movimiento viene dado por la ecuación:

$$V = \frac{\text{Espacio lineal}}{\text{tiempo}} = \frac{\text{Longitud de circunferencia descrito}}{\text{tiempo}}$$

$$\text{Longitud de circunferencia descrita} = 2\pi \cdot R$$

Luego:

$$V = \frac{2\pi \cdot R}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot R}{\Delta t} = \frac{2\pi}{\Delta t} \cdot R \quad (3)$$

Recordemos que:

$$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{\Delta t}$$

Si nos vamos a (3):

$$V = \omega \cdot R \quad (4)$$

En la ecuación (4) las magnitudes deben venir en:

$$V = \text{m/s}$$

$$\omega = \text{radianes/s}$$

$$R = \text{metros}$$

Ejercicio resuelto42

Define radián como unidad de medida de ángulos.

¿Cuántos radianes hay en un ángulo de 1800° ?

¿Cuántos grados contiene sexagesimales un ángulo de $3 \pi/2$ radianes?

¿Cuántos radianes son 30° ?

¿cuántos grados sexagesimales son 1 radián?

Resolución

Recordemos

Radian es el valor del ángulo central cuyo arco de circunferencia es igual al radio de la misma.

Debemos saber que $2 \pi \text{ radianes} = 360^\circ$

$$1800^\circ \cdot \frac{2 \pi \text{ rad}}{360^\circ} = 5 \pi \text{ rad}$$

$$\frac{3\pi}{2} \text{ rad} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 270^\circ$$

$$30^\circ \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = 0,17\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 57,32^\circ$$

Cuestión resuelta

Responde brevemente a las siguientes cuestiones:

- Dos ruedas, una grande y otra pequeña, giran con la misma velocidad angular. ¿cuál de ellas da más vueltas en el mismo tiempo?
- ¿cuál de las ruedas del caso anterior tiene mayor velocidad lineal?

Resolución

a)

Condiciones establecidas:

$$R_A > R_B$$

$$\omega_A = \omega_B$$

$$t_A = t_B$$

$$\omega = \frac{\text{espacio angular}}{t} \rightarrow$$
$$\rightarrow \text{espacio angular } (\alpha) = \omega \cdot t$$

El número de vueltas depende del espacio angular:

$$2 \pi \text{ rad} = 1 \text{ vuelta}$$

Como $\omega_A = \omega_B$ y el tiempo es el mismo para las dos ruedas describen el mismo espacio angular y por lo tanto **establecen el mismo número de vueltas**.

Las dos ruedas describen las mismas vueltas

b)

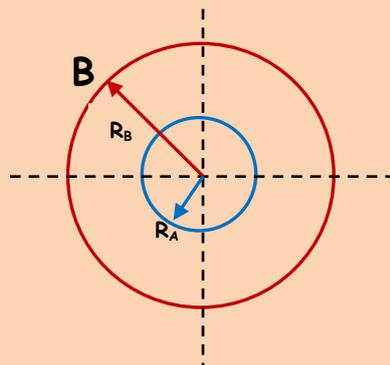
Recordemos:

$$V = \omega \cdot R$$

La **velocidad lineal**, V , depende de ω es la misma para las dos ruedas ($\omega_A = \omega_B$) y con respecto al radio se cumple que $R_A > R_B$ lo que implica que la $V_A > V_B$.

Ejercicio resuelto43

Dos puntos A y B de una plataforma giratoria se encuentran respectivamente, a 2 m y 3'5 m del centro de dicha plataforma. Si la velocidad lineal de A es de 6 m/s, ¿cuál es la de B? Calcular las velocidades angulares de ambos puntos.



Resolución

Datos:

$$r_A = 2 \text{ m}; r_B = 3'5 \text{ m};$$

$$v_A = 6 \text{ m/s}; v_B = \text{¿?}$$

Se trata de un M.C.U, por tanto:

$$v = \omega \cdot r \quad (8)$$

$$v_A = \omega_A \cdot r_A \rightarrow 6 = \omega_A \cdot 2 \rightarrow \omega_A = \frac{6 \text{ m/s}}{2 \text{ m}} = 3 \text{ rad/s.}$$

Recordar que en la ecuación (8) si:

$$V = \text{m/s y } r = \text{m} \rightarrow \omega = \text{rad/s}$$

Como A y B se encuentran en la misma plataforma giratoria, han de girar los dos con la misma velocidad angular, pero distinta velocidad lineal por estar a diferentes distancias del centro y por tanto, recorrer circunferencias diferentes al mismo ritmo. Como consecuencia:

$$\omega_A = 3 \text{ rad/s}; \omega_B = 3 \text{ rad/s}$$

De este modo:

$$V_B = \omega_B \cdot r_B$$

$$V_B = 3 \text{ rad/s} \cdot 3'5 \text{ m} ; V_B = 10'5 \text{ m/s}$$

Ejercicio resuelto44

Calcula la velocidad angular y lineal que lleva la Tierra en su movimiento alrededor del Sol.

Radio de la órbita terrestre: 150 millones de kilómetros.

Resolución

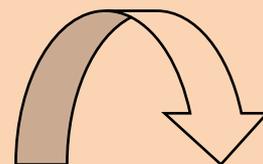
Suponiendo que la órbita de la Tierra, alrededor del Sol, es una circunferencia podremos realizar el ejercicio.

La Tierra tarda **365 días** en dar una vuelta completa alrededor del Sol.

Si pasamos los días a segundos:

$$365 \text{ días} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 31.536.000 \text{ s} (*)$$

(*) tiempo necesario para dar una vuelta completa



Recordemos que:

$$\omega = \frac{2 \pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{31536000 \text{ s}} = 6,34 \cdot 10^{-8} \pi \text{ rad / s}$$

Pasemos el radio de la órbita terrestre a metros:

$$150 \cdot 10^6 \text{ Km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} = 150 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Como:

$$V = \omega \cdot R \quad (9)$$

$$V = 6,34 \cdot 10^{-8} \pi \text{ rad/s} \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m} = 9510 \text{ m/s}$$

Recordar:

En ecuación (9) si: $\omega = \text{rad/s}$ y $R = \text{m} \rightarrow V = \text{m/s}$

8.1.- Periodo y Frecuencia en el Movimiento Circular

En el **Movimiento Circular Uniforme** existen dos magnitudes que nos permiten conocer la velocidad angular del movimiento:

- a) **Periodo (T)** .- Tiempo que se tarda en describir una vuelta completa. Su **unidad** es el **segundo (s)**.

b) **Frecuencia (f)** .- Número de vueltas descritas en la unidad de tiempo. Su unidad:

$$f = \frac{\text{n}^\circ \text{ vueltas}}{t}$$

El **nº de vueltas** no tiene unidades por lo que la unidad de la frecuencia es:

$$f = \frac{\text{n}^\circ \text{ vueltas}}{t} = \frac{1}{s} = \text{s}^{-1} = \text{Hercio (Hz)}$$

Se ha definido la frecuencia como:

$$f = \frac{\text{n}^\circ \text{ vueltas}}{t}$$

Si suponemos que se describe una **vuelta completa**:

$$f = \frac{1}{t}$$

El tiempo que se tarda en describir una vuelta completa es el **Periodo (T)**, la ecuación anterior se transforma en la ecuación:

$$f = \frac{1}{T} \quad (5)$$

Ecuación que relaciona el Periodo con la Frecuencia

Si seguimos suponiendo que el móvil **ha descrito una vuelta completa** podemos establecer las siguientes ecuaciones:

$$\omega = \text{ángulo} / t$$

Una vuelta completa implica 2π rad y el tiempo utilizado ya lo hemos definido, el **periodo (T)**, podemos establecer otra ecuación de la velocidad angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{rad/s}) \quad (6)$$

(6) Ecuación de la velocidad angular en función del "Periodo".

Si llevamos la ecuación (5) a la (6):

$$\omega = \frac{2\pi}{1/f} = 2\pi \cdot f \rightarrow \boxed{\omega = 2\pi \cdot f} \quad (7)$$

(7) Ecuación de la velocidad angular en función de la "frecuencia".

Ejercicio resuelto45

Una rueda gira a razón de 30π rad/s. Calcular cuántas vueltas da en 15 minutos.

Resolución

Unidades al S.I.:

$$15 \cancel{\text{ min}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \cancel{\text{ min}}} = 900 \text{ s}$$

No existe fórmula que nos determine directamente el número de vueltas dadas. Debemos conocer primero el espacio angular descrito.

Sabemos que:

$$\omega = \frac{\text{espacio angular } (\alpha)}{t}$$

$$\alpha = \omega \cdot t = (30 \pi \text{ rad/s}) \cdot 900 \text{ s} = 27000 \pi \text{ rad}$$

Recordemos que:

$$1 \text{ vuelta} = 2 \pi \text{ rad}$$

$$27000 \cancel{\pi \text{ rad}} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2 \cancel{\pi \text{ rad}}} = 13500 \text{ vueltas}$$

Ejercicio resuelto46

Calcula la velocidad angular de cada una de las agujas del reloj. Si el segundero mide 3 cm de longitud, ¿con qué velocidad se mueve su extremo?.

Resolución

a)

Aguja horario: Describe una vuelta completa en 12 h

$$12 \cancel{\text{ h}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \cancel{\text{ h}}} = 43200 \text{ s} = T \text{ (Periodo)}$$

$$1 \text{ vuelta} = 2 \pi \text{ rad.}$$

Sabemos que:

$$\omega = \frac{2 \pi}{T}$$

$$\omega = 2 \pi \text{ rad} / 43200 \text{ s} = 4,6 \cdot 10^{-5} \pi \text{ rad} / \text{s}$$

Aguja minuterero: Describe una vuelta en 1 h

$$1 \cancel{\text{ h}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \cancel{\text{ h}}} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \text{ vuelta} = 2 \pi \text{ rad}$$

$$\omega = 2 \pi / T$$

$$\omega = 2 \pi \text{ rad} / 3600 \text{ s} = 5,55 \cdot 10^{-4} \pi \text{ rad} / \text{s}$$

Aguja segundero: Describe una vuelta completa en un minuto

$$\omega = 1 \frac{\cancel{\text{vuelta}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{vuelta}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} =$$
$$= 0,03 \pi \text{ rad / s}$$

b)

Recordemos que:

$$V = \omega \cdot R \quad (1)$$

Pasemos las unidades al S.I.:

$$1 \cancel{\text{cm}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \cancel{\text{cm}}} = 0,03 \text{ m}$$

Volviendo a la ecuación (1):

$$V = 0,03 \pi \text{ rad/s} \cdot 0,03 \text{ m} = 9 \cdot 10^{-4} \pi \text{ m.s}^{-1}$$

Ejercicio resuelto47

La rueda de una moto tiene 60 cm de diámetro. Cuando la moto va 40 km/h, calcula la velocidad angular de la rueda, su período, la frecuencia en Hz y en rpm.

Resolución

Unidades al S.I.:

$$R = \frac{D}{2} = \frac{60 \text{ cm}}{2} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,30 \text{ m}$$

$$40 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 11,11 \text{ m/s}$$

La velocidad angular la calcularemos de la forma:

$$V = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{V}{R}$$
$$\omega = \frac{11,11 \text{ m/s}}{0,3 \text{ m}} = 37,03 \text{ rad/s}$$

Para conocer el período utilizaremos la ecuación:

$$\omega = \frac{2 \pi}{T} \rightarrow T = \frac{2 \pi}{\omega}$$
$$T = \frac{2 \pi \text{ rad}}{37,03 \text{ (rad/s)}} = 0,17 \text{ s}$$

La frecuencia:

$$f = 1 / T$$

$$f = 1 / 0,17 \text{ s} = 5,88 \text{ 1/s} = 5,88 \text{ s}^{-1} \text{ (Hz)}$$

La velocidad angular en rpm serán:

$$37,03 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2 \pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 353,8 \text{ vuelta/min} =$$
$$= 353,8 \text{ rpm (vuelta = revolución)}$$

Ejercicio resuelto48

Un pastor hace rotar una honda a 3 r.p.s. Calcula la frecuencia y periodo de giro.

Resolución

La honda lleva una velocidad angular de:

$$3 \cdot \frac{\text{revoluciones}}{\text{s}} \cdot \frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \text{ revolución}} = 6 \pi \text{ rad / s}$$

Recordemos que:

$$\omega = 2 \pi / T$$

$$T = \frac{2 \pi}{\omega} = \frac{2 \pi \text{ rad}}{6 \pi \text{ (rad/s)}} = 0,33 \text{ s}$$

Por otra parte:

$$f = 1 / T$$

$$f = \frac{1}{0,33 \text{ s}} = 3,03 \text{ (1/s)} = 3,03 \text{ s}^{-1} = 3,03 \text{ Hz}$$

Ejercicio resuelto49

Determina la velocidad angular de rotación de la Tierra alrededor de su eje y la velocidad lineal de un punto situado a 4000 Km de su eje de giro.

Datos: La Tierra describe una vuelta en su rotación de 24 h.

Resolución

$$T = 24 \cancel{\text{ h}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \cancel{\text{ h}}} = 86400 \text{ s}$$

$$R = 4000 \cancel{\text{ Km}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{ Km}}} = 4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

La velocidad angular de rotación es:

$$\omega = 2 \pi / T$$

$$\omega = \frac{2 \pi \text{ rad}}{86400 \text{ s}} = 2,3 \cdot 10^{-5} \pi \text{ rad/s}$$

La velocidad de la Tierra en el punto determinado:

$$V = \omega \cdot R$$

$$V = 2,3 \cdot 10^{-5} \pi \text{ rad/s} \cdot 4 \cdot 10^6 \text{ m} = 288,9 \text{ m/s} =$$

$$= 288,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ejercicio resuelto50

Si sabemos que la distancia media Sol-Tierra es de 150.000.000 Km, y suponemos que se trata de un movimiento circular uniforme, calcula las velocidades angular y lineal de nuestro planeta. (Expresa la velocidad de translación de la Tierra en Km/h).

Resolución

Si sabemos que la distancia media Sol-Tierra es de 150.000.000 Km, y suponemos que se trata de un movimiento circular uniforme, calcula las velocidades angular y lineal de nuestro planeta. (Expresa la velocidad de translación de la Tierra en Km/h).

Unidades al S.I.:

$$R = 150000000 \text{ Km} = 15 \cdot 10^7 \text{ Km} = 15 \cdot 10^7 \text{ Km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} =$$

$$= 15 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

La Tierra describe una órbita circular alrededor del Sol en 365 días. El Periodo del movimiento es:

$$T = 365 \text{ días} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 31276800 \text{ s}$$

Velocidad angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{31276800 \text{ s}} = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ rad/s}$$

Velocidad lineal:

$$V = \omega \cdot R$$

$$V = 6,4 \cdot 10^{-8} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 15 \cdot 10^{10} \text{ m} = 9600 \text{ m/s}$$

Ejercicio resuelto51

Un tiovivo gira dando una vuelta cada 11 s. Realiza los cálculos necesarios para responder:

- Cuál es la frecuencia y periodo del tiovivo.
- Calcula la velocidad angular y el ángulo que recorre el tiovivo en 50 s
- calcula la velocidad con que se desplazan un caballito y un cochecito de bomberos situados, respectivamente, a 2,25 y 4,5 m del eje de giro.

Resolución

Datos:

$$\text{Periodo} = T = 11 \text{ s}$$

a)

El periodo es de **11 s** establecido por definición en el enunciado del ejercicio.

Frecuencia:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{11 \text{ s}} = 0,09 \frac{1}{\text{s}} = 0,09 \text{ s}^{-1} = \mathbf{0,09 \text{ Hz}}$$

b)

Recordemos:

$$\omega = \frac{2 \pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2 \pi \text{ rad}}{11 \text{ s}} = \mathbf{0,18 \pi \text{ rad/s}}$$

Recordar que:

$$\omega = \frac{\text{espacio angular}}{\text{tiempo}} =$$

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \rightarrow \alpha = \omega \cdot t$$

$$\alpha = \omega \cdot t = 0,18 \pi \text{ rad/s} \cdot 50 \text{ s} = 9 \pi \text{ rad}$$

c)

El caballito y cochecito, al estar en la misma plataforma llevan la misma velocidad angular ($0,18 \pi \text{ rad/s}$). La velocidad que nos pide la cuestión es la lineal.

Recordemos que:

$$V = \omega \cdot R$$

$$R_{\text{caballito}} = 2,25 \text{ m}$$

$$R_{\text{cochecito}} = 4,5 \text{ m}$$

$$V_{\text{caballito}} = 0,18 \pi \text{ rad/s} \cdot 2,25 \text{ m} = 1,27 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{cochecito}} = 0,18 \pi \text{ rad/s} \cdot 4,5 \text{ m} = 2,54 \text{ m/s}$$

----- O -----