Tema nº 2 Estudio de las fuerzas. Dinámica

Contenido Temático

1.- Naturaleza de las Fuerzas. Dinámica

Video: Fuerza y Movimiento
http://www.youtube.com/watch?v=LPiK0gFxBnk&feature=related

Video: Grúas en acción
http://www.youtube.com/watch?v=Kmw0V0PJnxc&feature=related

Video: Más grúas
http://www.youtube.com/watch?v=-XSYbiedmyY

Video: Excavadoras de alto tonelaje
http://www.youtube.com/watch?v=p5Bp56N7GS8&feature=related

Video: Más grúas
http://www.youtube.com/watch?v=BopJivd9n80

Las 7:45 H de la mañana, salgo de casa para ir al Instituto y me encuentro con mi vecino Ángel, con problemas en el arranque del coche. Tras varios minutos de mirar el motor y no saber qué hacer, optamos por el método clásico, EMPUJAR el coche. Pedimos la colaboración de un vecino más y nos ponemos manos a la obra. El coche comienza a moverse y con las maniobras correspondientes, se pone en marcha.

Problema Resuelto. Más tarde, pasado el problema, uno de los ayudantes me dice que tanto ha EMPUJADO que había abollado (deformado) la chapa del coche.

¿Qué implica el fenómeno de EMPUJAR?

Analizando el problema, arranque del coche del vecino, lo que los dos voluntarios hemos realizado al EMPUJAR el coche ha sido aplicar una nueva magnitud llamada FUERZA (en realidad se han ejercido dos FUERZAS, pero como veremos más adelante, estas se pueden convertir en una, que se llama RESULTANTE.

Queremos definir la nueva magnitud FUERZA

Proyecto Newton de Física
http://recursostic.educacion.es/newton/web/

Definición de fuerza
http://definicion.de/fuerza/

Definición de fuerza
http://www.tododxts.com/preparacion-fisica/entrenamiento-deportivo/41-entrenamiento-deportivo/117-fuerza-concepto-y-clasificacion.html

Definición de fuerza
http://www.wikiteka.com/apuntes/la-fuerza/

Definición de fuerza
http://www.fisica-facil.com/Temario/Dinamica/Teorico/Newton/Dinamica.htm

Definición de fuerza
http://ieslbuza.educa.aragon.es/Departamentos/Dpto_EF/Ficheros/Fuerza.pdf

Según las páginas Web anteriores

La fuerza es algo que se ejerce

Por ejemplo, mi amigo Luis está empujando el coche de su padre porque este no lo ha podido arrancar esta mañana. La acción de Luis repercute en otro cuerpo, el coche. Como veremos más adelante el coche también está ejerciendo sobre Luis otra fuerza. Entre Luis y el coche ha existido una interacción. La pregunta es ¿cómo es posible que un coche ejerza una fuerza? . En el caso de coche, este ejerce sobre el suelo una Fuerza que se llama Peso. La superficie de la carretera ejerce una fuerza llamada de rozamiento que tiene sentido contrario al movimiento y es la que debe vencer Luís.

La fuerza siempre necesita algo o alguien para que se ponga de manifiesto. Puede ser que no exista contacto entre quien ejerce la fuerza y quien recibe el efecto (fuerzas a distancia).

La Tierra, mediante su campo gravitatorio, atrae un meteoríto. La Tierra no está en contacto con el meteoríto.

Vuelvo a repetir de la necesidad de una interacción para que las fuerzas se pongan de manifiesto.

Para nuestro nivel y nuestros fines considero que la mejor definición, de Fuerza, que podemos obtener es:

Fuerza es toda causa capaz de producir una deformación en un cuerpo o un cambio de reposo o movimiento de dicho cuerpo.

En base a la definición de Fuerza podemos deducir que las fuerzas tienen dos efectos:

a) Efecto Estático.- Deformación de los cuerpos
b) Efecto Dinámico.- Variación en el estado de reposo o movimiento del cuerpo

¿Qué parte de la Física estudia las fuerzas?

Proyecto Newton de Física
http://recursostic.educacion.es/newton/web/

Concepto de Dinámica
http://es.wikipedia.org/wiki/Din%C3%A1mica

Concepto de Dinámica
http://definicion.de/dinamica/

Según las páginas webs anteriores:

El estudio de las FUERZAS y sus efectos se estudian en una rama de la FÍSICA que se conoce con el nombre de DINÁMICA.

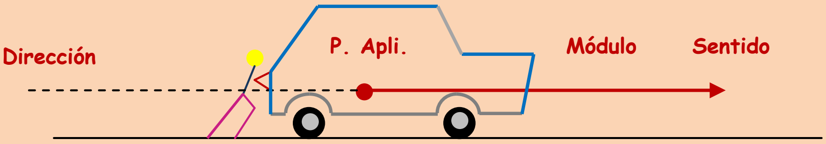
2.- La Fuerza como Magnitud

Las fuerzas son magnitudes derivadas (se definen en función de otras magnitudes) puesto que depende de la masa del cuerpo sobre él que actúan y de la aceleración que le proporciona al mismo.

Las fuerzas son magnitudes vectoriales y por lo tanto tendrán:

a) Intensidad o módulo
b) Dirección
c) Sentido
d) Punto de aplicación (lo supondremos situado en el centro geométrico del cuerpo)

Las magnitudes vectoriales, como sabemos, se representan mediante vectores (segmentos orientados). La sigla de la magnitud lleva como sombrero una flecha que indica su carácter vectorial, $\vec{F}$.



El valor de la Fuerza (Módulo = Intensidad) se representa de la forma: $|\vec{F}|$

3.- Efecto Dinámico de las Fuerzas. Principio Fundamental de la Dinámica

Newton propone en su 2ª Ley, conocida como Principio Fundamental de la Dinámica, que: la fuerza neta que actúa sobre la masa de un cuerpo es directamente proporcional a la aceleración que le proporciona, desplazándose el cuerpo en la dirección y sentido de la fuerza aplicada.

La 2ª Ley de Newton viene expresada por la ecuación:

$$\boxed{F = m \cdot a}$$ Ecuación Fundamental de la Dinámica

3.1.- Unidades de la magnitud Fuerza

Para determinar las unidades de la magnitud Fuerza haremos uso de la ecuación de dimensiones de la misma:

$[F] = [m] \cdot [a]$ (1)

[m] = Ecuación de dimensiones de la "masa"
[a] = Ecuación de dimensiones de la "aceleración"

Ecuación de dimensiones de la Masa:

La masa es una magnitud "fundamental" por lo que:

[m] = M (sigla de la Magnitud)

La "aceleración" es una magnitud derivada. Recordar que la aceleración venía definida como la relación entre velocidad y tiempo del movimiento:

$$a = \frac{V}{t}$$

Luego:

$$[a] = \frac{[V]}{[t]} \quad (2)$$

La "velocidad" queda establecida mediante la relación entre el espacio recorrido y el tiempo empleado en recorrer dicho espacio:

$$V = \frac{e}{t}$$

La ecuación de dimensiones de la **"velocidad"**:

$$[V] = \frac{[e]}{[t]} \quad (3)$$

El **"espacio"** es una magnitud fundamental luego su ecuación de dimensiones:

$[e] = L$ (sigla de la magnitud)

El **"tiempo"** es una magnitud **fundamental** luego su ecuación de dimensiones:

$[t] = T$ (sigla de la magnitud)

Si llevamos [e] y [t] a la ecuación (3):

$$[V] = \frac{L}{T}$$

Recordar que en las ecuaciones de dimensiones no existían denominadores por lo que la ecuación anterior pasa a ser:

$$[V] = L \,.\, T^{-1}$$

Si llevamos [V] y [t] a la ecuación (2):

$$[a] = \frac{L \cdot T^{-1}}{T}$$

Si quitamos denominadores:

$[a] = L \cdot T^{-2}$

Si llevamos la [a] a la ecuación (1):

$[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$

Podemos concluir que la unidad de "Fuerza" viene dada por el producto de las magnitudes "masa", "longitud" y "tiempo" elevado a (-2).

Recordar:

MAGNITUD	UNIDAD EN S.I.
Masa (m)	Kilogramo (Kg)
Longitud (L)	Metro (m)
Tiempo (t)	Segundo (s)

Podemos establecer que la unidad de Furerza en el Sistema Internacional es:

$$[F] = Kg \cdot m \cdot s^{-2}$$

Lo que podemos interpretar como: al aplicar una unidad de Fuerza en el S.I. a un Kilogramo de masa le proporcionamos una aceleración de un $m \cdot s^{-2}$ (m/s^2). A esta unidad de Fuerza en el S.I. se le conoce como Newton (N), dicho de otra forma: El Newton (N) es la Fuerza que aplicada a 1 Kilogramo de masa le proporciona una aceleleración de 1 m/s^2 ($m \cdot s^{-2}$).

$$Kg \cdot m \cdot s^{-2} = 1\ N$$

Ejercicio resuelto1

Un objeto de 100 kg, se encuentra sobre un plano horizontal. Si tiramos de él con una fuerza de 300 N ¿con qué aceleración se moverá?.

Resolución

Se estableció en la Ecuación Fundamental de la Dinámica:

$$F = m \cdot a$$

De la ecuación anterior podemos despejar la aceleración:

$$a = \frac{F}{m}$$

Sustituimos datos:

$$a = \frac{300\ N}{100\ Kg} = \frac{300\ \cancel{Kg} \cdot m \cdot s^{-2}}{100\ \cancel{Kg}} = 3\ m \cdot s^{-2} = 3\ m/s^2$$

Ejercicio resuelto2

Sobre un cuerpo de masa 30 kg, que se mueve inicialmente con una velocidad de 8 m/s, actúa una fuerza constante de 24 N en la dirección del movimiento. Calcula su velocidad al cabo de 15 segundos.

Resolución

Por Cinemática sabemos que:

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad (1)$$

Conocemos Vo (8 m/s) y el tiempo (t = 15 s). Para conocer Vf debemos conocer primero la aceleración que adquiere el cuerpo. Para ello la Ecuación Fundamental de la Dinámica nos dice:

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} \quad (2)$$

Llevamos datos a la ecuación (2):

$$a = \frac{24\ N}{30\ Kg} = \frac{24\ \cancel{Kg} \cdot m \cdot s^{-2}}{30\ \cancel{Kg}} = 0{,}8\ m \cdot s^{-2}$$

Si llevamos el valor de la **"aceleración"** a la ecuación (1) nos queda:

$Vf = Vo + a \cdot t$

$Vf = 8 \, m/s + 0{,}8 \, m \cdot s^{-2} \cdot 15 \, s = 8 \, m/s + 13{,}62 \, m/s^{\cancel{2}} \cdot \cancel{s} =$

$= 8 \, m/s + 13{,}62 \, m/s = 21{,}62 \, m/s = 21{,}62 \, m \cdot s^{-1}$

Ejercicio resuelto3

Sobre un cuerpo de 2500 g, inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 20 N, durante 4 s. Calcular la velocidad que adquiere el cuerpo transcurridos los 4 s.

Resolución

Unidades al S.I.:

$$2500 \, \cancel{g} \cdot \frac{1 \, Kg}{1000 \, \cancel{g}} = 2{,}5 \, Kg$$

Inicialmente en reposo nos indica que Vo = 0

Recordando Cinemática:

$V_f = V_o + a \cdot t$

Conociendo la Vo y el tiempo para conocer la Vf debemos conocer antes la acelerración que adquiere dicho cuerpo:

$F = m \cdot a$

$$20\ N = 2{,}5\ Kg \cdot a \quad ; \quad a = \frac{20\ N}{2{,}5\ Kg} = 8\ m \cdot s^{-2}$$

Llevamos el valor de la aceleración a la ecuación (1):

$$V_f = 0 + 8\ m.s^{-\cancel{2}} \cdot 4\ \cancel{s} = 32\ m.s^{-1}$$

Ejercicio resuelto4

Un objeto de 20 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal en reposo ¿Qué fuerza hay que aplicar para que adquiera una velocidad de 36 km/h en 5 s?.

Resolución

Datos:
m = 20 Kg
Vf = 36 Km/h
t = 5 s
Vo = 0

Unidades al S.I.:

$$Vf = 36\ \frac{\cancel{Km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{Km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = 10\ \frac{m}{s}$$

Para conocer el valor de la "fuerza" aplicamos la 2ª Ley de Newton:

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

Conocemos la masa pero desconocemos la aceleración. Cinéticamente sabemos que:

$$V_f = V_o + a \cdot t$$

Sustituimos datos:

$10\ m/s = 0 + a \cdot 5\ s$; $10\ m/s = a \cdot 5\ s$

$$a = \frac{10\ m/s}{5\ s} = 2\ m/s^2$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$F = 20\ Kg \cdot 2\ m/s^2 = 40\ Kg \cdot m/s^2 = 40\ N$

Ejercicio resuelto5

Un bloque de 1 Kg de masa se encuentra, en reposo, sobre un plano horizontal, si sobre él actúa una fuerza de 10 N paralela al plano horizontal, determina el espacio y velocidad adquirida a los 5s.

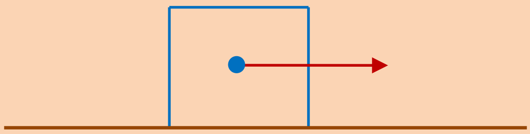
Resolución

Datos:

$V_o = 0$
m = 1 Kg
F = 10 N
t = 5s

Esquema de la situación:

Suponemos que el punto de aplicación de la fuerza se encuentra en el centro de gravedad del cuerpo (en cuerpos geométricos regulares en el centro geométrico del mismo):



2ª Ley de Newton: F = m . a

Según Cinemática el espacio recorrido por el cuerpo vendrá dado por la ecuación:

$e = V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Si llevamos a (1) los datos:

$e = 0 \cdot 5\ s + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (5s)^2$

$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 25\ s^2$ (1)

Necesitamos conocer la "aceleración" para poder terminar de conocer el espacio recorrido. Al respecto Newton nos dice:

$$F = m \cdot a$$

Si llevamos a la ecuación anterior los datos nos queda:

$$10\ N = 1\ Kg \cdot a$$

Despejando la "aceleración":

$$a = \frac{10\ N}{1\ Kg} = \frac{10\ \cancel{Kg} \cdot m/s^2}{1\ \cancel{Kg}} = 10\ m/s^2$$

Si llevamos a (1) la "aceleración":

$$e = \frac{1}{2} \cdot 10\ m/\cancel{s^2} \cdot 25\ \cancel{s^2} = 125\ m$$

En lo referente a la velocidad adquirida sabemos que:

$$Vf = Vo + a \cdot t$$

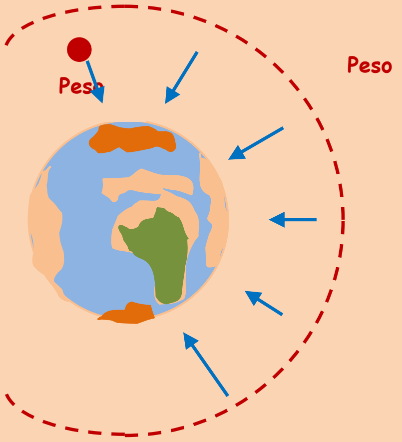
Como $Vo = 0$

$$Vf = a \cdot t$$

$$Vf = 10\ m/s^2 \cdot 5\ s = 50\ m/s$$

4.- El Peso de los cuerpos

El Campo Gravitatorio Terrestre es la región del espacio en donde todo cuerpo situado en él está bajo la acción de una fuerza, ejercida por la Tierra, en la dirección y sentido hacia el centro de la misma. A esta fuerza se le conoce como PESO del cuerpo y tiene su punto de aplicación en dicho cuerpo.



Campo Gravitatorio Terrestre

De forma más simple: El peso de los cuerpos es la fuerza de atracción gravitatoria que la Tierra ejerce sobre los cuerpos que están en ella.

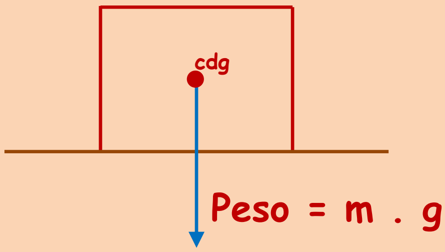
Si aplicamos la Ley Fundamental de la Dinámica en la caída libre, en la que la única fuerza que actúa es el peso podemos inducir:

$$F = m \cdot a \rightarrow P = m \cdot g$$

En donde "g" es el valor de la aceleración de la gravedad o aceleración de caída de los cuerpos y que tiene el valor de 9,81 m s^{-2} (m/s^2).

Si colocamos el cuerpo sobre una superficie el Peso es la fuerza que ejerce el cuerpo en su punto de apoyo:

El Peso por ser una Fuerza se representa como un vector, definido por su módulo ($p = m \cdot g$), dirección y sentido, aplicado en el centro de gravedad del cuerpo y dirigido hacia el centro de la Tierra.



Es importante mencionar que "peso" y "masa" son dos conceptos y magnitudes físicas bien diferenciadas. En lenguaje no científico término "peso" se utiliza a menudo erróneamente como sinónimo de "masa".

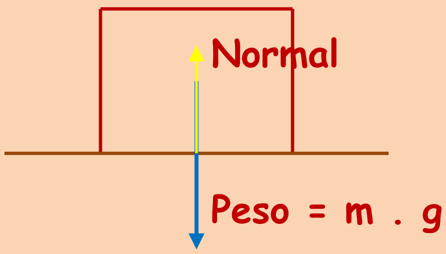
Existen importantes diferencias entre Peso y Masa:

a) El Peso es una magnitud vectorial y la masa es una magnitud escalar
b) La masa de un cuerpo es una propiedad intrínseca del mismo, es decir, la cantidad de materia no depende de otras magnitudes. El peso de un cuerpo no es una propiedad intrínseca del mismo pues depende de la intensidad del campo gravitatorio terrestre en el lugar donde se encuentra el cuerpo
c) La masa de un cuerpo representa la inercia (resistencia del cuerpo a los cambios de estado de movimiento) del mismo

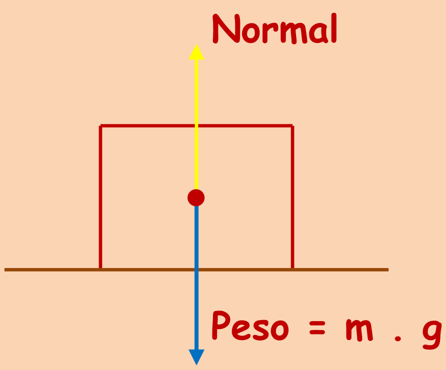
d) La unidad de masa en el S.I. es el Kilogramo (Kg) y la unidad de peso el Newton (N)

5.- Fuerza Normal

Es la fuerza ejercida por la superficie sobre el cuerpo que se encuentra reposado sobre ella. La fuerza normal tiene la misma dirección y módulo que el peso pero de sentido contrario.



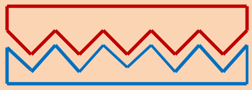
La fuerza normal como magnitud vectorial se comporta como vector deslizante (se pueden trasladar a lo largo de su dirección) el esquema anterior quedaría de la forma:



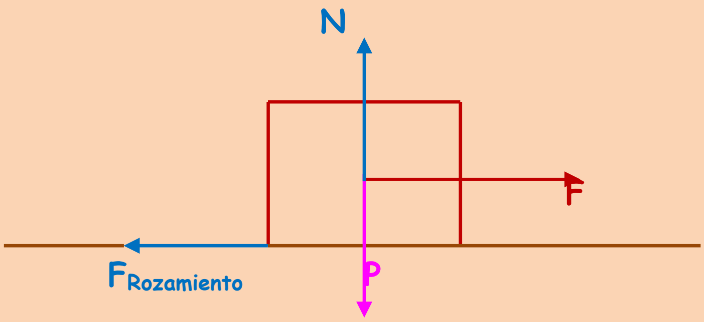
El peso y la normal se anulan mutuamente y el cuerpo se encontraría sobre la superficie en Equilibrio Estático.

6.- Fuerza de Rozamiento

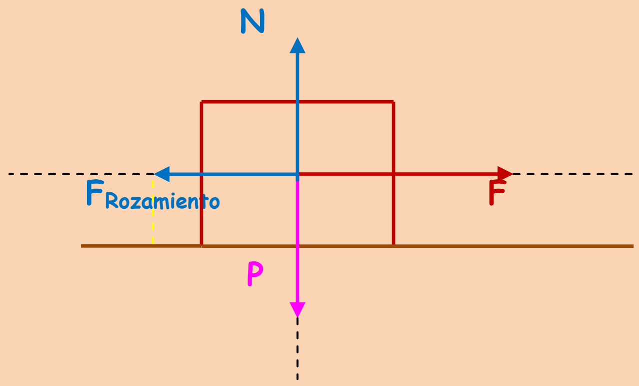
Las superficies de los cuerpos puestos en contacto, por muy pulidos que estén, presentan irregularidades dentadas que se pueden determinar microscópicamente:



Este acoplamiento de irregularidades crea una fuerza llamada de Rozamiento que tendremos que vencer para poder desplazar un cuerpo por una superficie. Supongamos que desplazamos hacia la derecha un cuerpo mediante una fuerza , F, paralela al suelo, el esquema del diagrama de fuerzas serís el siguiente:



La fuerza de rozamiento tiene su punto de aplicación en el punto de contacto de las dos superficies pero por equipolencias de vectores podemos llevarla al punto de aplicación del resnto de fuerzas quedando el esquema siguiente:



De esta forma trasladamos la Fuerza de Rozamiento al Sistema de Referencia.

La Fuerza de Rozamiento cumple las siguientes leyes:

a) La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos es proporcional a la fuerza Normal que ejerce un cuerpo sobre el otro
b) La fuerza de rozamiento no depende de la superficie de contacto (área) de ambos cuerpos, aunque sí de la naturaleza de sus materiales.
c) La fuerza de rozamiento no depende de la velocidad a la que se deslicen los cuerpos
d) La fuerza de rozamiento tiene sentido opuesto al movimiento, es decir, tiene la misma dirección que la Fuerza que produce el desplazamiento pero de sentido opuesto

Según el apartado a) la ecuación que nos determina el valor de la Fuerza de Rozamiento es:

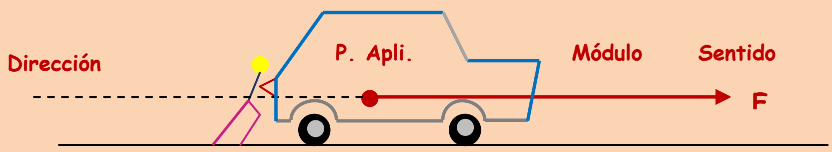
$$F_{Rozamiento} = \mu \cdot N$$

Donde:

μ =Const. de proporcionalidad = Coef. de rozamiento

7.- Acción de varias fuerzas sobre un cuerpo. Fuerza Resultante

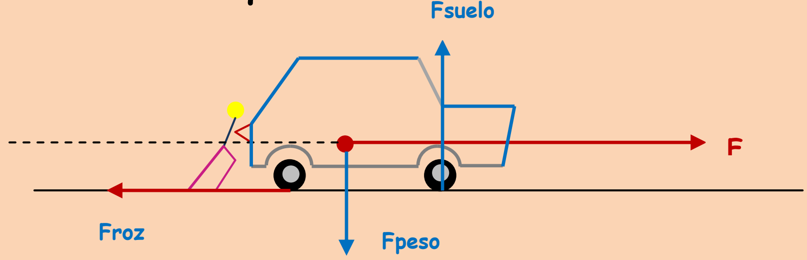
Normalmente sobre un cuerpo suelen actuar varias fuerzas. Suponer la situación:



Sobre el coche no sólo actúa la fuerza "F" (fuerza que ejerce el hombre). También actúan:

a) La fuerza de rozamiento ejercida por el aire
b) La fuerza de rozamiento ejercida por el suelo
c) La fuerza ejercida por el suelo en sentido ascendente
d) El peso del coche

Nos quedaría un esquema:



Todas estas fuerzas quedarían reducidas a una que recibe el nombre de "Fuerza Resultante". Esta fuerza se puede calcular de diferentes formas en función de las fuerzas parciales.

Cuando actúan varias fuerzas sobre un mismo cuerpo el principio Fundamental de la Dinámica tiene como ecuación:

$$\sum F = m \cdot a$$

En donde $\sum$ tiene como significado SUMATORIO y equivale a la Fuerza Resultante, por lo que:

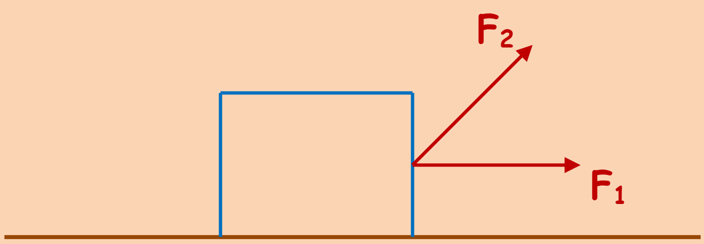
$$F_R = m \cdot a$$

7.1.- Cálculo de la Fuerza Resultante

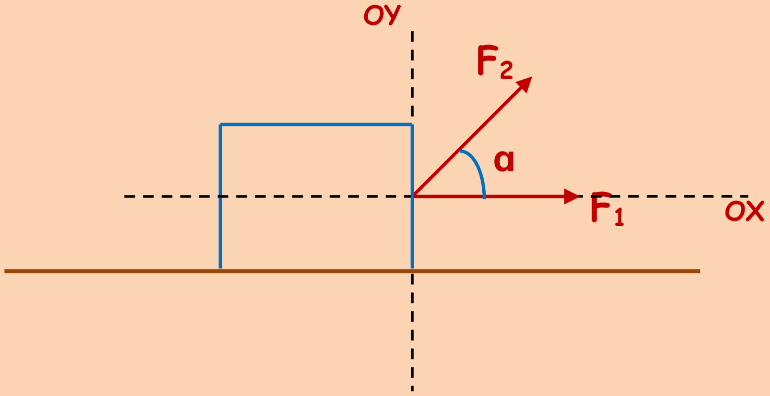
Supondremos que las fuerzas parciales son concurrentes en un punto del cuerpo.

Determinemos la fuerza Resultante de dos fuerzas que forman entre ellas un ángulo cualquiera:

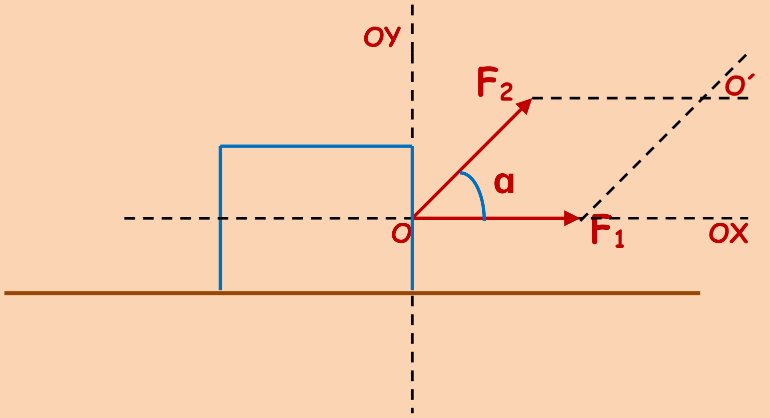
El esquema quedaría de la forma:

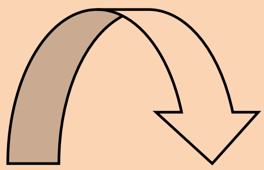


Vamos a utilizar un Sistema de Referencia:

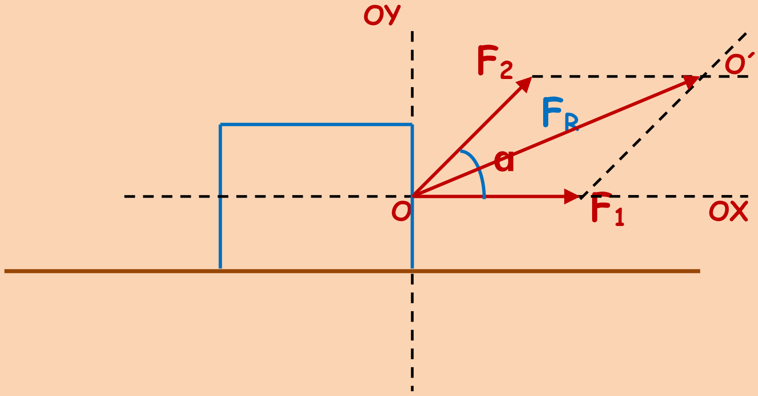


Geométricamente la Fuerza Resultante se puede obtener mediante la Regla del Paralelogramo: Del extremo de F_1 trazamos una recta paralela a F_2 y del extremo de F_2 una recta paralela a F_1:

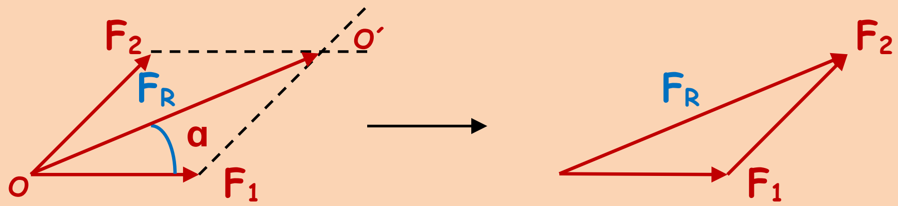




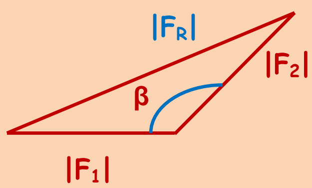
La unión de los vértices *O* y *O´* y obtenemos la Fuerza resultante con dirección y sentido según marca el dibujo:



Numéricamente la podemos obtener, en función del dibujo siguiente, mediante el "teorema del coseno" (si lo conocéis fabuloso, y si no, lo aprendemos de memoria):



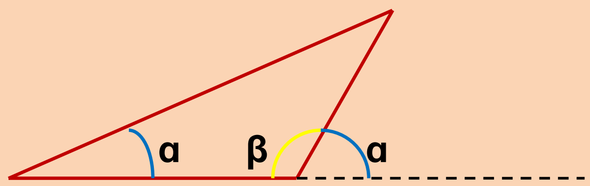
La nueva fuerza F_2 es igual a la primera F_2 por paralelismo entre vectores. El dibujo anterior para poder aplicar el teorema del coseno pasaría a ser el triángulo siguiente:



Según el citado teorema:

$$|F_R|^2 = |F_1|^2 + |F_2|^2 - 2 \cdot |F_1| \cdot |F_2| \cdot \text{Cos } \beta \quad (1)$$

El dibujo anterior lo modificaremos para que aparezca el ángulo α que inicialmente formaban las fuerzas F_1 y F_2:



Como podemos ver α y β son ángulos suplementarios (α + β = 180º). En ángulos suplementarios se cumple que:

$$\text{Cos } \beta = - \cos \alpha$$

Llevada la equivalencia anterior a la ecuación (1) nos queda:

$$|F_R|^2 = |F_1|^2 + |F_2|^2 - 2 \, . \, |F_1| \, . \, |F_2| . \, (- \text{Cos } \alpha)$$

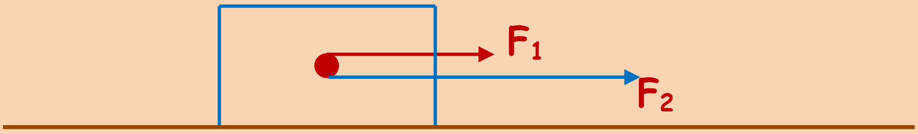
$$|F_R|^2 = |F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \, . \, |F_1| \, . \, |F_2| . \; \text{Cos } \alpha$$

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \, . \, |F_1| \, . \, |F_2| . \; \text{Cos } \alpha}$$

En función de esta ecuación podemos determinar numéricamente la resultante de fuerzas con características determinadas.

7.1.1.- Fuerza resultante de dos fuerzas concurrentes en un punto de la misma dirección y mismo sentido

Sean F_1 y F_2 dos fuerzas concurrentes, en el centro geométrico del cuerpo, en el esquema siguiente:



Al ser las fuerzas paralelas el ángulo que forman entre ellas es de 0° (α = 0°). Se cumple que:

$$\cos 0^{\circ} = 1 \longrightarrow \cos \alpha = 1$$

Si llevamos esta equivalencia a la fórmula:

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \cdot |F_1| \cdot |F_2| \cdot \cos \alpha}$$

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \cdot |F_1| \cdot |F_2| \cdot 1}$$

Operando:

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \cdot |F_1| \cdot |F_2|} \quad (1)$$

Lo que tenemos en el radicando (bajo raíz) es el desarrollo de la suma de un binomio al cuadrado:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$$

La ecuación (1) quedaría de la forma:

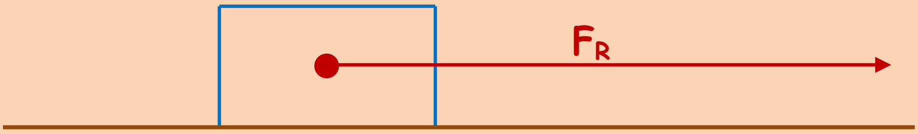
$$|F_R| = \sqrt{(|F_1| + |F_2|)^2}$$

Finalmente el valor de la resultante de dos fuerzas concurrentes de la misma dirección y sentído vendría dado por la ecuación:

$$|F_R| = \cancel{\sqrt{}}\,(\,|F_1| + |F_2|)^{\cancel{2}}$$

$$|F_R| = |F_1| + |F_2|$$

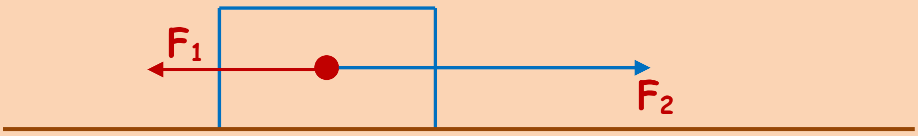
Geométricamente:



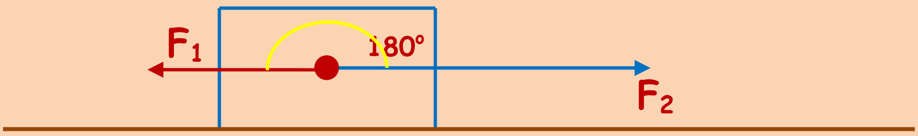
La F_R tendrá la misma dirección y sentido de las fuerzas iniciales.

7.1.2.- Resultante de dos fuerzas concurrentes en un punto de la misma dirección y sentido contrario

F_1 y F_2 en el esquema:



En estas circunstancias el ángulo es de 180º:



Debemos saber que:

$$\cos 180^\circ = -1$$

Nos vamos a la ecuación:

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \,.\, |F_1| \,.\, |F_2| .\ \cos \alpha}$$

Nos quedaría de la forma:

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \,.\, |F_1| \,.\, |F_2| .\ \cos 180^\circ}$$

Ponemos el valor del coseno:

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \,.\, |F_1| \,.\, |F_2| .\ (-1)}$$

Operamos:

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 - 2 \,.\, |F_1| \,.\, |F_2|} \qquad (1)$$

El radicando corresponde a la diferencia de un binomio al cuadrado:

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b$$

La ecuación (1) quedaría de la forma:

$$|F_R| = \sqrt{(|F_1| - |F_2|)^2}$$

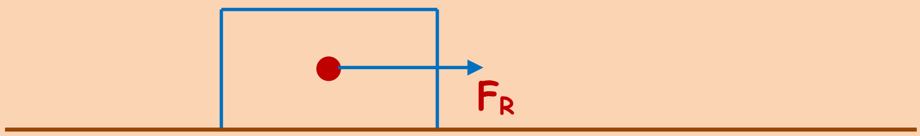
Finalmente:

$$|F_R| = |F_1| - |F_2|$$

El valor de la F_R lo obtendremos restando a la mayor la fuerza menor, en nuestro caso:

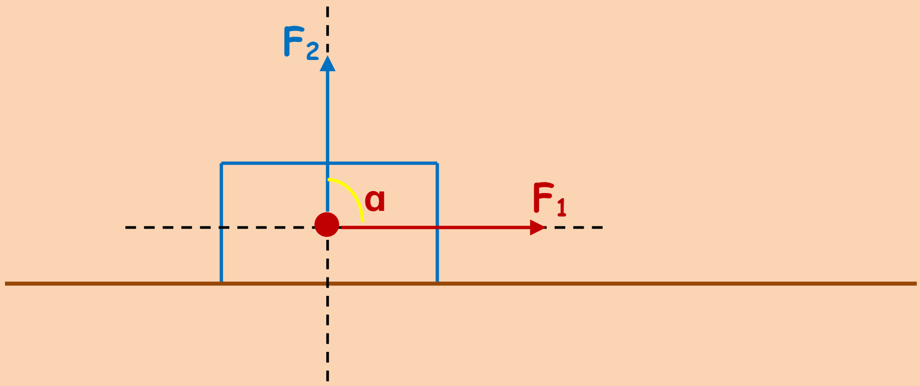
$$F_R = |F_2| - |F_1|$$

La F_R tendría la misma dirección que F_1 y F_2 pero el sentido de la mayor (F_2) y de módulo la diferencia de los módulos de $|F_2|$ y $|F_1|$:



7.1.3.- Fuerza resultante de dos fuerzas rectangulare

Dadas las fuerzas F_1 y F_2 en el esquema:



En este caso $\alpha = 90° \rightarrow \cos \alpha = 0$

Tomando como referencia la ecuación:

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \cdot |F_1| \cdot |F_2| \cdot \cos \alpha}$$

Sustituimos datos:

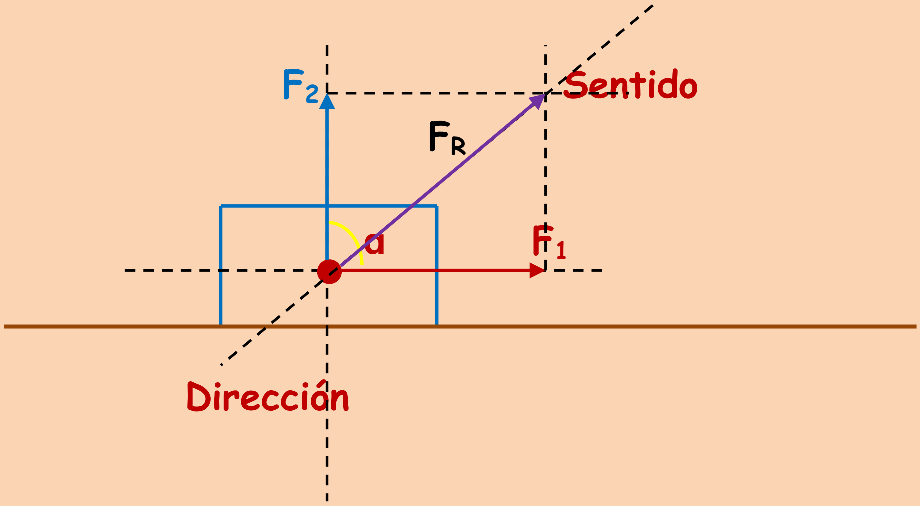
$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \cdot |F_1| \cdot |F_2| \cdot \cos \alpha}$$

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \cdot |F_1| \cdot |F_2| \cdot \cos 90°}$$

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 + 2 \cdot |F_1| \cdot |F_2| \cdot 0}$$

$$|F_R| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2}$$

Gráficamente y mediante la Regla del Paralelogramo:

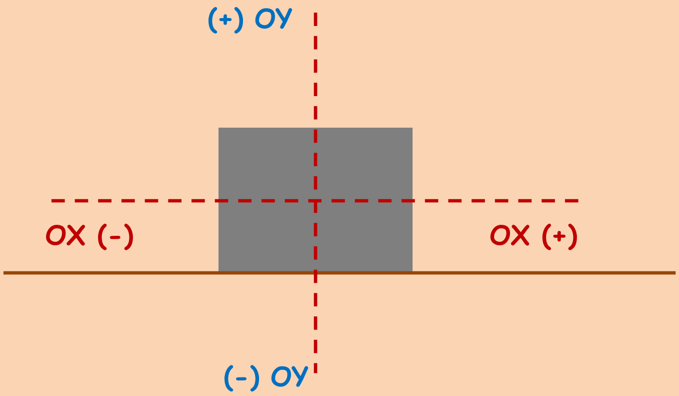


8.- Puntualizaciones importantes para realizar Ejercicios o Cuestiones

Cuando nos enfrentemos a la resolución de un ejercicio o cuestión considero muy importante el aspecto gráfico y para ello es indispensable establecer un Sistema de Referencia.

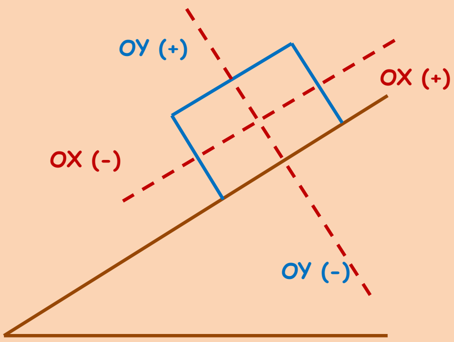
a) El Sistema de Referencia es un Sistema de Coordenadas Cartesianas que pasa por el centro de gravedad (cdg) del cuerpo sobre el que actúan las diferentes fuerzas.

b) Supongamos un cuerpo apoyado (reposado) sobre una superficie horizontal:

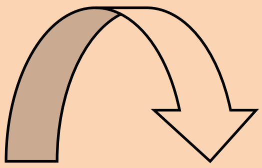


Tomaremos siempre como signo (+) el que nos marque el movimiento del cuerpo.

c) En un plano inclinado:



d) Establecido el Sistema de Referencia nos olvidamos de los módulos (| |) y le pondremos a la Fuerza el signo que le corresponda según el Sistema de Referencia.



Ejercicio resuelto6

Sobre un cuerpo de m = 2 Kg, en reposo, se aplica una fuerza de 20N y otra de 5N, en la misma dirección y sentido opuesto, determina: a) Espacio recorrido en 3s.b) Velocidad a los 10 s de comenzar el movimiento.

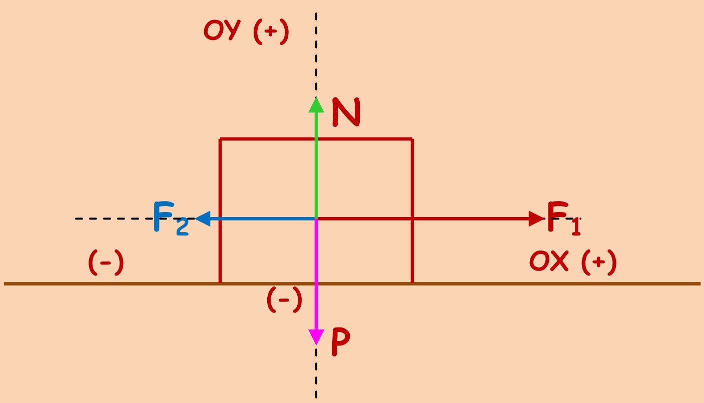
Resolución

Datos:
$V_o = 0$
$F_1 = 20$ N
$F_2 = - 5$ N
m = 2 Kg

a)

Supongamos que el cuerpo se encuentra apollado sobre una superficie horizontal. Sobre el mismo actúan las dos fuerzas que nos determina el ejercicio pero además intervienen dos fuerzas más, su Peso (fuerza) y la fuerza Normal. La F_R de todas las fuerzas será la que proporcionará al cuerpo la aceleración.

Esquema de fuerzas:



Criterio de signos:

Eje OX: (-) ← 0 → (+)

(+)
↑
Eje OY: 0
↓
(-)

Cálculo de la F_R:

Eje OX:

$$\Sigma F_x = F_1 + (-F_2) = F_1 - F_2$$

ΣF_x = Suma de todos las fuerzas actuantes en el eje OX

Eje OY:

$$\Sigma F_y = N + (-P) = N - P$$

Como se cumple que:

$$N = -P \rightarrow \Sigma F_y = 0$$

Sobre el cuerpo solo actúan las fuerzas en la dirección del Eje OX y por lo tanto:

$$F_{Rx} = F_1 + (-F_2) = F_1 - F_2 = m \cdot a$$

Podemos proceder al cálculo de la "aceleración":

$$20\ N - 5\ N = 2\ Kg\ .\ a\ \ ;\ \ 15\ N = 2\ Kg\ .\ a$$

$$a = \frac{15\ N}{2\ Kg} = \frac{15\ Kg\ .\ m/s^2}{2\ Kg} = 7{,}5\ m/s^2\ (m\ .\ s^{-2})$$

El espacio recorrido por el cuerpo lo podemos conocer mediante la ecuación:

$$e = Vo\ .\ t + \tfrac{1}{2}\ .\ a\ .\ t^2$$

Vo = 0
t = 3 s

$$e = 0\ .\ 3\ s + \tfrac{1}{2}\ .\ 7{,}5\ m/s2\ .\ (3\ s)^2 =$$

$$= 3{,}75\ m\ m/\cancel{s^2}\ .\ 9\ \cancel{s^2} = 33{,}75\ m$$

b)

La velocidad se calculará:

$$V_f = V_o + a\ .\ t$$

$$V_o = 0$$

$$V_f = 0 + a\ .\ t = 7{,}5\ m/s^{\cancel{2}}\ .\ 10\ \cancel{s} = 75\ m/s = 75\ m.s^{-1}$$

Ejercicio resuelto7

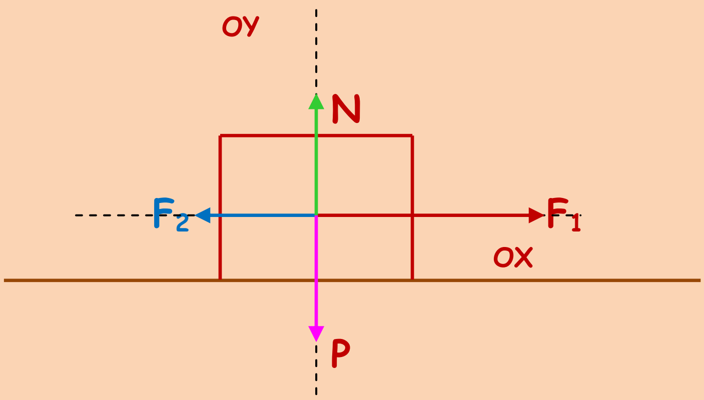
Sobre cuerpo de m = 250 g actúan dos fuerzas. Una de 3 N hacia la derecha y otra de 1 N hacia la izquierda. Calcular

a) La aceleración con que se mueve
b) ¿Qué valor deberá tener la fuerza que apunta hacia la derecha si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s

Resolución

$$250 \cancel{g} \cdot \frac{1\ Kg}{1000 \cancel{g}} = 0{,}250\ Kg$$

Esquema de fuerzas:



$F_1 = 3$ N
$F_2 = -1$ N

Como $N = -P$, ambas fuerzas se anulan y solo actúan las fuerzas en la dirección del Oje OX:

$$\sum Fx = F_1 + (-F_2) = F_1 - F_2 = m \cdot a$$

Por tanto:

$$|F_{Rx}| = m \cdot a$$

$$3\ N - 1\ N = 0{,}250\ Kg \cdot a \quad ; \quad 2\ N = 0{,}250\ Kg \cdot a$$

$$a = \frac{2\ N}{0{,}250\ Kg} = \frac{2\ \cancel{Kg} \cdot m/s^2}{0{,}250\ \cancel{Kg}} = 8\ m/s^2 = 8\ m.s^{-2}$$

b)

Si queremos que el cuerpo se deslice con velocidad constante se debe cumplir $\sum Fx = 0$:

$$F_1 + F_2 = 0$$

Como $F_2 = -\ 1\ N$:

$$F_1 - 1\ N = 0 \ ; \quad F_1 = 1\ N$$

El P y la N no tienen juego puesto que sabemos que se anulan siempre.

Problema resuelto8

Sobre un cuerpo de masa 30 kg, que se mueve inicialmente con una velocidad de 8 m/s, actúa una fuerza constante de 24 N en la dirección del movimiento. Supuesto que no hay rozamiento, calcula su velocidad al cabo de 15 segundos, si el sentido de la fuerza es:

a) El de la velocidad inicial
b) Contrario al de la velocidad inicial.

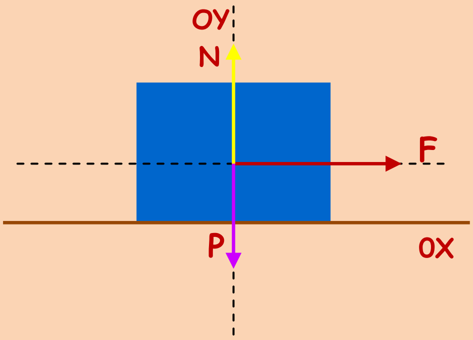
Resolución

a)

Datos:

m = 30 Kg
Vo = 8 m/s
F = + 24 N
t = 5 s

Esquema de fuerzas:



Eje OX: $\sum Fx = F = 24\ N$
Eje OY: $\sum Fy = N + (-P)$; $N = -P$
$\sum Fy = 0$

Sobre el cuerpo solo actúa la fuerza en el eje OX y es la que le proporciona la aceleración al cuerpo:

$F = 24\ N = m \cdot a$; $24\ N = 30\ Kg \cdot a$

$$a = \frac{24\ N}{30\ Kg} = \frac{24\ \cancel{Kg}\ .\ m/s^2}{30\ \cancel{Kg}} = 0{,}8\ m/s^2 = 0{,}8\ m\ .\ s^{-2}$$

La velocidad alcanzada a los 15 s de iniciado el moviento la podemos conocer:

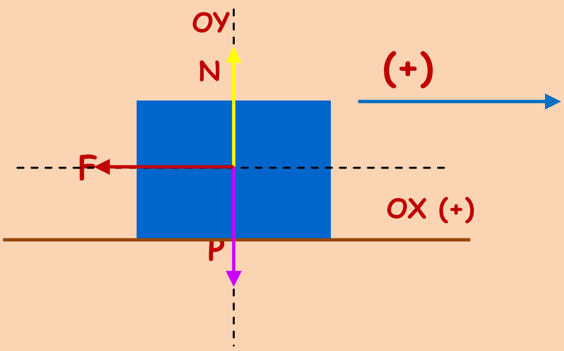
$Vf = Vo + a\ .\ t$

$Vf = 8\ m/s + 0{,}8\ m/s^2\ .\ 5\ s = 8\ m/s + 4\ m/s^2\ .\ s =$

$= 8\ m/s + 4\ m/s = 12\ m/s = 12\ m\ .\ s^{-1}$

b)

En sentido contrario al de la velodidad



Eje OX: $\Sigma Fx = -\ F = -\ 24\ N$

Eje OY: $\Sigma Fy = 0$

La única fuerza que actúa es la correspondiente al Eje OX cuya acción se desarrolla en la parte negativa de dicho eje y por lo tanto debe ser negativa:

$$- 24\ N = 30\ Kg\ .\ a$$

$$a = \frac{-24\ N}{39\ Kg} = \frac{-24\ \cancel{Kg}\ .\ m/S^2}{30\cancel{Kg}} = -\ 0{,}8\ m/s^2 = -\ 0{,}8\ m\ .\ s^{-2}$$

La "aceleración" negativa nos indica que la fuerza se opone al avance del cuerpo con la consiguiente disminución de la velocidad.

La Vf:

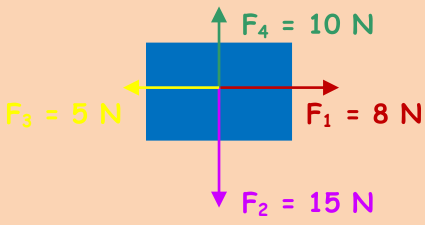
$$Vf = Vo + a\ .\ t$$

$$Vf = 8\ m/s + (-0{,}8\ m/s2)\ .\ 5\ s = 8\ m/s - 4\ m/s^{\cancel{2}}\ .\ \cancel{s} =$$

$$= 8\ m/s - 4\ m/s = 4\ m/s = 4\ m\ .\ s^{-1}$$

Ejercicio resuelto9

Un cuerpo de masa 30 Kg se encuentra en reposo y bajo la acción de las siguientes Fuerzas:



Determinar:

a) La dirección y sentido de su movimiento de traslación así como el módulo de la fuerza que produce dicho desplazamiento
b) Velocidad que alcanza cuando transcurren 5 s de la iniciación del movimiento
c) El espacio recorrido en ese espacio

Resolución

Datos:
t = 5 s
Vo = 0
m = 30 Kg

$$\left.\begin{array}{l} F1 = 8\ N \\ F2 = -\ 15\ N \\ F3 = -\ 5\ N \\ F4 = 10\ N \end{array}\right\}\ \text{Según Sistema de Referencia}$$

a)

Obtención de la fuerza Resultante:

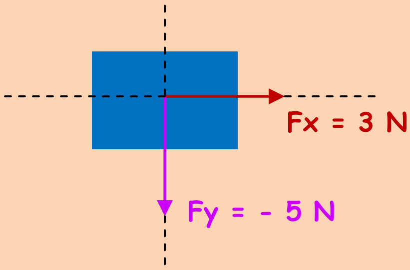
Eje OX:

$\sum Fx = F_1 + F_3 = 8\ N + (-5\ N) = 3\ N$ (Sentido positivo en OX)

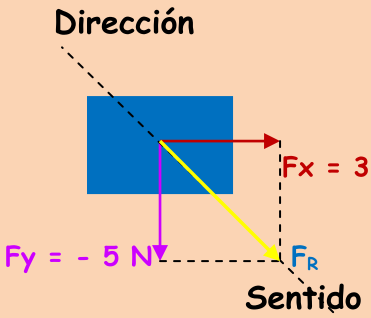
Eje OY:

$\sum Fy = F_4 + F_2 = (-\ 15\ N) + 10\ N = -\ 5\ N$ (Sent. negativo OY)

Nuevo esquema de fuerzas:



Obtención gráfica de la resultante (Regla del Paralelogramo):



El cuerpo se desplazará en la dirección y sentido de la Fuerza Resultante. Dicha fuerza, teniendo en cuenta que Fx e Fy son rectangulares (α = 90°), tendrá un valor de:

$$F_R = \sqrt{(3\ N)^2 + (-5\ N)^2} = \sqrt{9\ N^2 + 25\ N^2} =$$

$$= \sqrt{34\ N^2} = 5{,}83\ N$$

b)

Según Cinemática:

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

$Vo = 0 \rightarrow Vf = a \cdot t$ (1)

Debemos conocer la "aceleración". La 2ª Ley Newton nos dice que:

$F = m \cdot a$

$F = F_R \rightarrow 5{,}38\ N = 30\ Kg \cdot a$

$$a = \frac{5{,}38\ N}{30\ Kg} = \frac{5{,}38\ \cancel{Kg} \cdot m/s^2}{30\ \cancel{Kg}} = 0{,}18\ m/s^2$$

Conocida la aceleración sustituimos datos en ecuación (1):

$Vf = 0{,}18\ m/s^{\cancel{2}} \cdot 5\ \cancel{s} = 0{,}9\ m/s$

c)

Según Cinemática:

$e = Vo \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

$Vo = 0 \rightarrow e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Sustituimos datos:

$e = \frac{1}{2} \cdot 0{,}18\ m/s^2 \cdot (5\ s^2) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}18\ m/s2 \cdot 25\ s^2 =$

$= 2{,}25\ m$

Ejercicio resuelto10

Un cuerpo de 10 Kg de masa se mueve por un plano Horizontal al actuar sobre él una fuerza paralela al plano de 200 N. Determinar:

a) La aceleración que adquiere

b) La aceleración que adquiere cuando el coeficiente de rozamiento (μ) vale 0,1

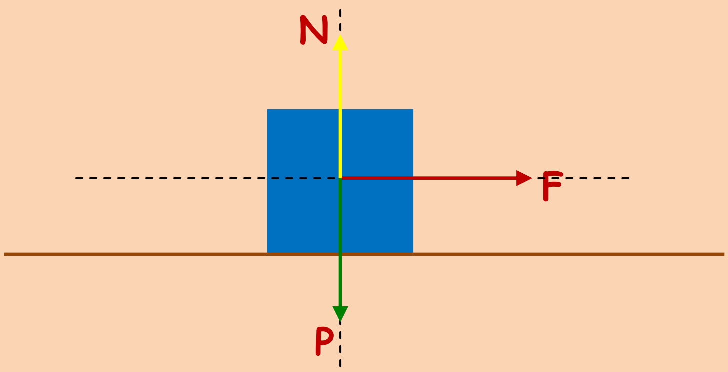
Resolución

a)

Datos:

m = 10 Kg
F = 200 N
μ = 0,1 (es adimensional, no tiene unidades)

Esquema de fuerzas:



Cálculo de la F_R:

Eje OX:

$$\sum Fx = F$$

Eje OY: N = - P → Se anulan mutuamente

Solo interviene la Fx:

Fx = m . a ; 200 N = 10 Kg . a

$$a = \frac{200\ N}{10\ Kg} = \frac{200\ Kg\ .\ m/s^2}{10\ Kg} = 20\ m/s^2$$

b)

Al existir coeficiente rozamiento aparece la Fuerza de rozamiento que lleva sentido contrario a la fuerza que produce el avance del cuerpo.

Vimos que la fuerza de rozamiento viene determinada por la expresión:

$$F_{Roz} = \mu\ .\ N \quad (1)$$

Recordemos que:

$|P| = |N|$

El peso de los cuerpos podemos calcularlo por la ecuación:

$$P = m\ .\ g$$

m = 10 Kg
g = aceleración de la gravedad = 9,8 m/s^2

Luego:

P = 10 Kg . 9,8 m/s^2 = 98 Kg . m/s^2 = 98 N

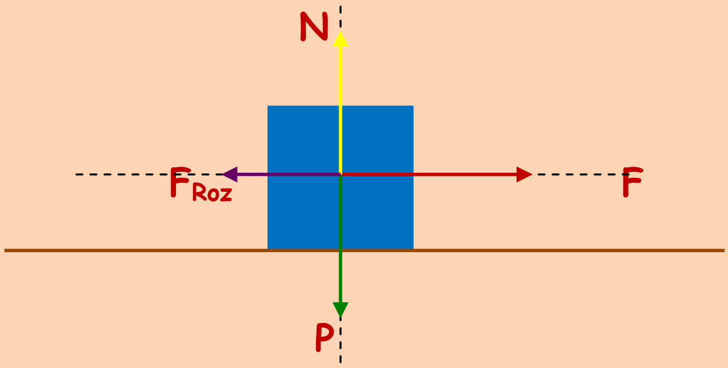
Por lo tanto:

N = P = 98 N

Nos vamos a la ecuación (1) y sustituimos datos:

F_{Roz} = 0,1 . 98 N = 9,8 N

Esquema de Fuerzas:



Cálculo de F_R:

Eje OX: $\sum Fx = F + F_{Roz}$

F = 200 N
F_{Roz} = - 9,8 N

$$\sum F_x = 200\ N + (-\ 9{,}8)\ N = 200\ N - 9{,}8\ N = 190{,}2\ N$$

Eje OY: $\sum F_y = N + (-P)$

$N = P \rightarrow \sum F_y = 0$

La única fuerza que actúa sobre el cuerpo es Fx, por tanto:

$$190{,}2\ N = 10\ Kg \cdot a$$

$$a = \frac{190{,}2\ N}{10\ Kg} = \frac{190{,}2\ \cancel{Kg} \cdot m/s^2}{10\ \cancel{Kg}} = 19{,}02\ m/s^2$$

Ejercicio resuelto11

Se ejercen dos fuerzas de 25 y 50 N, sobre un cuerpo de 5 kg de masa, que descansa sobre un plano horizontal. Calcula la velocidad transcurridos 10 s de su partida.

a) Las dos fuerzas actúan en el mismo sentido.
b) Las dos fuerzas actúan en el mismo sentido y existe una fuerza de rozamiento de 10 N.

Resolución

Datos:

$m = 5\ Kg$
$F_1 = 25\ N$
$F_2 = 50\ N$
$F_{Roz} = -10\ N$
$t = 10\ s$

Vo = 0

a)

Fuerzas en el mismo sentido

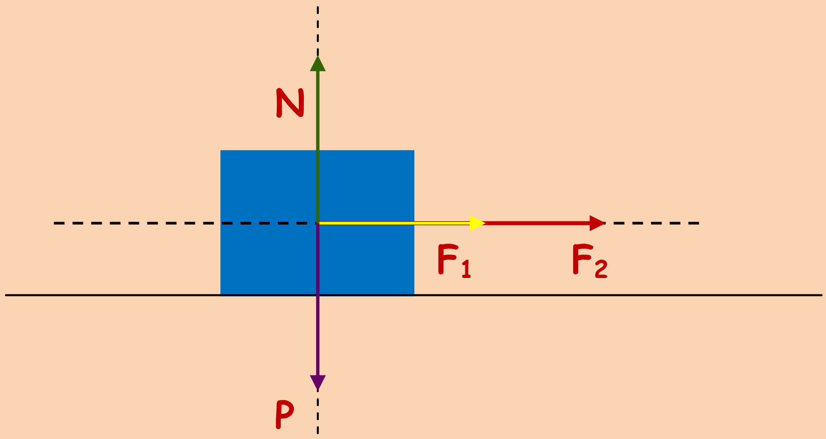
Ciemáticamente:

Vf = Vo + a . t (1)

Como Vo = 0 → Vf = a . t

Debemos conocer la "aceleración" y para ello debemos conocer la F_R.

Esquema de fuerzas:



Cálculo F_R:

Eje OX: $\sum Fx = F_1 + F_2 \rightarrow Fx = 25\ N + 50\ N = 75\ N$
Eje OY: $\sum Fy = N + (-P) = N - P$
$|N| = |P|$
$\sum Fy = 0$

La única fuerza que actúa es Fx:

$$Fx = m \cdot a \;\; ; \;\; 75\ N = 5\ Kg \cdot a$$

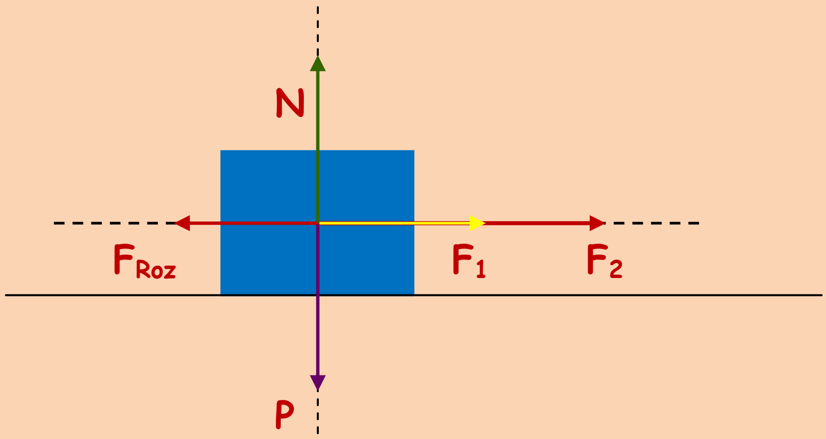
$$a = \frac{75\ N}{5\ Kg} = \frac{75\ \cancel{Kg} \cdot m/s^2}{5\ \cancel{Kg}} = 15\ m/s^2 = 15\ m \cdot s^{-2}$$

Si nos vamos a (1) y sustituimos datos:

$$Vf = 0 + 15\ m/s^{\cancel{2}} \cdot 10\ \cancel{s} = 150\ m/s = 150\ m \cdot s^{-1}$$

b)

Esquema de fuerzas:

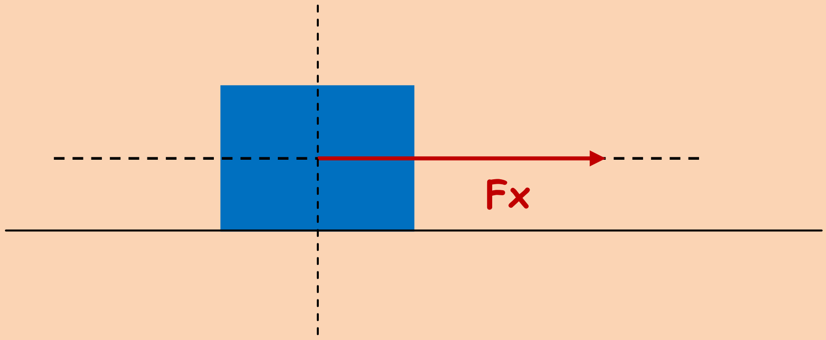


Cálculo de FR:

Eje OX: $\sum Fx = F_1 + F_2 + (-F_{Roz}) = F_1 + F_2 - F_{Roz} =$
$= 25\ N + 50\ N - 10\ N = 65\ N$

Eje OY: Como siempre $\sum Fy = 0$

La única fuerza actuante es la Fx:



El cuerpo se desplazará en la dirección y sentido de Fx.

Cálculo de la "aceleración":

Fx = m . a ; 65 N = 5 Kg . a

$$a = \frac{65\ N}{5\ Kg} = \frac{65\ \cancel{Kg}\ .\ m/s^2}{5\ \cancel{Kg}} = 13\ m/s^2$$

La velocidad alcanzada:

$$Vf = a\ .\ t = 13\ m/\cancel{s^2}\ .\ 10\ \cancel{s} = 130\ m/s^2 = 130\ m\ .\ s^{-2}$$

Problema resuelto12

Sobre un cuerpo de 2500 g, inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 20 N, durante 4 s, dejando de actuar en ese momento. Supuesto que no hay rozamiento.

a) ¿Qué velocidad tiene a los 4 s?.
b) ¿Qué velocidad tiene a los 10 s?. Explícalo.

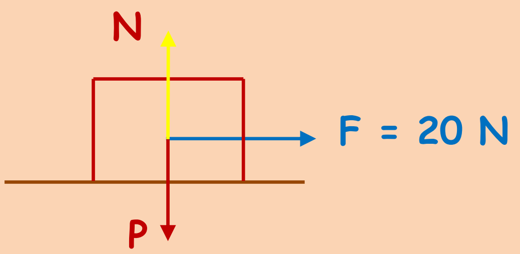
Resolución:

a)

$$2500\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ Kg}{1000\ \cancel{g}} = 2,5\ Kg$$

F = 20 N
t = 4 s
Vo = 0

Esquema de fuerzas:



Según Cinemática:

Vf = Vo + a . t (1)

Necesitamos conocer la "aceleración", para ello calculamos la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

Calculo F_R:

Eje OX: $\Sigma Fx = F$
Eje OY: $\Sigma Fy = N + (-P)$
$|N| = |P|$

$$\Sigma Fy = 0$$

Sobre el cuerpo solamente actúa la Fx:

$$Fx = F = m \cdot a$$

20 N = 2,5 Kg . a

$$a = \frac{20\ N}{2,5\ Kg} = \frac{20\ \cancel{kg} \cdot m/s^2}{2,5\ \cancel{Kg}} = 8\ m/s^2 = 8\ m \cdot s^{-2}$$

Nos vamos a la ecuación (1) y sustituimos datos:

$$Vf = 0 + 8\ m/s^{\cancel{2}} \cdot 4\ \cancel{s} = 32\ m/s = 32\ m \cdot s^{-1}$$

b)

Cuando eliminamos la F = 20 N la velocidad es de 32 m/s. Al no existir fuerzas que se opongan al avance del cuerpo (F_{Roz}) la velocidad permanecerá constante infinitamente.

Problema resuelto

Un objeto de 20 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal. La fuerza de rozamiento es 15 N.

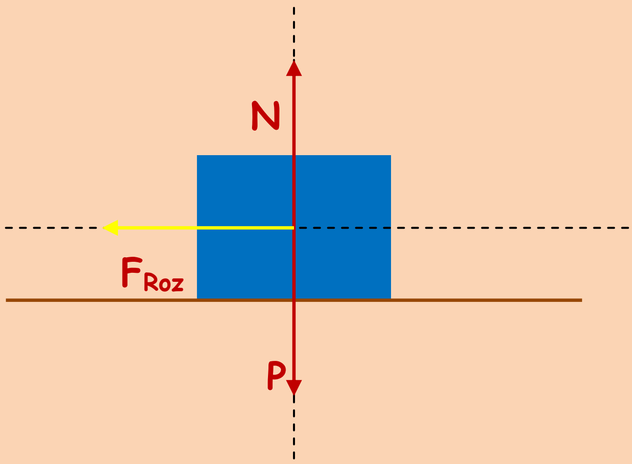
a. Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
b. ¿Qué fuerza hay que aplicar para que adquiera una velocidad de 36 km/h en 5 s?.
c. ¿Qué fuerza hay que aplicar, una vez que ha alcanzado la velocidad de 36 km/h, para que esa velocidad se mantenga constante?.

Resolución

Datos:
$m = 20\ Kg$
$F_{Roz} = 15\ N$
$Vo = 0$
$t = 5\ s$

a)

Esquema de fuerzas:

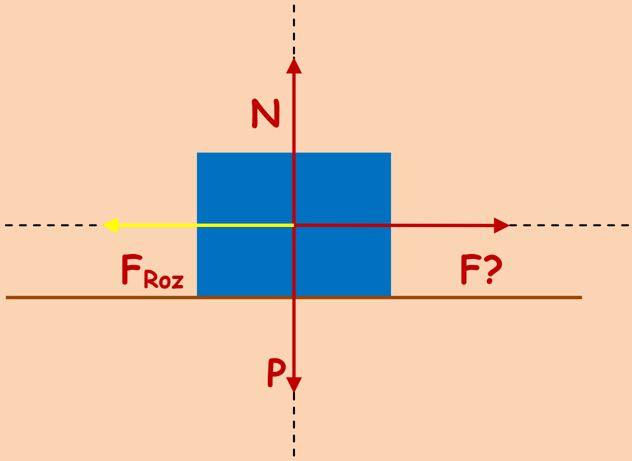


b)

$$36\ \frac{\cancel{Km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{Km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = 10\ m/s$$

$t = 5\ s$

Esquema de fuerzas:



Cálculo F_R:

Eje OX: $\Sigma Fx = F - (-F_{Roz}) = F - F_{Roz}$

Eje OY: N y P se anulan mutuamente

La única fuerza que actúa sobre el cuerpo es Fx. La 2ª Ley de Newton nos dice que:

$$\Sigma Fx = m \cdot a$$

$F - F_{Roz} = m \cdot a$

$F - 15\ N = 20\ Kg \cdot a$ (1)

Tenemos dos incógnitas, F y "a". La "aceleración" la podemos conocer por Cinemática:

$Vf = Vo + a \cdot t$

$10\ m/s = 0 + a \cdot 5\ s$; $10\ m/s = 5\ s \cdot a$

$$a = \frac{10\ m/s}{5\ s} = 2\ m/s^2$$

Nos vamos a la ecuación (1) y sustituimos datos:

$F - 15\ N = 20\ Kg\ .\ 2\ m/s^2$

$F = 40\ Kg\ .\ m/s^2 + 15\ N = 40\ N + 15\ N = 55\ N$

c)

Para mantener de forma constante la velocidad de 36 Km/h La resultantes de todas las fuerzas debe ser NULA (equilibrio dinámico). No existe aceleración. Debemos aplicar una fuerza que ANULE la F_{Roz}. Según la 2ª Ley de Newton:

$$Fx = m\ .\ a$$

$a = 0 \rightarrow Fx = m\ .\ 0\ \ ;\ \ Fx = 0$

$Fx = F - F_{Roz}$

$F - F_{Roz} = 0 \rightarrow F = F_{Roz} \rightarrow F = 15\ N$

La fuerza que debemos aplicar tiene la misma dirección y el mismo módulo que F_{Roz} pero de sentido contrario.

Problema resuelto13

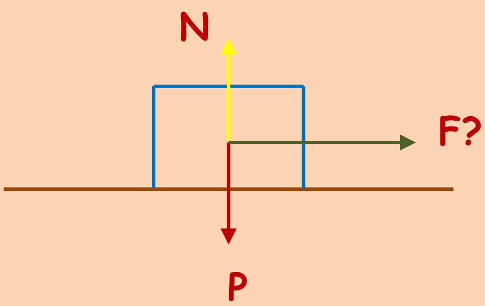
Un carrito de 40 kg se encuentra sobre en reposo sobre una superficie plana horizontal.

a) ¿Con qué fuerza se le debe empujar para que adquiera una aceleración de 0,8 m/s^2?.
b) ¿Qué fuerza se le ha de aplicar para que siga con movimiento rectilíneo y uniforme, una vez que ha alcanzado una velocidad de 2 m/s?.
c) ¿Cuál será la aceleración si, cuando está moviéndose con una velocidad de 2 m/s, se le empuja con una fuerza de 17 N?.

Resolución

Esquema de fuerzas:

a)



Debemos suponer que no existe rozamiento puesto que el ejercicio no especifica nada al respecto.

Eje OX: $\sum Fx = F$

Eje OY $\rightarrow \sum F = 0$ (N = P)

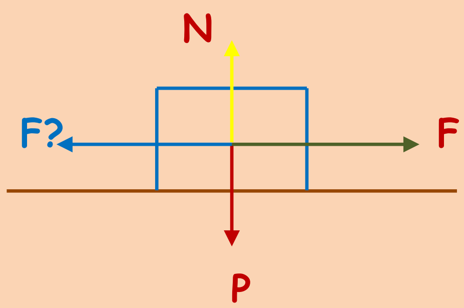
Solo actúa Fx:

$$Fx = F = m \cdot a$$

$F = 40\ Kg \cdot 0{,}8\ m.s^{-2} = 32\ Kg \cdot m/s^2 = 32\ N$

b)

Cuando ha alcanzado la velocidad de 2 $m.s^{-1}$, y queremos que se mantenga constante no debe existir "aceleración" lo que ocurrirá cuando La $F_{Resultate}$. Para ello debemos anular la fuerza F oponiéndole otra fuerza de sentido contrario.



Como sabemos la N se anula mediante el P. Solo actúan las fuerzas en la dirección del eje OX:

$$F_{Resultante} = F - F = 0$$

Por tanto:

$$32\ N - F = 0$$

$$F = 32\ N$$

Por lo tanto para mantener la velocidad constante debemos ejercer una fuerza de módulo 32 N pero de la misma dirección pero de sentido opuesto a F.

c)

Sabemos que $\sum F = m \cdot a$ (1)

El móvil lleva una velocidad constante de $2\ m.s^{-1} = Vo$

Cuando se le aplique una fuerza de 17 N, el móvil adquirirá una aceleración que hará que la velocidad final sea superior a los $2\ m.s^{-1}$. Pero a nosotros no nos interesa la velocidad final. Lo que debemos buscar es la aceleración que consigue el móvil. La podemos conocer por la ecuación (1):

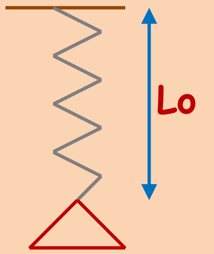
$F = m \cdot a$

$17\ N = 40\ Kg \cdot a$

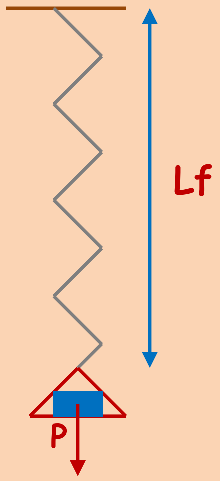
$$a = \frac{17\ N}{40\ Kg} = \frac{17\ \cancel{Kg} \cdot m/s^2}{40\ \cancel{Kg}} = 0{,}42\ m/s^2 = 0{,}42\ m.s^{-2}$$

9.- Efecto Estático de las Fuerzas

Supongamos un muelle con un platillo en su parte inferior:



Añadimos un cuerpo (peso) al platillo y observamos:



Se ha producido un alargamiento del mulle sin desplazamiento del mismo. El efecto de la fuerza Peso es un Efecto Estático.

El valor del alargamiento del muelle viene determinado por la ecuación:

$$\Delta L = Lf - Lo$$

El **muelle** tiene la característica de ser un operador **elástico** sin sufrir **deformación permanente**, cuando cesan las **fuerzas** aplicadas, en nuestro caso el **peso**.

El **Efecto Estático** de las **Fuerzas** fue estudiado por **Hooke** estableciendo **la ley que lleva su nombre**:

Las deformaciones (alargamientos) producidas son directamente proporcionales a las fuerzas aplicadas.

$$F = K \cdot \Delta L \quad (1)$$

en donde **ΔL** es la **deformación producida** y **K** es la llamada **Constante de Elasticidad** o **Constante recuperadora del muelle**.

Si de (1) despejamos **K**:

$$K = \frac{F}{\Delta L}$$

y trabajando en el **S. I.** la unidad de **K** es:

$$[K] = \frac{N}{m}$$

Laboratorio virtual. Pinchar en Ley de Hooke.
http://www.educaplus.org/play-119-Ley-de-Hooke.html

Laboratorio virtual: Determinación de la constante elástica de un muelle.
http://www.educaplus.org/play-111-Constante-elástica-de-un-muelle.html

Laboratorio virtual: Fuerzas y acciones.
Leyes de Newton.
Fuerzas de rozamiento.
Sistemas inerciales.
Laboratorio de Dinámica.
Laboratorio de Rozamiento.
http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Dinamica/index.htm

Video: Efecto deformador de las fuerzas
http://www.youtube.com/watch?v=gTm9xXVx81I

10.- Aplicación de la Ley de Hooke. Dinamómetros

Basándonos en la ley de Hooke podemos determinar el peso de los cuerpos [1].

[1] Recordar que las balanzas determinan la masa de los cuerpos

Los aparatos aplicados reciben el nombre de Dinamómetros.

Hasta la aparición de los dinamómetros digitales se utilizaban los dinamómetros son fabricados con materiales muy diversos, tales como acero al carbono, acero inoxidable, acero al

cromo-silicio, cromo-vanadio, que presentan propiedades elásticas que no pierden con el paso del tiempo.




Antiguamente se utilizaban materiales que perdían elasticidad con el tiempo y la recuperación no era total con lo cual la medida ya no era exacta:

También intervenía la picaresca en la venta de animales y que se utilizan "romanas" (tipo de dinamómetros no exactos) que habían sido trucadas produciendo un alargamiento mayor y por lo tanto dando un peso erróneo con beneficios para el vendedor.

Ejercicio resuelto14

Si a un resorte se le cuelga una masa de 200 gr y se deforma 15 cm, ¿cuál será el valor de su constante?

Solución

Unidades al S.I.:

$$m = 200\ \cancel{g}\ .\ \frac{1\ Kg}{1000\ \cancel{g}} = 0,2\ Kg$$

$$\Delta L = 15\ \cancel{cm}\ .\ \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,15\ m$$

La ley de Hooke nos dice:

$$F = K\ .\ \Delta L\ (1)$$

$$K = \frac{F}{\Delta L}$$

La fuerza que se le aplica al muelle es el "peso" del cuerpo. Como dato tenemos la masa pero que nos permite conocer el "peso". Todos sabemos que:

$$P = m\ .\ g$$

$$g = 9,8\ m/s^2$$

Por tanto:

$$P = 0,2\ Kg\ .\ 9,8\ m/s^2 = 1,96\ Kg\ .\ m/s^2 = 1,96\ N$$

Nos vamos a (1):

$P = K\,\Delta L$

$$K = \frac{P}{\Delta L} = \frac{1{,}96\ N}{0{,}15\ m} = 13{,}1\ N/m$$

Ejercicio resuelto15

Al colgar diversas masas de un muelle se han obtenido los siguientes resultados:

MASAS:	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g
ΔL:	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm
FUERZA:	¿?	¿?	¿?	¿?	¿?

a) Complete la tabla con el valor de las fuerzas correspondientes.
b) Represente la gráfica Fuerza- alargamiento.
c) A partir de la gráfica, calcule los centímetros alargados cuando se cuelga una masa de 75 g.

Resolución

a)

Cambio de unidades al S.I.:

$$m_1 = 50\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ Kg}{1000\ \cancel{g}} = 0{,}050\ Kg$$

$m_2 = 100\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ Kg\ /\ 1000\ g = \cancel{0},1\ Kg$

$m_3 = 150\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ kg/\ 1000\ \cancel{g} = 0,150\ kg$

$m_4 = 200\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ kg\ /\ 1000\ \cancel{g} = 0,200\ kg$

$m_5 = 250\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ kg\ /\ 1000\ \cancel{g} = 0,250\ kg$

$$\Delta L_1 = 2\ \cancel{cm}\ .\ \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,02\ m$$

$\Delta L_2 = 4\ \cancel{cm}\ .\ \ 1\ m\ /\ 100\ \cancel{cm} = 0,04\ m$

Lo primero que haremos es obtener la constante elástica del muelle. Para ello tomaré los dos primeros datos de la tabla:

El peso que cuelga:

$P = m\ .\ g = 0,050\ Kg\ .\ 9,8\ m/s^2 =$

$= 0,49\ Kg\ .\ m/s^2 = 0,49\ N$

Segun Hooke:

$F = K\ .\ \Delta L$

$0,49\ N = K_1\ .\ 0,02\ m$

$$K_1 = \frac{0,49\ N}{0,02\ m} = 24,5\ N/m$$

Para los segundos datos de la tabla:

Fuerza que cuelga = $P = m \cdot g$

$P = 0,1\ Kg \cdot 9,8\ m.s^{-2} = 0,98\ Kg \cdot m/s^2 = 0,98\ N$

Aplicamos Hooke:

$0,98\ N = K_2 \cdot 0,04\ m$

$$K_2 = \frac{0,98\ N}{0,04\ m} = = 24,5\ N/m$$

Comprobamos que se cumple la ley de Hooke.

$$K_1 = K_2$$

b)

Seguimos trabajando para obtener el resto de los datos de la tabla:

$F_3 = P_3 = m_3 \cdot g = 0,150\ Kg \cdot 9,8\ m/s^2 = 1,47\ N$

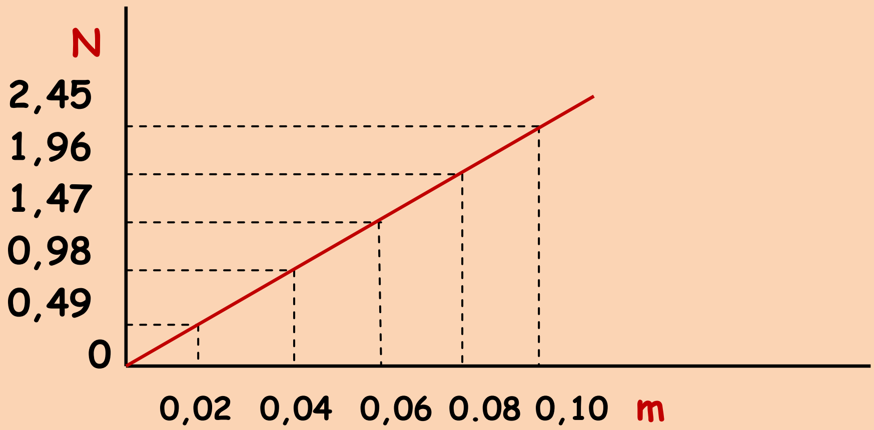
$F_4 = P_4 = m_4 \cdot g = 0,200\ Kg \cdot 9,8\ m/s^2 = 1,96\ N$

$F_5 = P_5 = m_5 \cdot g = 0,250\ Kg \cdot 9,8\ m/s^2 = 2,45\ N$

MASAS:	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g
ΔL:	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm
FUERZA:	0,49 N	0,98 N	1,47 N	1,96 N	2,45 N

b)

Representación gráfica:



c)

Pero podemos analizar la gráfica obtenida y observar que se trata de una línea recta y por lo tanto debe cumplir la ecuación:

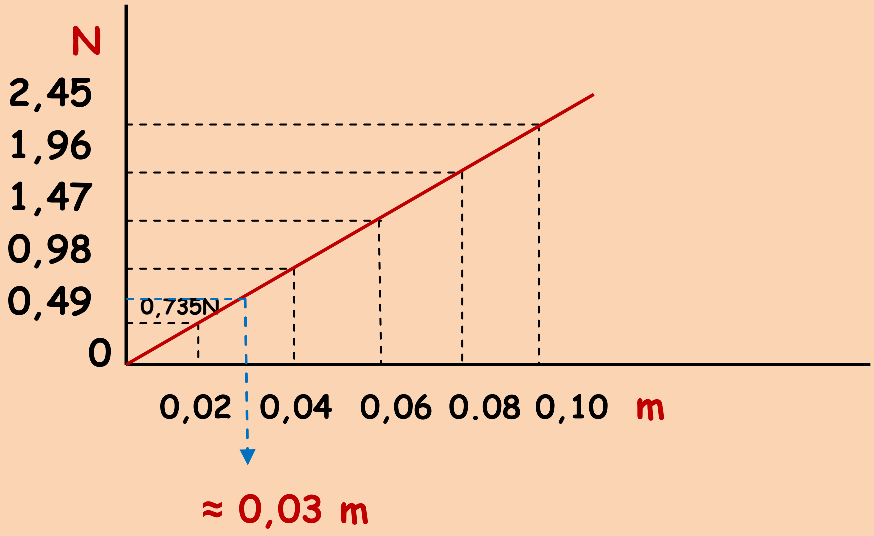
$$y = f(x) \rightarrow F = K \cdot \Delta L \ (1)$$

Realizamos los cálculos necesarios:

$$m = 75 \cancel{g} \cdot \frac{1 \ g}{1000 \cancel{g}} = 0,075 \ kg$$

$F = P = m \cdot g = 0{,}075\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 0{,}735\ N$

Representación gráfica:



Vamos a intentar constatar esta aproximación matemáticamente:

Llevamos los valores obtenidos a la ecuación (1):

$F = K \cdot \Delta x$

$$\Delta L = F / K = \frac{0{,}735\ \cancel{N}}{24{,}5\ \cancel{N}/m} = 0{,}03\ m$$

Podemos aceptar el cálculo gráfico.

Problema resuelto16

Un muelle mide 21 6cm cuando se aplica a su extremo libre una fuerza de 12 N y mide 26 cm cuando la fuerza aplicada vale 24 N. Calcula la longitud del muelle cuando no actúa ninguna fuerza sobre él y el valor de su constante elástica.

Resolución

Datos:

Unidades al S.I.:

$$L_o = 21\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,21\ m$$

$$L_1 = 26\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,26\ m$$

$F_1 = 12\ N$
$F_2 = 24\ N$

Lo que nos pide el problema en este primer apartado es la longitud inicial del muelle (L_o), es decir, cuando no tenía ningún cuerpo colgado. Para ello procedemos de la siguiente manera:

Para F_1: $\Delta L = 0,21\ m$

Todo Δ significa una diferencia, en nuestro caso:

$\Delta L = L_f - L_o \rightarrow \quad 0,21\ m - Lo = \Delta L$

Para L_2: $\Delta L = 0,26\ m \rightarrow \ 0,26\ m - Lo = \Delta L$

Si aplicamos Hooke para las dos longitudes:

$F = K \cdot \Delta L$

$12\ N = K\ (0,21\ m - Lo)$ (1)
$24\ N = K\ (0,26\ m - Lo)$ (2)

Si dividimos (2) entre (1):

$$\frac{24\ \cancel{N}}{12\ \cancel{N}} = \frac{K\ (0,26\ m - Lo)}{K\ (0,21\ m - Lo)}$$

$$2 = \frac{(0,26\ m - Lo\ )}{(0,21\ m - Lo\ )}$$

$2\ (0,21\ m - Lo\ ) = 0,26\ m - Lo$

$0,42\ m - 2\ Lo = 0,26\ m - Lo$

$-\ 2\ Lo + Lo = 0,26\ m - 0,42\ m \ ; \ -\ Lo = -\ 0,16\ m$

$Lo = 0,16\ m$

Para conocer la constante elástica, K, podemos tomar los datos de la primera experiencia y aplicar Hooke:

$F_1 = K \cdot \Delta L$

$12\ N = K \cdot (0{,}21\ m - 0{,}16\ )$

$12\ N = K \cdot 0{,}05\ m$

$$K = \frac{12\ N}{0{,}05\ m} = 240\ N/m$$

Como se trata del mismo muelle, el valor de K debe ser igual para las dos experiencias. Si queremos saber si hemos trabajado bien en el cálculo de K, aplicaremos Hooke a la segunda experiencia y debemos obtener el mismo valor de la primera experiencia:

$F_2 = K \cdot \Delta L$

$24\ N = K \cdot (0{,}26\ m - 0{,}16\ )$

$24\ N = K \cdot 0{,}1\ m$

$$K = \frac{24\ N}{O{,}1\ m} = 240\ N/m$$

El planteamiento es correcto.

Ejercicio resuelto17

Un cuerpo de masa 5 Kg unida a un resorte que cuelga verticalmente estira el resorte 5 cm. El resorte se coloca ahora horizontalmente sobre una mesa y se estira 11 cm. a) ¿Qué fuerza se requiere para estirar el resorte esta cantidad sabiendo que la fuerza de rozamiento es 2 N?

Solución

Datos al S.I.:

$$\Delta L = 5\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0{,}05\ m$$

Tanto en vertical como en horizontal el muelle es el mismo y por lo tanto tenemos una sola constante elástica cuyo valor según Hooke:

$$F = K \cdot \Delta L$$

$$K = \frac{F}{\Delta L} \quad (1)$$

En nuestra situación la fuerza aplicada coincide con el peso del cuerpo que según Newton:

$$P = m \cdot g$$

$$g = 9{,}8\ m/s^2$$

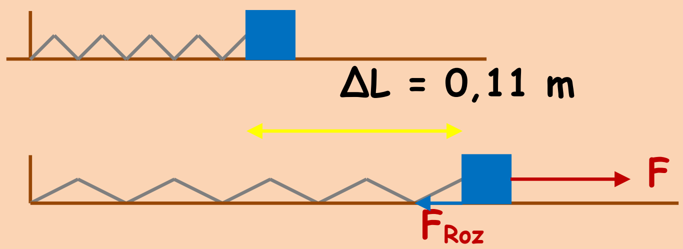
$$P = 5\ Kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 49\ Kg \cdot m/s^2 = 49\ N$$

Nos vamos a (1):

$$K = \frac{49\ N}{0,05\ m} = 980\ N/m$$

En posición horizontal:

$$\Delta L = 11\ \cancel{cm}\ .\ \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,11\ m$$



La fuerza "F" debe producir el estiramiento del muelle y además vencer la fuerza de rozamiento. En este caso la Ley de Hooke toma la expresión:

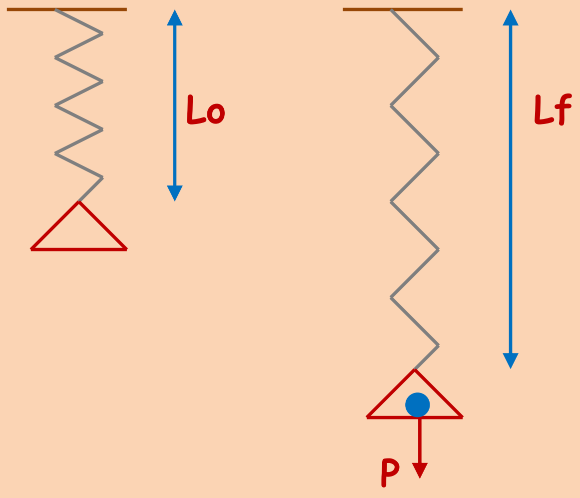
$$F = K\ .\ \Delta L + F_{Roz}$$

$$F = 980\ N/\cancel{m}\ .\ 0,11\ \cancel{m} + 2\ N = 107,8\ N + 2\ N = 109,8\ N$$

Ejercicio resuelto18

Se cuelga de un muelle una bola de masa de 15 kg, cuya constante elástica vale 2100 N/m, determinar el alargamiento del muelle en centímetros.

Resolución



ΔL = Alargamiento del muelle
m = 15 Kg
K = 2100 N/m

Según Hooke:

$F = K \cdot \Delta L$ (1)

La fuerza aplicada coincide con el peso de la bola. Según Newton:

$P = m \cdot g$

$g = 9,8\ m/s^2$

$P = 15\ Kg \cdot 9,8\ m/s^2 = 147\ Kg \cdot m/s^2 = 147\ N$

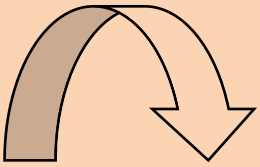
Nos vamos a (1) y sustituimos:

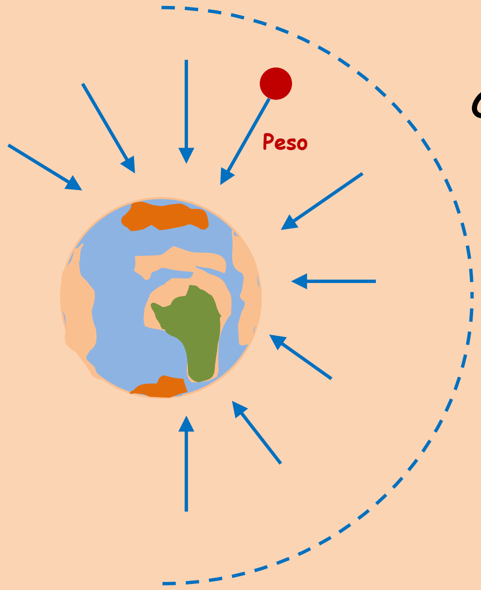
$147\ N = 2100\ N/m \cdot \Delta L$

$$\Delta L = \frac{147\ \cancel{N}}{2100\ \cancel{N}/m} = 0{,}07\ \cancel{m} \cdot \frac{100\ cm}{1\ \cancel{m}} = 7\ cm$$

10.- Campo Gravitatorio Terrestre. Peso de los cuerpos

El Campo Gravitatorio Terrestre es la región del espacio en donde todo cuerpo situado en él está bajo la acción de una fuerza, ejercida por la Tierra, en la dirección y sentido hacia el centro de la misma. A esta fuerza se le conoce como PESO del cuerpo y tiene su punto de aplicación en dicho cuerpo.





Campo Gravitatorio Terrestre

Isaac Newton estableció la Ley de Gravitación Universal que nos dice: Dos cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, y está dirigida según la recta que une los cuerpos. Dicha fuerza se conoce como fuerza de la gravedad o fuerza gravitacional.

El valor de la Fuerza gravitacional se puede conocer mediante la ecuación:

$$F_g = G \cdot \frac{M_{Tierra} \cdot m_{cuerpo}}{d^2} \quad (1)$$

G = Const. De Gravitación Universal =

$$= 6{,}74 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$$

La ecuación (1) al nivel del mar corresponde con el Peso del cuerpo:

$$\text{Peso (p)} = m_{cuerpo} \cdot G \cdot \frac{M_{Tierra}}{R_{Tierra}^2}$$

Por otra parte en la ecuación anterior nos aparece una nueva constante:

$$G \cdot \frac{M_{Tierra}}{R_T^2}$$

Si llevamos a esta ecuación los valores de la masa de la Tierra y el radio de la Tierra en unidades del S.I. obtenemos para esta nueva constante un valor de 9,81 m/s^2. Este valor corresponde al valor de la "aceleración de la gravedad" (g):

$$g = 9{,}81\ m/s^2$$

Podemos llevar "g" a la ecuación:

$$\text{Peso (p)} = m_{cuerpo} \cdot G \cdot \frac{M_{Tierra}}{R_{Tierra}^2}$$

Obteniendo:

$$\text{Peso (p)} = m_{cuerpo} \cdot g$$

Como "g" depende de la distancia al centro de la Tierra podemos afirmar que el peso de los cuerpos disminuye al aumentar la altura o separación del centro de la Tierra.

En la situación:

El valor de la aceleración de la gravedad vendrá dado por la ecuación:

$$g = G \cdot \frac{M_{Tierra}}{(R_{Tierra} + h)^2}$$

Al aumentar h aumenta el denominador de la ecuación anterior y disminuye el cociente. Constatamos que al DISMINUIR "g" también disminuye el valor del peso del cuerpo.

Podemos concluir:

El peso de los cuerpos es la fuerza de atracción gravitatoria que la Tierra ejerce sobre los cuerpos que están en ella.

Video: Fuerza de la gravedad
http://www.youtube.com/watch?v=PwPw-5tnwsE

Video: Caída libre
http://www.youtube.com/watch?v=8qH_n-8q7V8&feature=related

Problema resuelto19

¿A qué distancia deben situarse dos cuerpos de masa 10^9g para que se atrajeran con una fuerza de 1 N.?
Faltan datos en el problema.

Resolución

Datos:

$m_1 = m_2 = 10^9$ g

Unidades al S.I.:

$$m_1 = m_2 = 10^9 \cancel{g} \cdot \frac{1 \text{ Kg}}{1000 \cancel{g}} = 10^6 \text{ Kg}$$

Ecuación de la Ley de Gravitación Universal:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Despejamos la "distancia":

$$d^2 = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \cancel{N} \cdot m^2/\cancel{Kg^2} \cdot 10^6\ \cancel{Kg} \cdot 10^6\ \cancel{Kg}}{1\ \cancel{N}} =$$

$$= 66{,}7\ m^2$$

$$d = \sqrt{66{,}7\ m^2} = 8{,}16\ m$$

Ejercicio resuelto20

La masa de Marte es de aproximadamente $6{,}62 \cdot 10^{23}$ Kg y su radio de 3400 km. Si sabemos que la constante de gravitación universal tiene un valor de $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$, calcula:

a) La gravedad en este planeta.

b) El peso de un astronauta cuya masa es 70 kg.

Resolución

Datos:

$M_M = 6{,}62 \cdot 10^{23}$ Kg
$R_M = 3400$ Km
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$
$m = 70$ Kg

a)

Unidades al S.I.:

$$RM = 2400\ \cancel{Km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{Km}} = 34 \cdot 10^5\ m$$

Recordemos que la "aceleración de la gravedad" viene dada por la expresión:

$$g_M = G \cdot \frac{M_M}{RM_M^2}$$

$$g_M = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N.m^2}{Kg^2} \cdot \frac{6{,}62 \cdot 10^{23}\ Kg}{(34 \cdot 10^5\ m)^2}$$

$$= \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{23}\ N \cdot m^2 \cdot Kg}{1156 \cdot 10^{10}\ m^2 \cdot Kg^2} =$$

$$= \frac{44{,}15 \cdot 10^{12}\ \cancel{Kg} \cdot m/s^2 \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{Kg}}{1156 \cdot 10^{10}\ \cancel{m^2} \cdot \cancel{Kg^2}} =$$

$$= 0{,}038 \cdot 10^2\ m/s^2 = 3{,}8\ m/s^2$$

b)

Recordemos que el "peso" de los cuerpos lo podemos calcular por la ecuación, en nuestro caso:

$$P = m \cdot g_M$$

$P = 70\ Kg\ .\ 3{,}8\ m/s^2 = 266\ Kg\ .\ m/s^2 = 266\ N$

Ejercicio resuelto21

En un planeta donde una masa de 70 kg en la superficie pesa 300 N y cuyo radio es de 2600 km, ¿sabrías calcular que masa total tiene?.

Resolución

Datos:

$m_{Planeta} = 70\ Kg$
$P_{Planeta} = 300\ N$
$R_{Planeta} = 2600\ Km$

$G = 6{,}67\ .\ 10^{-11}\ N.m^2/Kg^2$

Unidades al S.I.:

$$R_{Planeta} = 2600\ \cancel{Km}\ .\ \frac{1000\ m}{1\ \cancel{Km}} = 26\ .\ 10^5\ m$$

El valor de la "$g_{Planeta}$" la podemos conocer mediante el peso del cuerpo en dicho planeta:

$P = m\ .\ g_{Planeta}$

Despejamos $g_{Planeta}$:

$$g_{Planeta} = \frac{P}{m} = \frac{300\ N}{70\ Kg} = \frac{300\ \cancel{Kg}\ .\ m/s^2}{70\ \cancel{Kg}} = 4{,}28\ m/s^2$$

Podemos aplicar la EGGU para conocer la $M_{Planeta}$:

$$F = P = G \cdot \frac{M_{Planeta} \cdot m_{cuerpo}}{R^2_{Planeta}}$$

Despejamos $M_{Planeta}$:

$$M_{Planeta} = \frac{P \cdot R^2_{Planeta}}{G \cdot m_{cuerpo}}$$

Sustituimos datos:

$$M_{Planeta} = \frac{300\ N \cdot (26 \cdot 10^5\ m)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N.m^2/Kg^2 \cdot 70\ Kg} =$$

$$= \frac{202800 \cdot 10^{10}\ \cancel{N} \cdot \cancel{m^2}}{466{,}9 \cdot 10^{-11}\ \cancel{N} \cdot \cancel{m^2}/Kg^{\cancel{2}} \cdot \cancel{Kg}} =$$

$$= 4{,}34 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{1/Kg} = 4{,}34 \cdot 10^{23}\ Kg$$

Ejercicio resuelto22

Sabiendo que la Luna tiene una masa de 7,3 . 10^{23} Kg y que su radio es de 1740 Km, determinar:

a) Aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna
b) El peso de un hombre de nasa 80 Kg situado sobre la superficie lunar

Dato: G = 8,67 . 10^{-11} N . m^2/Kg^2

Resolución

Datos:

m_{Luna} = 7,3 . 10^{23} Kg
R_{Luna} = 1740 Km
m_{Hombre} = 80 Kg

Unidades al S.I.:

$$R_{Luna} = 1740\ \cancel{Km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{Km}} = 1740000\ m = 1,7 \cdot 10^6\ m$$

a)

La "aceleración de la gravedad" viene dada por la ecuación:

$$g_{Luna} = G \cdot \frac{m_{Luna}}{R^2_{Luna}}$$

$$g_{Luna} = 6,87 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{7,3 \cdot 10^{23}\ Kg}{(1,7 \cdot 10^6\ m)^2} =$$

$$= \frac{48,7 \cdot 10^{11}\ N \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{Kg}}{2,89\ \cancel{m^2} \cdot Kg^{\cancel{2}}} = 1,68 \cdot \frac{N}{Kg} =$$

$$= 1,68 \cdot \frac{\cancel{Kg} \cdot m/s^2}{\cancel{Kg}} = 1,68\ m/s^2$$

b)

El peso del hombre en la Luna:

$P_{Hombre} = m_{Hombre} \cdot g_{Luna}$

$P_{Hombre} = 80\ Kg \cdot 1,68\ m/s^2 = 134\ Kg \cdot m/s^2 = 134\ N$

Ejercicio resuelto23

El planeta Mercurio tiene una masa de 3,3 10^{23} kg y un radio de 2440 km. a) ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en su superficie? b) ¿Cuánto pesará en Mercurio una persona de 70 kg? ¿Y en la Tierra? (Resultado: $P_{Mercurio}$ = 259 N, PTierra = 700 N) Datos: G = 6,67 10^{-11} Nm^2 /kg

Resolución

Datos:

$M_M = 3,3 \cdot 10^{23}$ Kg

$R_M = 2440$ Km

$m_{persona} = 70\ Kg$
$G = 6,67\ 10^{-11}\ Nm^2\ /kg$

Unidades al S.I.:

$$RM = 2440\ \cancel{Km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{Km}} = 244 \cdot 10^4\ m$$

a)

La $g_{Mercurio}$ la podemos conocer por la ecuación:

$$g_{Mercurio} = G \cdot \frac{M_{Mercurio}}{(R_{Mercurio})^2}$$

$$g_{Mercurio} = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{3,3 \cdot 10^{23}\ Kg}{(244 \cdot 10^4\ m)^2} =$$

$$= \frac{22,01 \cdot 10^{12}\ N \cdot m^2 \cdot Kg}{59536 \cdot 10^8 \cdot Kg^2 \cdot m^2} =$$

$$= 3,69 \cdot \frac{\cancel{Kg} \cdot m/s^2 \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{Kg}}{\cancel{Kg^2} \cdot \cancel{m^2}} = 3,69\ m/s^2$$

b)

El peso de la persona en Mercurio lo podemos conocer:

$P_{Mercurio} = m_{Persona} \cdot g_{Mercurio}$

$P_{Mercurio}$ = 70 Kg . 3,69 m/s2 = 258,3 Kg . m/s^2 =

= 258,3 N

En la Tierra el peso de la persona lo determinamos:

$P_{Tierra} = m_{Tierra} \cdot g_{Tierra}$

Debemos saber:

c) La MASA es la misma en los dos planetas
d) La g_{Tierra} = 9,8 m/s2

Con estas premisas:

P_{Tierra} = 70 Kg . 9,8 m/s^2 = 686 Kg . m/s^2 = 686 N

Ejercicio resuelto24

Calcular el peso de una masa de 15 Kg en lo alto del Everest a 8.878 metros y a nivel del mar, sabiendo que el radio de la $R_{Tierra} = 6,37 \cdot 10^6$ m. y la $M_{Tierra} = 5,98 \cdot 10^{24}$ Kg.

$G = 8,67 \cdot 10^{-11}$ N.m^2/Kg^2

Resolución

Recordemos que el Peso de los cuerpos viene dado por la ecuación:

$P = m \cdot g$

El valor de "g" lo podemos determinar por la ecuación:

$$g = G \cdot \frac{M_{Tierra}}{(R_{Tierra} + h)^2}$$

En lo alto del Everest (h = 8878 m):

$$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ Kg}{(6{,}37 \cdot 10^6 m + 8840m)^2} =$$

$$= \frac{39{,}88 \cdot 10^{-11}\ N \cdot \cancel{m^2} \cdot Kg}{40{,}7 \cdot 10^{12}\ \cancel{m^2} \cdot Kg^2} = 9{,}79 \cdot \frac{\cancel{Kg} \cdot m/s^2 \cdot \cancel{Kg}}{\cancel{Kg^2}} =$$

$g = 9{,}79\ m/s^2$

En lo alto del Everest el peso de la persona es:

$P_{Everest} = 70\ Kg \cdot 9{,}79\ m/s^2 = 685{,}3\ Kg \cdot m/s^2 = 685{,}3\ N$

Al nivel del mar (h = 0):

El valor de la aceleración de la gravedad tiene un valor:

$$g = G \cdot \frac{M_{Tierra}}{(R_{Tierra} + h)^2}$$

Sustituimos datos:

$$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ Kg}{(6{,}36 \cdot 10^6\ m + 0)^2} =$$

$$= \frac{39,88 \cdot 10^{13}\ N \cdot m^2 \cdot Kg}{40,45 \cdot 10^{12}\ m^2 \cdot Kg^2} = 9,8\ \frac{\cancel{Kg} \cdot m/s^2 \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{Kg}}{\cancel{m^2} \cdot \cancel{Kg^2}} =$$

$= 9,8\ m/s^2 = g$

El peso de la persona al nivel del mar es:

$P = m \cdot g$

$P = 70\ Kg \cdot 9,8\ m/s^2 = 686\ Kg \cdot m/s^2 = 686\ N$

La variación de "g" es muy pequeña por lo que la variación de los Pesos también es muy pequeña:

$g_{Everest} = 9,79\ N$

$g_{Nivelmar} = 9,8\ m/s^2$

$P_{Everest} = 685,3\ N$

$P_{Nivelmar} = 686\ N$

Ejercicio resuelto25

Calcular la masa de un astronauta que pesa 80 N en la Luna, sabiendo que el radio de la Luna 1.738Km y su masa de $7,343 \cdot 10^{22}$ Kg.

Resolución

Datos:

$P_{Luna} = 80\ N$

R_{Luna} = 1730 Km

$M_{Luna} = 7,343 \cdot 10^{22}$ Kg

Cambio de unidades al S.I.:

$$R_{Luna} = 1730\ \cancel{Km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{Km}} = 1,73 \cdot 10^6\ m$$

Para conocer la masa del cuerpo podemos partir de la ecuación:

$P = m_{cuerpo} \cdot g_{Luna}$ (1)

El Peso es conocido, debemos calcular el valor de g_{Luna}:

$$g_{Luna} = G \cdot \frac{M_{Luna}}{R^2_{Luna}}$$

$$g_{Luna} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{7,343 \cdot 10^{22}\ Kg}{(1,73 \cdot 10^6\ m)^2} =$$

$$= \frac{48,98 \cdot 10^{11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg}{2,99 \cdot 10^{12}\ m^2 \cdot Kg^2} = 1,64 \frac{\cancel{Kg} \cdot m/s^2 \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{Kg}}{\cancel{m^2} \cdot \cancel{Kg^2}} =$$

$= 1,64\ m/s^2$

Nos vamos a la ecuación (1) y despejamos m_{cuerpo}:

$$m_{cuerpo} = \frac{P_{Luna}}{g_{Luna}} = \frac{80\ N}{1,64\ m/s^2} = 48,78\ \frac{Kg\ .\ \cancel{(m/s^2)}}{\cancel{(m/s^2)}} =$$

$$= 48,78\ Kg$$

Ejercicio resuelto26

El planeta Venus tiene una masa de 4,8 10^{24} kg y un radio de 6052 km. ¿Notará un terrestre mucha diferencia de peso si camina por la superficie de Venus? Calcúlalo.

Resolución:

Datos:

$m_{Venus} = 4,8\ .\ 10^{24}$ Kg

R_{Venus} = 6052 Km

$$G = 6,67\ .\ 10^{-11}\ .\ \frac{N\ .\ m^2}{Kg^2}$$

Unidades al S.I.:

$$R_{Venus} = 6052\ \cancel{Km}\ .\ \frac{1000\ m}{1\ \cancel{Km}} = 6,05\ .\ 10^6\ m$$

Supongamos una persona de 75 Kg. de masa. Dicha persona pesará en la Tierra:

$g_{Tierra} = 9.8\ m/s^2$

$P_{Tierra} = m_{Tierra}\ .\ g_{Tierra}$

$P_{Tierra} = 75\ Kg\ .\ 9,8\ m/s^2 = 735\ Kg\ .\ m/s^2 = 735\ N$

La persona en cuestión viaja a Venus y su masa sigue siendo la misma. Si pudiéramos comparar una fotografía de ella en la Tierra y en Venus sería la misma persona, no ha aumentado ni en altura ni el Volumen. La masa permanece constante variando el peso. Para comprobar lo dicho y contestar a lo planteado en el ejercicio tenemos que conocer la "aceleración de la gravedad" en Venus. Para ello:

$$g_{Venus} = G\ .\ \frac{M_{venus}}{R^2_{Venus}} =$$

$$= 6,67\ .\ 10^{-11}\ .\ \frac{N\ .\ m^2}{Kg^2}\ .\ \frac{4,8\ .\ 10^{24}\ Kg}{(6,05\ .\ 10^6\ m)^2} =$$

$$= \frac{32,06\ .\ 10^{13}\ N\ .\ m^2\ .\ Kg}{36,6\ .\ 10^{12}\ m^2\ .\ Kg^2} = 8,7\ .\ \frac{\cancel{Kg}.m/s^2.\cancel{m^2}.\cancel{Kg}}{\cancel{m^2}\ .\ \cancel{Kg^2}} =$$

$$= 8,7\ m/s^2$$

El peso de la persona en Venus:

$P_{Venus} = m_{persona} \cdot g_{Venus}$

$PVenus = 75\ Kg \cdot 8,7\ m/s^2 = 625\ Kg \cdot m/s^2 = 625\ N$

Se cumple que:

$$P_{Tierra} > P_{Venus}$$

Podrá pasear por Venus más ligero que en la Tierra.

-------------------O------------------