

## TEMA N° 4

# ESTUDIO DEL TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

Según la Real Academia de la Lengua Española el **Trabajo** se podría definir de las siguientes formas:

### 1.- Acción y efecto de trabajar

**Trabajar:**

- 1.1.- Ocuparse en cualquier actividad física o intelectual
- 1.2.- Tener una ocupación remunerada en una empresa
- 1.3.- Ejercer determinada profesión u oficio
- 1.4.- Intentar conseguir algo, generalmente con esfuerzo
- 1.5.- Dicho de una cosa: Obrar o producir un efecto
- 1.6.- Aplicarse o dedicarse con esfuerzo a la realización de algo

### 2.- Ocupación retribuida

### 3.- Obra, resultado de la actividad humana

### 4.- Penalidad, molestia, tormento o suceso infeliz.

Ya tenemos conocimiento de lo que es el **Trabajo**, incluso alguna definición lo considera como algo **Negativo (4)**.

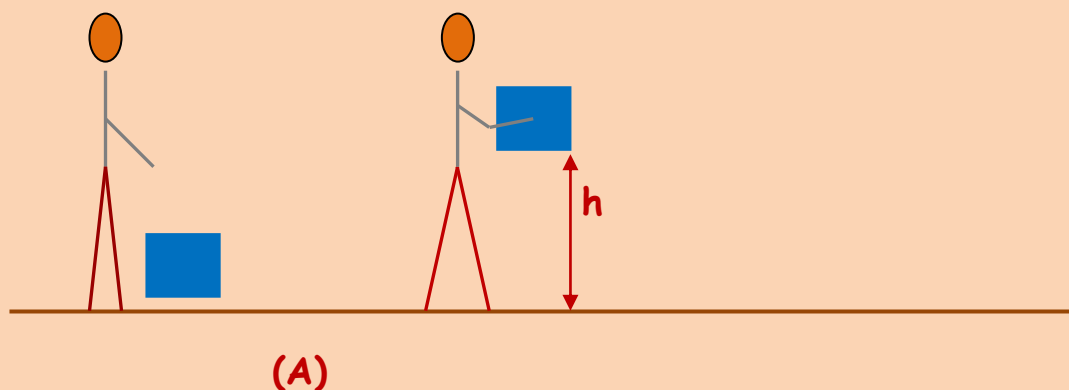
Nosotros vamos a estudiar el **Trabajo** desde el punto de vista de la **Física**, es decir, como una **magnitud** y que a veces coincide, en parte con las definiciones dadas anteriormente. Debemos saber diferenciar entre "**magnitud trabajo**" y "**cansancio muscular**" (perdida total o parcial de la capacidad

del músculo para producir fuerza). Existen autores que admiten que el **cansancio muscular** es consecuencia de la **actividad** de la **magnitud trabajo** y por lo tanto lo consideran como **magnitud física** (alargamiento y acortamiento del músculo).

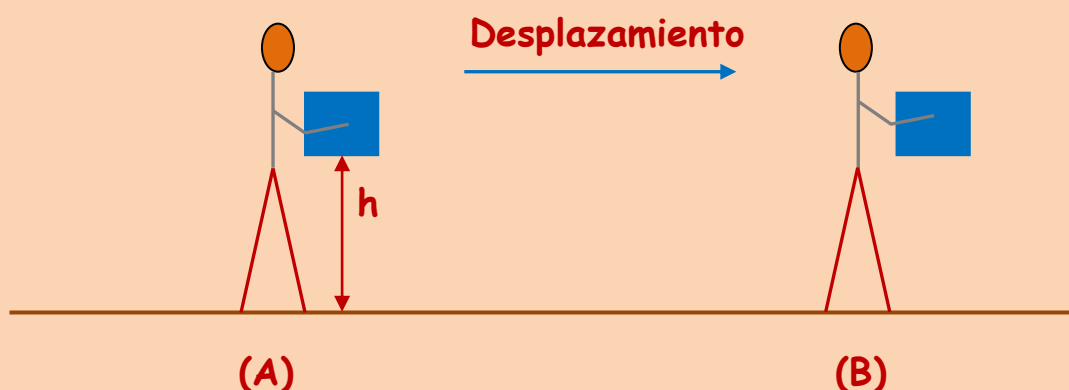
Para realizar cualquier tipo de **Trabajo**, mecánico o intelectual, es necesario consumir "consumir algo", este **algo** se conoce como **Energía**.

Veamos un ejemplo:

Julio en la posición (A) eleva un cuerpo:



A continuación Julio se desplaza hacia la derecha pasando a la posición (B):



El levantamiento del cuerpo en la posición (A) implica la realización de **Trabajo** sin embargo en el desplazamiento hacia (B) no se realiza **Trabajo** como **magnitud física** se ha desarrollado una **actividad que conlleva cansancio muscular**.

Explicaremos este ejemplo, como otros, con los **contenidos**:

## 1.- Trabajo

### 1.1.- Unidades de Trabajo

## 2.- Potencia

### 2.1.- Unidades de Potencia

## 3.- Energía Mecánica

## 4.- Energía Cinética

## 5.- Energía Potencial Gravitatoria

## 6.- Energía Potencial Elástica

## 7.- Principio de Conservación de la Energía

## 1.- Trabajo

Trabajo

[http://newton.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/energia/trabajo.htm?1&1](http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/energia/trabajo.htm?1&1)

Trabajo

<https://www.fisicalab.com/apartado/trabajo-fisica>

Trabajo

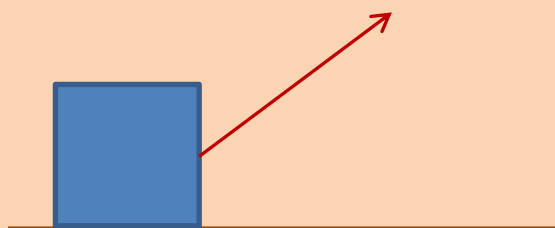
<https://es.slideshare.net/pcpiprado2/trabajo-de-magnitudes>

Trabajo, Potencia y Energía

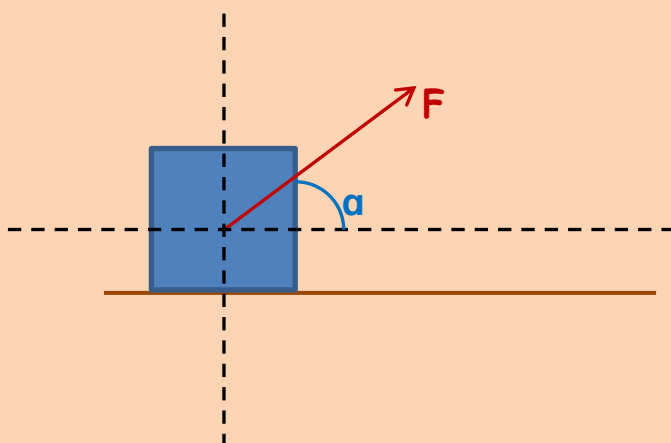
<http://www.slideshare.net/cote058/trabajo-potencia>

Cuando aplicamos una **fuerza** a un cuerpo este se desplaza en la **dirección** y **sentido** que marque la **fuerza**. Dadas estas condiciones se ha producido **Trabajo** (aplicación de una fuerza sobre un cuerpo a lo largo de una distancia).

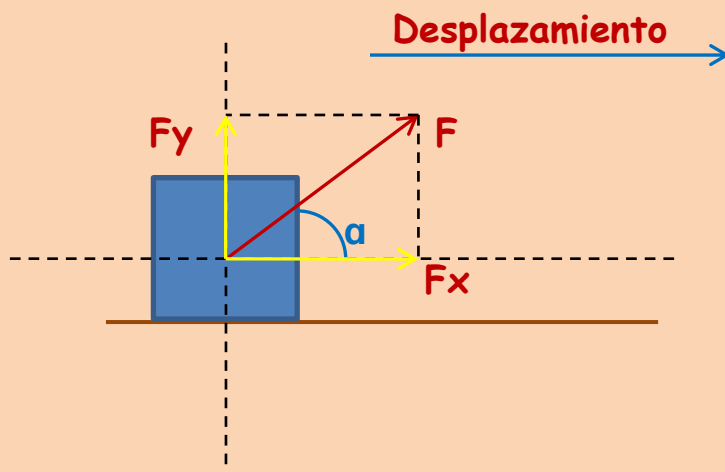
Supongamos un cuerpo sometido a una **fuerza** que forma un ángulo " $\alpha$ " con la **dirección** del desplazamiento:



El cuerpo es sólido y el punto de aplicación de la fuerza lo podemos suponer en el CDG del mismo que se localiza en el centro geométrico por el que también estableceremos unos ejes de coordenadas cartesianas:



Queremos que el cuerpo se desplace hacia la **derecha** y con **dirección paralela** a la superficie sobre la que se produce el desplazamiento. La fuerza "**F**" no cumple estas condiciones por lo que descompondremos la citada fuerza en sus dos componentes rectangulares:



La componente  $F_x$  es la que produce el desplazamiento del cuerpo en las condiciones que hemos establecido.

La ecuación que nos permite conocer el valor del trabajo realizado por  $F_x$  a lo largos del desplazamiento es:

$$W = F_x \cdot e \quad (1)$$

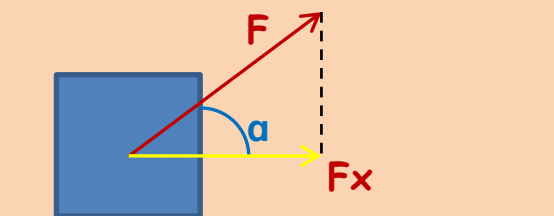
En dicha ecuación:

$W$  = Trabajo

$F_x$  = componente de  $F$

$e$  = espacio redcorrido

Si queremos conocer el valor del trabajo realizado en función de la fuerza aplicada " $F$ " nos fijaremos en el triángulo rectángulo:



En dicho triángulo rectángulo se cumple que:

$$\cos \alpha = \text{cateto contiguo/hipotenusa}$$

$$\cos \alpha = F_x/F$$

De esta última ecuación podemos despejar  $F_x$ :

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

El valor de  $F_x$  lo podemos llevar a la ecuación (1):

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

Ecuación que nos permite conocer el valor del trabajo realizado por una fuerza.

Cuando no se especifique el ángulo que forma la fuerza aplicada con respecto a la dirección del desplazamiento supondremos que la dirección del desplazamiento es paralela a la superficie de desplazamiento lo que implica que  $\alpha = 0^\circ$ :

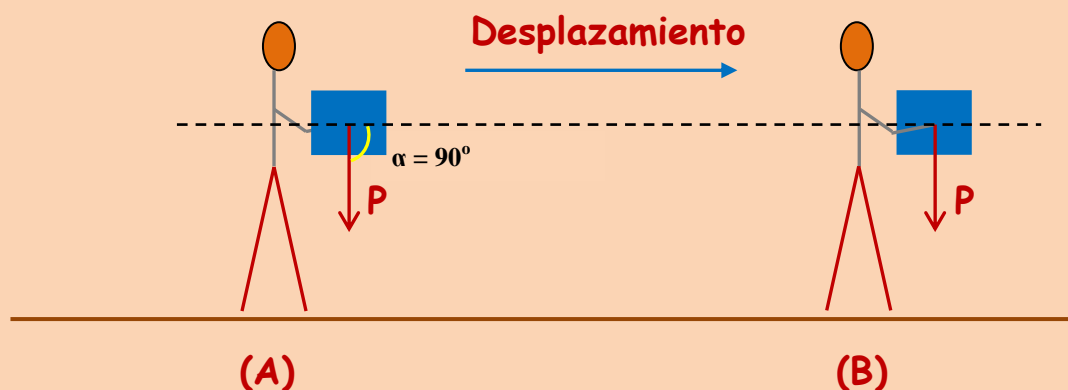
$$\cos 0^\circ = 1$$

La ecuación (2) quedaría:

$$W = F \cdot e \cdot 1 \rightarrow W = F \cdot e$$

Podemos establecer que para que una fuerza realice trabajo es condición indispensable que tenga componente en la dirección del movimiento.

Si volvemos a la experiencia del traslado de un cuerpo:



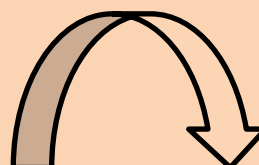
En esta situación Julio únicamente soporta el "Peso" del cuerpo que forma un ángulo de  $90^\circ$  con la dirección del movimiento. Sabemos que:

$$\cos 90^\circ = 0$$

Al aplicar la ecuación del trabajo nos queda:

$$W = F \cdot e \cdot \cos 90^\circ = F \cdot e \cdot 0 = 0$$

Demostramos que en el desplazamiento **no se realiza trabajo**. También podemos argumentar que en el desplazamiento Julio no ejerce fuerza en esa dirección debido a que la fuerza que ejerce (**peso**) **no tiene componente** en la dirección del desplazamiento. **Julio no ejerce fuerza en la dirección del desplazamiento**. Pero Julio está cansado y no podemos decirle que no ha ejercido trabajo. Tenemos que convencerle que tiene **cansancio muscular**.



Ciertos autores consideran que al soportar el peso de un cuerpo se ha producido un **alargamiento muscular** y este alargamiento (interno) se puede considerar **desplazamiento**.  
Julio **Si realiza trabajo**.

### 1.1.- Unidades del Trabajo

Mediante **Cálculo Dimensional** llegaremos a establecer las unidades del trabajo.

En el Cálculo Dimensional, en una ecuación podemos eliminar todo aquello que sea una **constante**, como por ejemplo un **número** o una **razón trigonométrica**. Nuestro punto de partida es la ecuación:

$$W = F \cdot e$$

Cálculo dimensional:

$$[W] = [F] \cdot [e] \quad (1)$$

$$F = m \cdot a \rightarrow [F] = [m] \cdot [a] \quad (2)$$

La masa es magnitud fundamental:

$$[m] = M \quad (3)$$

La aceleración:

$$a = V/t \rightarrow [a] = [V] / [t] \quad (4)$$



El tiempo es magnitud fundamental:

$$[t] = T \quad (5)$$

La velocidad:

$$V = e / t$$

$$[V] = [e] / [t] \quad (6)$$

El espacio es magnitud fundamental:

$$[e] = L \quad (7)$$

$$[t] = T \quad (8)$$

Llevamos (7) y (8) a la ecuación (6):

$$[V] = L / T \quad (9)$$

Llevamos ecuación (9) a (4):

$$[a] = [V] / [t] \rightarrow [a] = (L/T / T) = \frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} \quad (10)$$

Llevamos (10) a (2):

$$[F] = [m] \cdot [a] = M \cdot L/T^2 \quad (11)$$

Llevamos (11) a (1):

$$[W] = [F] \cdot [e] = M \cdot L/T^2 \cdot L$$

$$[W] = M \cdot L^2/T^2$$

En las ecuaciones de dimensiones NO existen denominadores:

$$[W] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

Llegamos a la conclusión de que la **UNIDAD** de Trabajo nace del **producto** de la **Masa** del cuerpo, de la **longitud** del desplazamiento al cuadrado y de **tiempo** empleado elevado a **-2**.

En el S.I.:

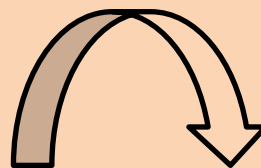
Unidad de masa = Kg

Unidad de longitud = m

Unidad de tiempo = s

La unida de Trabajo en el S.I.:

$$[W] = \text{Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$



Para llegar a establecer la definición de la unidad de trabajo la ecuación anterior la tenemos que reorganizar:

$$[W] = \text{Kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m}$$

En el tema anterior al establecer la unidad de Fuerza llegamos a definir el Newton (N):

Fuerza que aplicada a 1 Kg de masa le proporciona una aceleración 1 m/s<sup>2</sup>.

$$\text{N} = \text{Kg} \cdot \text{m/s}^2$$

Por lo que en la ecuación del trabajo:

$$[W] = \text{N} \cdot \text{m} = \text{Julio}$$

El Julio es el trabajo realizado por la fuerza de 1 N a lo largo de 1 m de desplazamiento.

$$\text{J} = \text{N} \cdot \text{m}$$

Como veremos más adelante trabajo es **sinónimo de energía**, es decir, **es energía**.

El Julio es unidad de energía.

Otras unidades de energía son:

Caloría (cal)

$$\text{Kcal} = 10^3 \text{ cal}$$

Se establece la equivalencia:

$$1 \text{ Julio} = 0,24 \text{ cal}$$

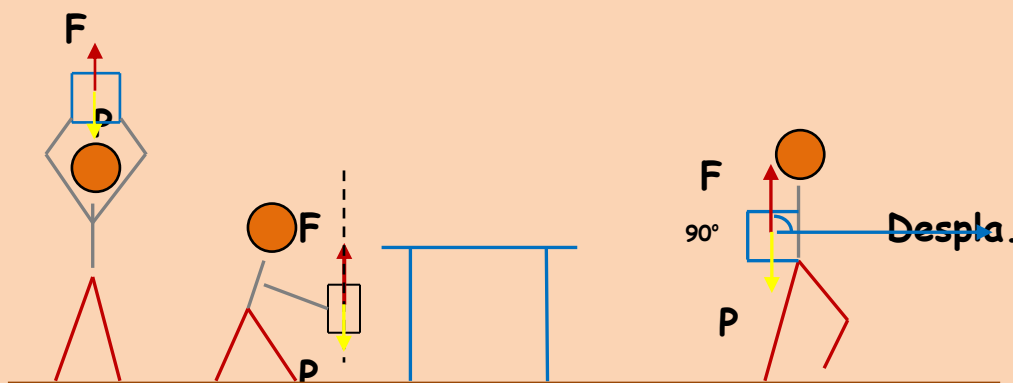
$$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$$

### Problema resuelto

Razona si se realiza trabajo en los siguientes casos:

- Un alumno sostiene una mochila de 10 Kg por encima de su cabeza durante un minuto.
- Una alumna sube una mochila de 10 N de peso del suelo a la mesa.
- Otra chica lleva la mochila a la espalda de camino a casa

Resolución:



- El alumno consigue el equilibrio estático pero **No existe desplazamiento**, luego **NO se realiza trabajo**
- La alumna está elevando, mediante una fuerza igual o mayor que el peso de la mochila, a una altura igual a la altura de la mesa. Se ejerce una fuerza a lo largo de una altura y por lo tanto se **realiza trabajo**. El ángulo existente entre la fuerza aplicada y la dirección del desplazamiento es de  $0^\circ$ .

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$= F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = F \cdot e \cdot 1 = F \cdot e$$

Luego se realiza trabajo

c) En el tercer caso el ángulo que existe entre la fuerza que hace la alumna para trasladar la mochila y el desplazamiento es de  $90^\circ$ . Sabemos que:

$$W = F \cdot e \cdot \cos 90^\circ$$

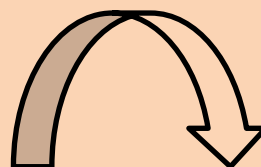
$$\cos 90^\circ = 0 \rightarrow W = F \cdot e \cdot 0 = 0$$

No se realiza trabajo

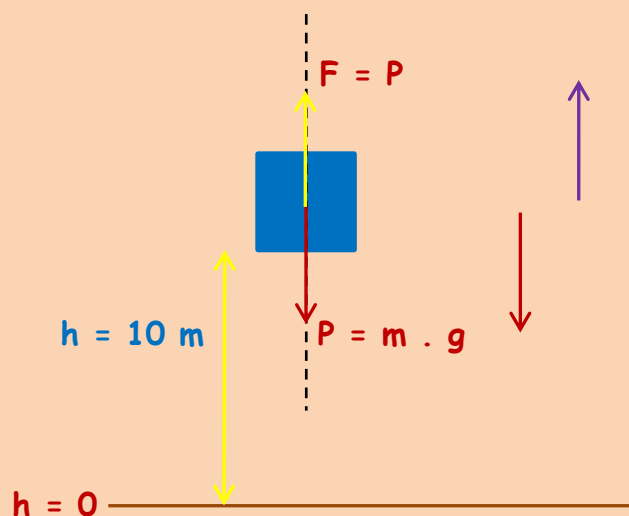
### Ejercicio resuelto

Calcule el trabajo realizado al levantar una carga de 2 kg a una altura de 10 m ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

Resolución



El esquema de la situación queda de la forma:



Recordemos que:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha (1)$$

La fuerza coincide en dirección y sentido con el desplazamiento por lo que  $\alpha = 0^\circ$ :

$$\cos 0^\circ = 1$$

En este caso la fuerza que debemos realizar es igual al peso de la carga:

$$P = m \cdot g = 2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 19,6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}^2 = 19,6 \text{ N}$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$W = 19,6 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 196 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot 1 = 196 \text{ J}$$

### Cuestión resuelta

¿Existe algún trabajo neto realizado por fuerzas externas en un automóvil que se mueve con una velocidad constante a lo largo de una carretera recta?

## Respuesta

No

Si un automóvil se mueve a una velocidad constante es porque no existe aceleración. Al no existir aceleración se cumple que:

$$\Sigma F = m \cdot a = m \cdot 0 = 0$$

El conjunto de fuerzas que actúan sobre el automóvil es CERO. Al no actuar fuerza alguna:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha = 0 \cdot e \cdot \cos \alpha = 0$$

**NO SE REALIZA TRABAJO.**

## Ejercicio resuelto

¿Cuánto trabajo realiza una persona en trasladar una caja de latas de sopa que empuja horizontalmente con una fuerza de 5 N a lo largo de 0,6 m? Exprese su respuesta en julios y kilocalorías.

## Resolución

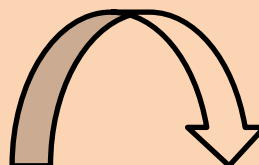
Datos:

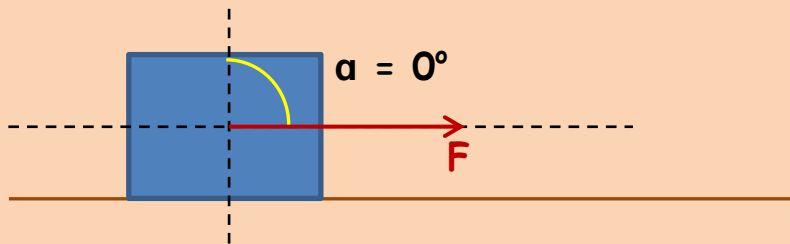
$$e = 0,6 \text{ m}$$

$$F = 5 \text{ N}$$

Unidades en el S.I

Esquema de la situación:





Recordemos:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = 5 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 3 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot 1 = 3 \text{ J}$$

$$= \cancel{3 \text{ J}} \cdot \cancel{0,24 \text{ cal/J}} \cdot 1 \text{ Kcal/1000 cal} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ Kcal}$$

### Ejercicio resuelto

Una persona de 75 kg sube escaleras, ganando 2,50 metros de altura. Encuentre el trabajo realizado para realizar esta tarea.

### Resolución

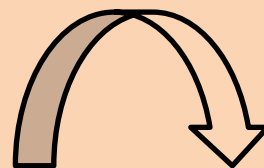
Datos:

$$m = 75 \text{ Kg}$$

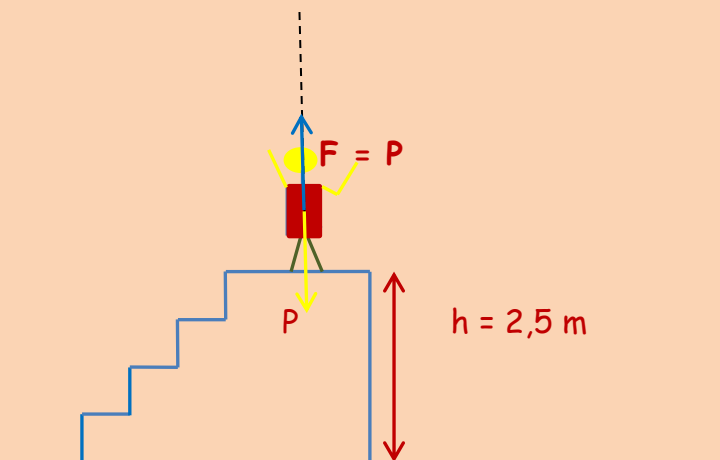
$$h = 2,5 \text{ m}$$

### Unidades en el S.I.

Esquema de la situación:







La persona para subir la escalera debe vencer su propio peso mediante una fuerza que tiene la misma dirección y sentido del desplazamiento.

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

En estas condiciones:

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$P = m \cdot g$$

$$W = P \cdot h \cdot 1 = m \cdot g \cdot h = 75 \cdot 9,8 \cdot 2,5 = 1837,5 \text{ J}$$

### Ejercicio resultado

Calcule el trabajo realizado en una cabina de ascensor de 1500 kg por su cable para elevarlo 40 m a velocidad constante, suponiendo un promedio de fricción de 100 N.

(a) ¿Cuál es el trabajo realizado en el elevador por la fuerza gravitacional en este proceso?

(b) ¿Cuál es el trabajo total realizado en el elevador?

### Resolución

Dato:

$$m = 1500 \text{ kg}$$

$$h = 40 \text{ m}$$

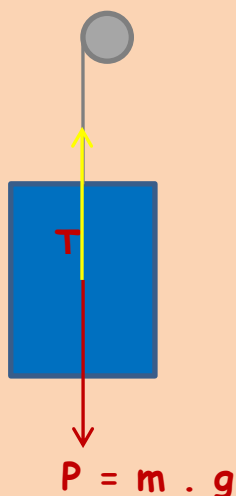
$$V = \text{const.}$$

$$F_{\text{Fricción}} = 100 \text{ N}$$

### Unidades en el S.I.

a)

Situación del problema:



Para que el ascensor se eleve 40 m la maquinaria del mismo debe realizar una fuerza (T) igual al peso de la caja del ascensor. Esa fuerza desarrollada a lo largo de una altura de 40 m.

Recordemos:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

La "T" tiene la misma dirección y sentido del desplazamiento:

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

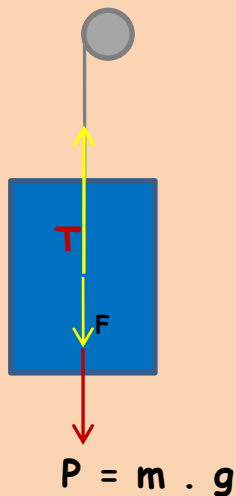
$$T = P = m \cdot g$$

$$e = h$$

$$\begin{aligned} W &= T \cdot h \cdot 1 = m \cdot g \cdot h \cdot 1 = m \cdot g \cdot h = \\ &= 588000 \text{ J} \end{aligned}$$

b)

Cuando actúa la fuerza de fricción la situación es:



La maquinaria del ascensor mediante la fuerza "Tensión" debe ser igual:

$$T = P + F_f$$

Condición que se debe cumplir para que el ascensor se eleve con velocidad constante. En este caso el trabajo desarrollado por la maquinaria del ascensor es:

$$W = (P + T) \cdot e \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

Como la fuerza "T" tiene la dirección y el sentido del desplazamiento (ascendente) se cumple:

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$P = m \cdot g$$

Nos vamos a (1):

$$W = (m \cdot g + F_f) \cdot 40 \cdot 1 =$$

$$(1500 \cdot 9,8 + 100) \cdot 40 \cdot 1 = 592000 \text{ J}$$

### Ejercicio resuelto

Suponga que un automóvil recorre 108 km a una velocidad de 30 m/s y usa 6 litros gasolina. Solo el 30% de la gasolina entra en trabajo útil por la fuerza que mantiene el automóvil en movimiento a velocidad constante a pesar de la fricción. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza ejercida para mantener el automóvil en movimiento a velocidad constante?

### Resolución

$$e = (108 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m}) / 1 \text{ Km} = 108000 \text{ m}$$

$$V = 30 \text{ m/s}$$

### Trabajamos en el S.I

Consumo: 6 litros de gasolina

Poder energético de la gasolina: 1 L gasolina /  $38,6 \cdot 10^6 \text{ J}$

Gasolina puesta en juego 30 % del volumen:

$$6 \cancel{\text{ L}} \cdot 30 \text{ litros consumidos} / 100 \cancel{\text{ L}} = 1,8 \text{ L consumidos}$$

Los litros consumidos implican una energía de:

$$(1,8 \cancel{\text{ L}} \cdot 38,6 \cdot 10^6 \text{ J}) / \cancel{\text{ L}} = 69,48 \cdot 10^6 \text{ J} = 6,9 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Esta energía equivale al trabajo realizado por el motor. Como sabemos:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

La fuerza ejercida por el motor tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento del automóvil:

$$\cos 0^\circ = 1$$

La ecuación (1) queda de la forma:

$$W = F \cdot e$$

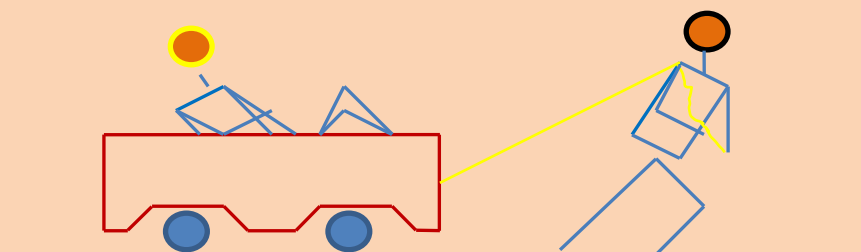
Sustituimos datos:

$$6,9 \cdot 10^7 = F \cdot 108000$$

$$F = 6,9 \cdot 10^7 / 108000 = 638,9 \text{ N}$$

### Ejercicio resuelto

Dado el dibujo adjunto:



¿Cuánto trabajo realiza el niño tirando a su hermana 30 m con una fuerza de 50 N como se muestra en el dibujo? Suponga que no hay actos de fricción (rozamiento) en el vagón.

### Resolución

Datos:

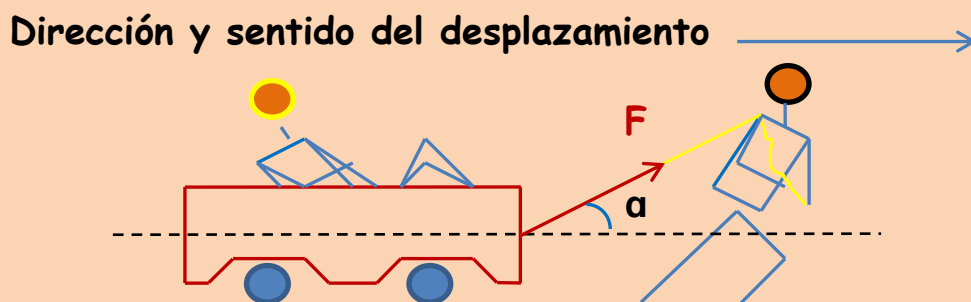
$$F = 50 \text{ N}$$

$$e = 30 \text{ m}$$

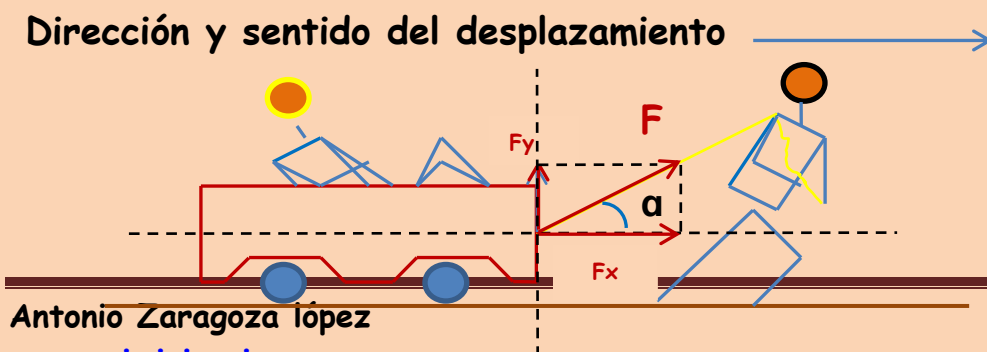
$$\alpha = 30^\circ$$

### Trabajamos en el S.I.

Si ponemos en juego la fuerza ejercida por el hermano el dibujo queda de la forma:



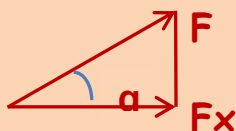
La fuerza que realiza trabajo debe tener la misma dirección y sentido del desplazamiento. Debemos descomponer la fuerza " $F$ " en sus dos componentes,  $F_x$  y  $F_y$ , en unos ejes de coordenadas cartesianas:



La fuerza que realiza el trabajo es  $F_x$  (misma dirección y sentido del desplazamiento). Por lo tanto:

$$W = F_x \cdot e \quad (1)$$

Por trigonometría en el triángulo de la figura:



$\cos \alpha = \text{Cateto contiguo} / \text{hipotenusa}$

$$\cos = F_x/F \rightarrow F_x = F \cdot \cos \alpha$$

Nos vamos a la ecuación (1) y sustituimos:

$$W = F \cdot \cos \alpha \cdot e$$

$$\begin{aligned} W &= F \cdot e \cdot \cos \alpha = 50 \text{ N} \cdot 30 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = \\ &= 1500 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot 0,87 = 1305 \text{ J} \end{aligned}$$

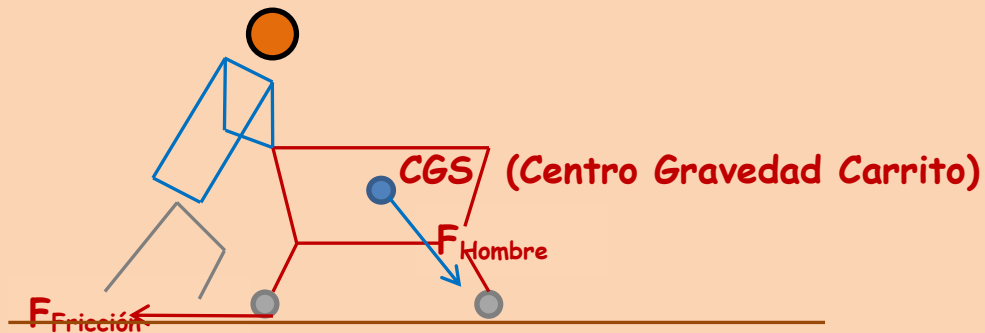
### Ejercicio resuelto

Un comprador empuja un carrito de supermercado 20 m a velocidad constante en terreno nivelado, contra una fuerza de rozamiento de 35 N. Empuja en una dirección  $25^\circ$  debajo de la horizontal.

- ¿Cuál es el trabajo realizado en el carro por rozamiento?
- ¿Cuál es el trabajo realizado en el carro por la fuerza gravitacional?
- ¿Cuál es el trabajo realizado por el comprador en el carrito?
- ¿Cuál es el trabajo total realizado en el carrito?

## Resolución

Dibujo de la situación:

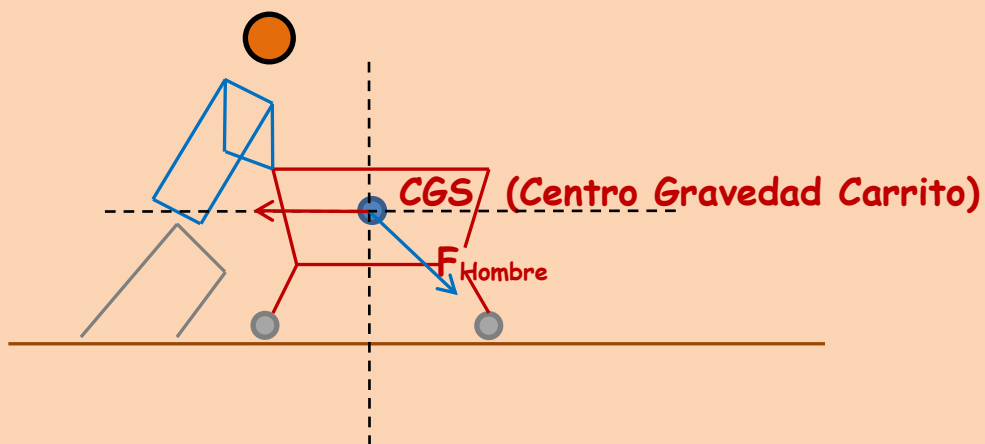


Por propiedades de los vectores:

- a) Equipolencia
- b) Vectores deslizantes

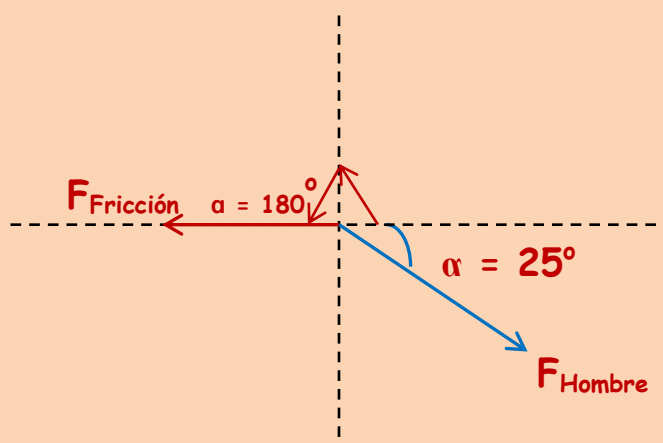
Podemos hacer coincidir la  $F_{\text{Fricción}}$  y la  $F_{\text{Hombre}}$  en el centro de gravedad del carrito. Nos queda el siguiente esquema:

Dirección y sentido del desplazamiento  $\longrightarrow$



Hagamos un Zoom en  $CGC$ :





a)

$$W_{\text{Fricción}} = F_{\text{Fricción}} \cdot e \cdot \cos 180^\circ$$

$$\begin{aligned} W_{\text{Fricción}} &= 35 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} \cdot \cos 180^\circ = 700 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot (-1) = \\ &= - 700 \text{ J} \end{aligned}$$

El trabajo realizado por la  $F_{\text{Fricción}}$  es negativo por tener **sentido opuesto** al desplazamiento del cuerpo.

b)

Trabajo Gravitacional.- Cuando un cuerpo se desplaza mediante una fuerza gravitacional se produce un trabajo que se conoce como "Trabajo Gravitacional".

El "peso" de los cuerpos es un ejemplo de "Fuerza Gravitacional".

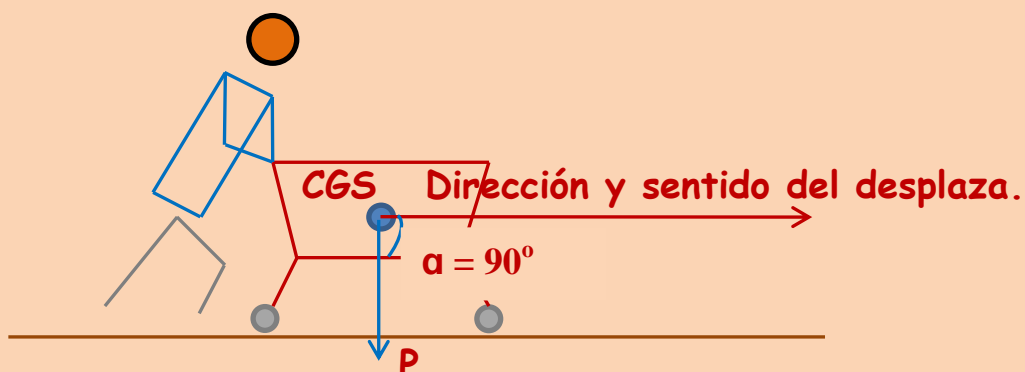
En este apartado entiendo que nos piden el trabajo realizado por el peso del carrito.

El "Peso" del carrito **NO REALIZA TRABAJO**.

Podemos demostrar esta afirmación por dos procedimientos:

1)

El Peso como fuerza tiene su punto en el CGS del carrito. En el esquema siguiente se establece la fuerza peso y la dirección y sentido del desplazamiento:



Podemos observar en el dibujo que el "peso" forma un ángulo de  $90^\circ$  con la dirección y sentido del movimiento. El trabajo gravitacional ( $W_g$ ) viene dado por:

$$W_g = P \cdot e \cdot \cos 90^\circ$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

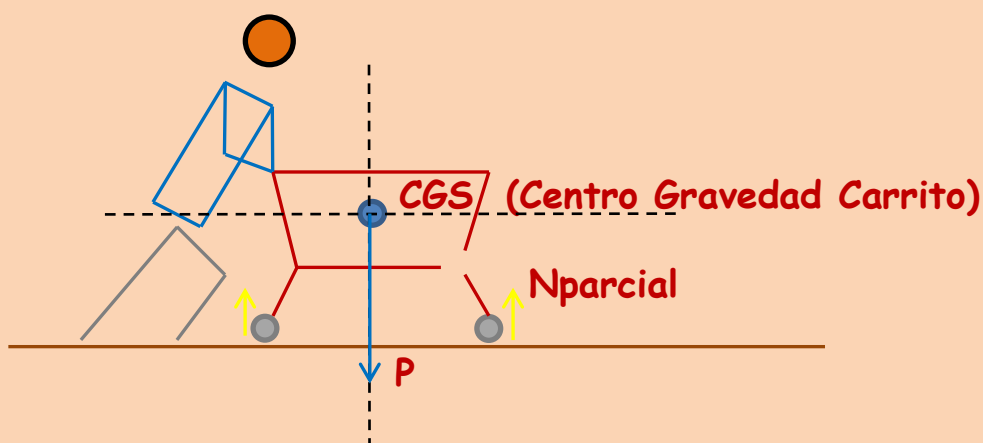
Nos vamos a la ecuación anterior:

$$W_g = P \cdot e \cdot 0 = 0$$

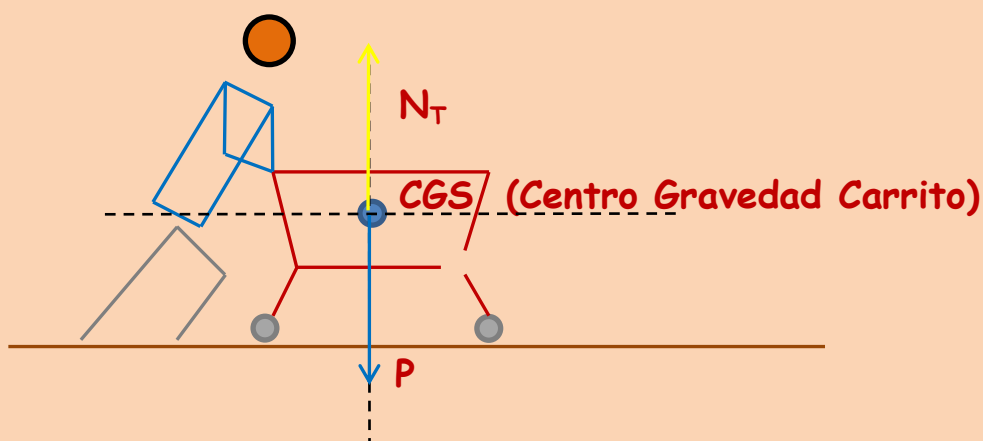
Este resultado nos dice: El Peso no produce desplazamiento en la dirección y sentido del mismo.

2)

Volvemos al dibujo inicial:



Si no existieran las fuerza Normales parciales el carrito se desplazaría en la dirección y sentido del centro de la Tierra. La fuerza Normal total ( $N_T$ ) tiene el mismo módulo, la misma dirección que el peso pero de sentido contrario:

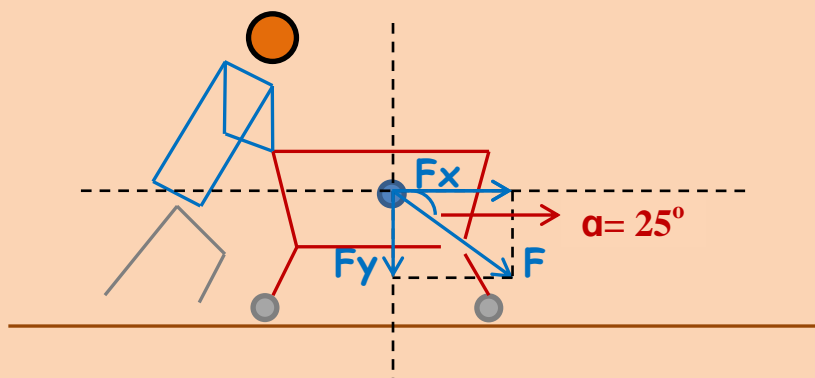


La fuerza  $N_T$  y el  $P$  se anulan mutuamente. **NO EXISTE PESO** por lo que **NO SE PRODUCE TRABAJO GRAVITACIONAL**.

c)

La Fuerza " $F$ " ejercida por el comprador, en principio, no tiene dirección y sentido en el desplazamiento del carrito pero una descomposición de " $F$ " la establece y podemos conocer el trabajo realizado.

Nos vamos al dibujo inicial:



Trigonométricamente:

$$\cos \alpha = F_x / F$$

$F_x$  tiene la dirección y el sentido del desplazamiento del carrito. Su valor:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

El trabajo generado por la fuerza "F":

$$W_F = F_x \cdot e \quad (1)$$

$$W_F = F \cdot \cos \alpha \cdot e = F \cdot e \cdot \cos 25^\circ$$

Para que el carrito se desplace a **velocidad constante** es necesario que:

$$F = F_{\text{Fricción}} = 35 \text{ N}$$

$$W_F = 35 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} \cdot 0,9 = 630 \text{ J}$$

d)

$$W_T = \sum W = W_F + W_{\text{Fricción}}$$

$$W_T = 630 \text{ J} + (- 700 \text{ J}) = 630 \text{ J} - 700 \text{ J} = - 70 \text{ J}$$

Parte de la energía desarrollada (70 J) se transforma en energía calorífica debida a la fuerza de fricción.

### Problema resuelto:

Calcula el trabajo realizado para arrastrar un carro, si se realiza una fuerza de 3000 N a lo largo de 200 m.

### Resolución

El enunciado no dice nada referente al ángulo que forma la fuerza con la dirección del desplazamiento. **SUPONDREMOS** que la fuerza coincide con la dirección del desplazamiento lo que implica que  $\alpha = 0^\circ$ . Como el  $\cos 0^\circ = 1$  la ecuación del trabajo nos queda de la forma:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha = F \cdot e$$

$$W = 3000 \text{ N} \cdot 200 \text{ m} = 600000 \text{ N} \cdot \text{m} = 600000 \text{ Julios}$$

### Problema resuelto:

Un saco de ladrillos de 200 Kg tiene que ser elevado al tercer piso de una obra en construcción (10 m). Un obrero realiza el trabajo en 20 minutos mientras que una grúa lo realiza en 2 segundos. ¿Qué trabajo realiza el obrero? ¿Y la grúa?

### Resolución

Datos:

$$m = 200 \text{ Kg}$$

$$h = 10 \text{ m}$$

$$t_{\text{obrero}} = 20 \text{ min}$$

$$t_{\text{grúa}} = 2 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{cuerpo}} &= m \cdot g = 200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}^2 = \\ &= 1960 \text{ N} \end{aligned}$$

Obrero:

Tiene que ejercer una fuerza igual al peso el cuerpo coincidiendo con la dirección del desplazamiento ( $\alpha = 0^\circ$ ). Luego el trabajo del obrero será:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\begin{aligned} W &= P \cdot h \cdot 1 = 1960 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = 19600 \text{ N} \cdot \text{m} = \\ &= 19600 \text{ J} \end{aligned}$$

Grúa:

La grúa mediante su cable elevará el saco con una fuerza igual al peso del saco y coincidiendo con la dirección del movimiento ( $\alpha = 0^\circ$ ). El trabajo realizado por la grúa será:

$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot 1 = 19600 \text{ N} \cdot \text{m} = 19600 \text{ J}$$

Grúa y obrero realizan el mismo trabajo. La diferencia estriba:

- a) En el tiempo empleado. Los tiempos serán utilizados para conocer la potencia del obrero y de la grúa
- b) La grúa no se cansa y el obrero sí.

### Problema resuelto

Calcula el trabajo realizado para transportar una maleta de 5 Kg en los siguientes casos:

- a) Levantarla del suelo hasta 1m de altura.
- b) Arrastrarla 1m por el suelo aplicando una fuerza igual a su peso.
- c) Arrastrarla por el suelo 1m aplicando una fuerza de 20N que forme un ángulo de 30° con respecto a la horizontal.

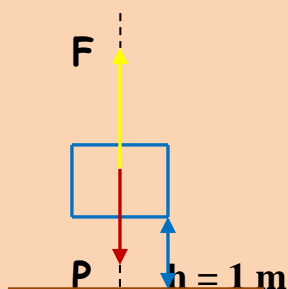
### Resolución

a)

$$m_{\text{cuerpo}} = 5 \text{ Kg}$$

$$P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 5 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 49 \text{ N}$$

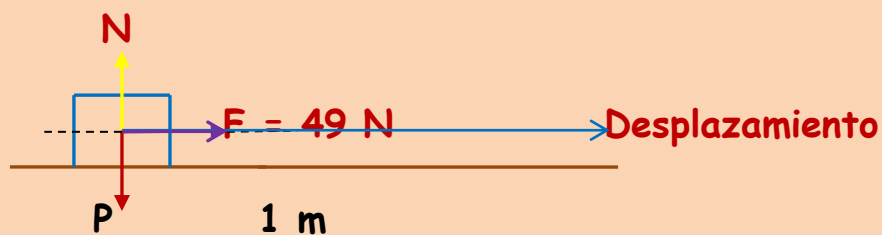
La fuerza se aplica en la dirección y sentido del desplazamiento por lo que  $\alpha = 0^\circ$ .



$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot 1 = 49 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 =$$
$$= 49 \text{ N} \cdot \text{m} = 49 \text{ J}$$

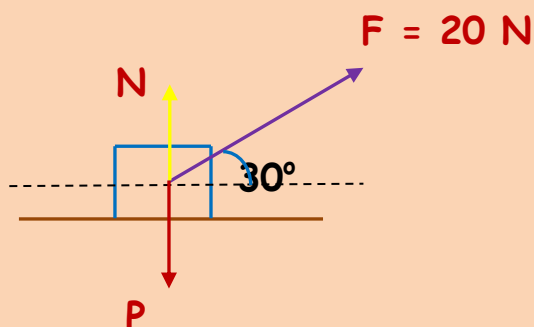
b)

Fuerza ejercida en la misma dirección y sentido del desplazamiento ( $\alpha = 0^\circ$ ).

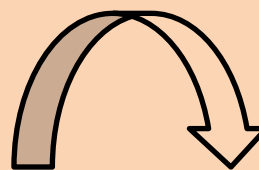


$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = 49 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 = 49 \text{ N} \cdot \text{m} =$$
$$= 49 \text{ J}$$

c)



$$W = F \cdot e \cdot \cos 30^\circ = 20 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,87 = 17,4 \text{ N} \cdot \text{m} =$$
$$= 17,4 \text{ J}$$





## 2.- Potencia

Hemos estudiado el **Trabajo** como **actividad profesional** y como **magnitud física**. En este estudio no se ha puesto de manifiesto algo muy importante como el **Tiempo** que se ha tardado en realizar esa actividad. Es muy importante este dato, desde el punto de vista del **empresario** pues a este señor le interesa que el obrero realice un **trabajo** en el **mínimo tiempo** posible. Existe una magnitud que relaciona el **trabajo** con el **tiempo** que se tarda en realizar, se le conoce como **Potencia**.

Video: **Construcción de un hotel**

<http://www.youtube.com/watch?v=8cXAV3tQvNw&feature=related>

**Potencia**

[http://newton.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/trabajo/trapoenedinewton9.htm](http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/trabajo/trapoenedinewton9.htm)

**Potencia**

<http://angelninoarribas.blogspot.com/2010/02/trabajo-y-energia.html>

**Potencia**

[http://recursostic.educacion.es/eda/web/eda2010/newton/materiales/laporta\\_samitier\\_raquel-p3/trabajo\\_potencia\\_y\\_energia3\\_archivos/frame.htm](http://recursostic.educacion.es/eda/web/eda2010/newton/materiales/laporta_samitier_raquel-p3/trabajo_potencia_y_energia3_archivos/frame.htm)

La potencia que desarrolla, una persona o una máquina, viene establecida por la relación existente entre el trabajo desarrollado y el tiempo que se empleó en su desarrollo.

Su ecuación:

$$\text{Potencia (P)} = \frac{W}{T}$$

## 2.1.- Unidades de Potencia

Según hemos visto con otras magnitudes:

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} \quad (1)$$

$$[W] = \text{Julio}$$

$$[t] = \text{s}$$

Nos vamos a (1)

$$[P] = \frac{J}{s}$$

**J/s** unidad de potencia en el S.I.

A la relación **J/s** también se le conoce como **Vatio (W)**:

$$\text{Vatio (W)} = \text{Julio} / \text{s}$$

"El Vatio es la potencia desarrollada por el trabajo de un Julio en un tiempo de un segundo"

Otras unidades de Potencia:

El **Caballo de Vapor (CV)** muy utilizado en el mundo del motor:

$$1 \text{ CV} = 735,75 \text{ W} \approx 750 \text{ W}$$

Video: Formula I

<https://www.youtube.com/watch?v=yowVUXrrkzs>

La **potencia** la podemos desarrollar las **personas** o las **máquinas**. Cuando hablamos de **máquinas** es interesante saber que no existe la **máquina perfecta**, es decir, aquella que trabaja al **100 %**. Siempre existe una **pérdida de trabajo** debido a los **rozamientos** o **fricciones**. Debemos de distinguir entonces entre dos tipos de **trabajo**:

**Trabajo motor.**- Aquel que puede desarrollar la máquina.

**Trabajo útil.**- El que realmente realiza la máquina.

Se cumple siempre que el trabajo motor es mayor al trabajo útil:

$$W_{\text{motor}} > W_{\text{útil}}$$

Como **no trabajamos** al **100 %** debemos conocer que trabajo nos puede desarrollar la máquina. La magnitud que nos determina la validez de una maquina se conoce como **Rendimiento**. Este viene determinado por la relación  $W_{\text{útil}}/W_{\text{motor}}$  y se obtiene en **%** mediante la ecuación:

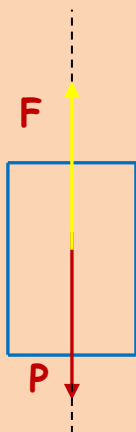
$$\text{Rendimiento (\%)} = W_{\text{útil}}/W_{\text{motor}} \cdot 100$$

**Problema resuelto:**

Calcula el trabajo realizado por el motor de un montacargas de 2000Kg cuando se eleva hasta el 4º piso, siendo la altura de cada uno de 3m. Si tarda 10s en la ascensión ¿Cuál es la potencia desarrollada?.

**Resolución:**

$$P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 2000 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 19600 \text{ N}$$
$$h = 12 \text{ m}$$



$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot 1 = 19600 \text{ N} \cdot 12 \text{ m} \cdot 1 =$$
$$= 235200 \text{ J}$$

$$P = W / t$$

$$P = 235200 \text{ J} / 10 \text{ s} = 23520 \text{ W}$$

**Problema resuelto**

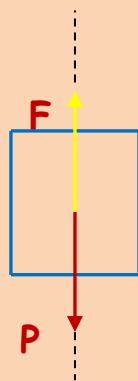
Una grúa eleva una masa de 200 Kg a una altura de 8 m a una velocidad constante en 4 s. Calcula:

- La fuerza realizada por la grúa.
- El trabajo físico realizado por esa fuerza.
- La potencia desarrollada por la grúa.

**Resolución:**

a)

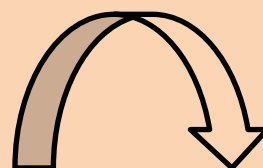
$$P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ N}$$



La fuerza que debe hacer la grúa es igual al  $P_{\text{cuerpo}}$ :

$$F = P = 1960 \text{ N}$$

$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot 1 = 1960 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} \cdot 1 = \\ = 15690 \text{ J}$$



b)

$$P = W / t$$

$$P = 15680 \text{ J} / 4 \text{ s} = 3920 \text{ W}$$

### Problema resuelto

Un motor eleva una carga de 500 Kg a 50 m de altura en 25 s. Calcula la potencia desarrollada.

### Resolución

Datos:

$$m_{\text{cuerpo}} = 500 \text{ Kg}$$

$$P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 500 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 4900 \text{ N}$$

$$h = 50 \text{ m}$$

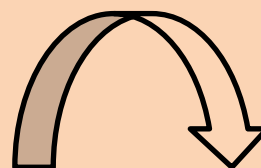
$$t = 25 \text{ s}$$

Recordemos que:

$$P = \frac{W}{t} \quad (1)$$

Calculamos primeramente el trabajo:

$$\begin{aligned} W &= F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot \cos 0^\circ = 4900 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 1 = \\ &= 245000 \text{ J} \end{aligned}$$



Nos vamos a (1) y sustituimos datos:

$$P = \frac{245000 \text{ J}}{25 \text{ s}} = 9800 \text{ W}$$

### 3.- Energía Mecánica

Dijimos al principio del tema que la **realización de un trabajo** no es **Gratuita**. La persona o la máquina que realiza un trabajo debe abonar un importe que podrá realizar mediante algo que se conoce como **Energía**.

**Video:** La energía de un atleta

<http://www.youtube.com/watch?v=5JPKDkwr154>

**Video:** Energía Mecánica

<https://www.youtube.com/watch?v=vUH4EJMslXw>

Energía. Tipos de Energía

[http://newton.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/energia/index.html?1&0](http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/energia/index.html?1&0)

Energía. Tipos de Energía

<http://www.biodisol.com/biocombustibles/la-energia-que-es-la-energia-fuentes-de-energia-tipos-de-energias-energias-renovables-energias-contaminantes/>

Energía. Tipos

<http://html.rincondelvago.com/tipos-de-energias.html>

Energía. Tipos

<http://www.formasdeenergia.com/>

Podemos definir la Energía como:

“Capacidad que tienen los cuerpos o máquinas para realizar un trabajo”

En este momento nos interesa estudiar la llamada **Energía Mecánica**. La Energía mecánica es la que posee un cuerpo en función de:

- a) Su **velocidad**
- b) Su **posición (altura)**
- c) Su **tensión acumulada**

Estas condiciones hacen posible que la **Energía Mecánica ( $E_m$ )** se pueda clasificar en:

- d) **Energía Cinética ( $E_c$ )**
- e) **Energía potencial gravitatoria ( $E_{p_{gravitatoria}}$ )**
- f) **Energía Potencial elástica ( $E_{p_{elástica}}$ )**

Podemos concluir que:

$$E_m = E_c + E_{p_{gravitatoria}} + E_{p_{elástica}}$$

La  $E_c$  y  $E_{p_{gravitatoria}}$  se relación entre sí en un **movimiento**. La  $E_{p_{elástica}}$  no se suele relacionar con las otras dos energías. La ecuación anterior, en un movimiento, quedaría de la forma:

$$E_m = E_c + E_p$$

Siendo  $E_p$  la **Energía Potencial Gravitatoria**.



## 4.- Energía Cinética

**Video:** Impactos de coches

<http://www.youtube.com/watch?v=Hm4OgyNbFNE>

Energía Cinética

<http://www.profesorenlinea.cl/fisica/EnergiaCinetica.htm>

Energía Cinética

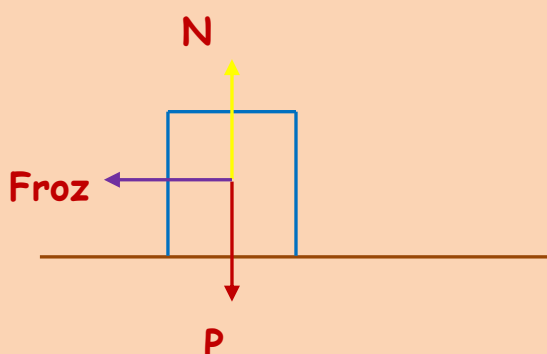
<http://html.rincondelvago.com/energia-cinetica.html>

**Video:** Energía Cinética

<http://www.youtube.com/watch?v=XAR8MEjnkHA>

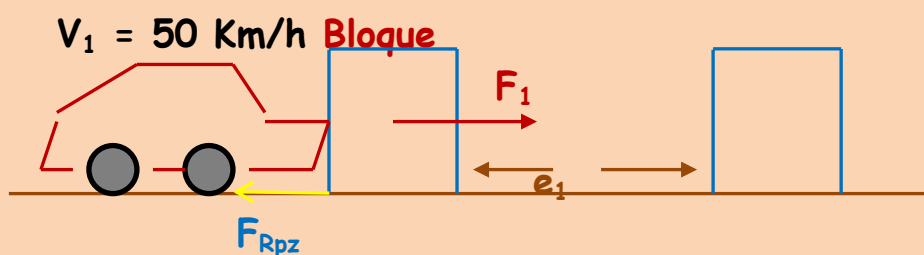
**Vamos a realizar la siguiente experiencia:**

Queremos desplazar un bloque de madera. Este bloque de madera está en reposo y sobre él actúan las siguientes fuerzas:



Como sabemos la  $N = P$  y por lo tanto se anulan mutuamente. Solo nos queda la  $F_{roz}$ . Que se pondrá en funcionamiento cuando el cuerpo empiece a desplazarse hacia la derecha.

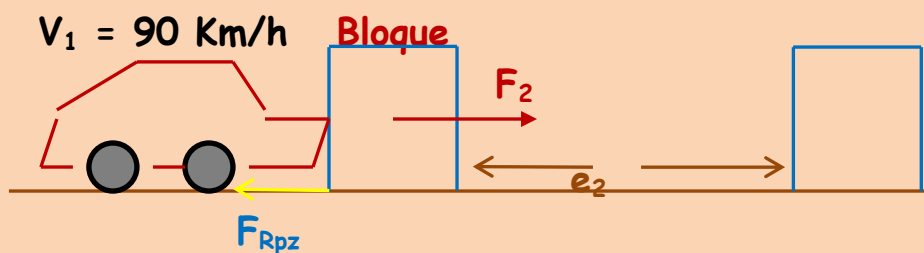
Para trasladar el cuerpo hacia la derecha vamos a utilizar un coche que va a proporcionar la fuerza necesaria para anular la  $F_{roz}$ . y deberá ser mayor o igual a la  $F_{roz}$ . Haremos actuar al coche un tiempo determinado y la fuerza que va a proporcionar será paralela al plano horizontal, de esta forma podremos nos queda un esquema:



El coche ha ejercido sobre el bloque una  $F_1$  que ha permitido desplazar el bloque un espacio  $e_1$ . El coche ha estado ejerciendo una fuerza,  $F_1$ , a lo largo de un espacio y por lo tanto ha realizado un trabajo:

$$W_1 = F_1 \cdot e \cdot \cos 0^\circ = F_1 \cdot e \cdot 1 = F_1 \cdot e$$

A continuación haremos actuar al mismo coche, durante el mismo tiempo pero a distinta velocidad:



El coche al llevar **mayor velocidad** puede, en el mismo tiempo, ejercer una fuerza  $F_2 > F_1$  y desplazar el bloque a una distancia  $e_2 > e_1$ . El coche vuelve a ejercer una fuerza,  $F_2$  durante un  $e_2$  y por lo tanto:

$$W_2 = F_2 \cdot e_2 \cdot \cos 0^\circ = F_2 \cdot e \cdot 1 = F_2 \cdot e_2$$

El  $W_2$  será mayor que el  $W_1$ , pero lo interesante es entender por qué el  $W_2$  es mayor que el  $W_1$ . La razón está clara, si el coche es el mismo, si el tiempo de actuación es el mismo será la **velocidad** la responsable de que  $W_2 > W_1$  puesto que  $V_2 > V_1$ . Veamos, el coche ha realizado un trabajo, este trabajo exige que el cuerpo tenga energía y en nuestro ejemplo es la **velocidad** la que proporciona **energía**. Establecemos un tipo de energía que **depende de la velocidad** que lleve el cuerpo, que se llama **Energía Cinética (Ec)**. La ecuación que nos permite conocer la **Ec** es:

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

El trabajo realizado también se puede conocer en función de la Energía Cinética:

$$W = \Delta Ec = Ec_2 - Ec_1$$

El trabajo realizado es igual a la variación de la Energía Cinética.

La ecuación anterior corresponde al **Teorema de las Fuerzas Vivas**.

Como la **Ec** es capacidad para realizar **Trabajo**, las unidades de la **Ec**, serán iguales a las unidades del **Trabajo**. Es decir, en el S.I. será el **Julio**. Recordar que:

$$\text{Julio} = N \cdot m$$

Comparando el **Julio** con la fórmula de la **Ec** ( $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$ ), no está muy claro que la unidad de **Ec** sea el **Julio**. Es decir, debemos transformar el producto de **masa** por **velocidad al cuadrado** en **N . m**. Vamos a demostrarlo:

Recordar que en el Cálculo Dimensional podemos eliminar las constantes:

$$[ E_c ] = [ m ] [ V ]^2 \quad (1)$$

$$[ m ] = M$$

$$V = e / t \rightarrow [ V ] = [ e ] / [ t ] ; [ V ] = L / T$$
$$[ V ] = L \cdot T^{-1}$$

$$[ E_c ] = M \cdot ( L \cdot T^{-1} )^2 ; [ E_c ] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

La unidad de **Ec** viene dada por el **producto** de la **masa** por una **longitud al cuadrado** y por un **tiempo elevado a (-2)**. Trabajemos con la última ecuación:

$$E_c = M \cdot L \cdot L \cdot T^{-2} ; E_c = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L$$

En el S.I.:

$$E_c = \text{Kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m} \quad (2)$$

Recordar :

$$\text{Kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{N (Newton)}$$

Si nos vamos a la ecuación (2):

$$E_c = N \cdot m = \text{Julio}$$

Podemos concluir que: **LAS UNIDADES DE LA ENERGÍA CINÉTICA SON LAS MISMAS UNIDADES DEL TRABAJO.**

### Problema resuelto

Dos masas  $m_1$  y  $m_2$ , tal que  $m_2 = 4 m_1$ , tienen la misma energía cinética. ¿Cuál es la relación entre sus velocidades?

### Resolución

$$E_{c1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_2^2$$

$$E_{c1} = E_{c2}$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_2^2 \quad (1)$$

$$m_2 = 4 m_1 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m_1 \cdot V_2^2 \quad (2)$$

De (2) deducimos:

$$V_1^2 = 4 V_2^2$$

$$V_1^2 / V_2^2 = 4$$

$$V_1 / V_2 = (4)^{1/2} = 2$$

$$V_1 = 2 V_2$$

**$V_1$  es el doble de  $V_2$**

**Problema resuelto:**

Un coche de fórmula 1 que tiene una masa de 800 Kg, circula por una recta a 300 Km/h. Calcula su energía cinética.

**Resolución**

Datos:

$$m = 800 \text{ Kg}$$

$$V = (300 \text{ Km} / \text{h}) \cdot (1000 \text{ m} / 1 \text{ Km}) \cdot (1 \text{ h} / 3600 \text{ s}) = \\ = 83,33 \text{ m/s}$$

Recordemos:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 800 \text{ Kg} \cdot (83,33 \text{ m/s}^1)^2 = 2777555,56 \text{ J}$$

**Ejercicio resuelto**

Compare la energía cinética de un camión de 20000 kg que se mueve a 110 km/h con la de un astronauta de 80 kg en órbita que se mueve a 27,5 km/h.

**Resolución**

Datos:

$$m_{\text{camión}} = 20000 \text{ Kg}$$

$$V_{\text{camión}} = 110 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m/Km} \cdot 1 \text{ h}/3600 \text{ s} = 30,55 \text{ m/s}$$

$$M_{\text{astronauta}} = 80 \text{ Kg}$$

$$V_{\text{astronauta}} = 27,5 \text{ km/h} \cdot 1000 \text{ m/km} \cdot 1 \text{ h}/3600 \text{ s} = 7,64 \text{ m/s}$$

Todas las unidades en el S.I.

Establezcamos las Energías Cinéticas:

$$E_{c\text{camión}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{camión}} (V_{\text{camión}})^2$$

$$E_{c\text{camión}} = \frac{1}{2} \cdot 20000 \cdot (30,55)^2 = 9333025 \text{ J}$$

$$E_{c\text{astronauta}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{astronauta}} \cdot (V_{\text{astronauta}})^2$$

$$E_{c\text{astronauta}} = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot (7,64)^2 = 2334,8 \text{ J}$$

Relación entre las  $E_c$ :

$$E_{c\text{camión}} / E_{c\text{astronauta}} = 9333025 \text{ J} / 2334,8 \text{ J} = 3997,35$$

$$E_{c\text{camión}} / E_{c\text{astronauta}} = 3997,35$$

$$E_{c\text{camión}} = 3997,35 E_{c\text{astronauta}}$$

La Energía Cinética del camión es 3997,35 veces superior a la Energía Cinética del astronauta.

**Ejercicio resuelto**

¿Qué tan rápido debe moverse un elefante de 3000 kg para tener la misma energía cinética que un velocista de 65 kg corriendo a 10 m/s?

## Resolución

Datos:

$$m_{\text{elefante}} = 3000 \text{ Kg}$$

$$m_{\text{ciclista}} = 65 \text{ Kg}$$

$$V_{\text{ciclista}} = 10 \text{ m/s}$$

Se debe cumplir que:

$$E_{\text{elefante}} = E_{\text{ciclista}}$$

Podemos conocer la  $E_{\text{ciclista}}$ :

$$E_{\text{ciclista}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{ciclista}} \cdot (V_{\text{ciclista}})^2$$

$$E_{\text{ciclista}} = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot (10)^2 = 3250 \text{ J}$$

Sabemos que:

$$E_{\text{elefante}} = 3250 \text{ J}$$

Por tanto:

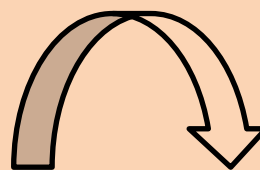
$$3250 = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{elefante}} \cdot (V_{\text{elefante}})^2$$

$$3250 = \frac{1}{2} \cdot 3000 \cdot (V_{\text{elefante}})^2$$

$$(V_{\text{elefante}})^2 = 2 \cdot 3250 / 3000$$

$$(V_{\text{elefante}})^2 = 2,16$$

$$(V_{\text{elefante}}) = \sqrt{2,16} = 1,47 \text{ m/s}$$





### Ejercicio resuelto

Un automóvil de 1 kg acelera de 88 m/s a 100 m/s en 30 s. ¿Cuál es la potencia del motor del automóvil?

### Resolución

Recordemos que:

$$P = \frac{\text{Trabajo}}{t} = \frac{w}{t} \quad (1)$$

A su vez por el Teorema de las Fuerzas Vivas (TFV):

$$W = \Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_o}$$

$E_c$  = Energía Cinética

$\Delta$  = Variación

Por otra parte el valor de la  $E_c$  viene dado por la ecuación:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

Por lo que:

$$\begin{aligned} E_{c_o} &= \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ Kg} \cdot (88 \text{ m/s})^2 = 3872 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = \\ &= 3872 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m} = 3872 \text{ N} \cdot \text{m} = 3872 \text{ J} \end{aligned}$$

$$E_{c_f} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (100)^2 = 5000 \text{ J}$$

$$W = \Delta E_c = 5000 \text{ J} - 3872 \text{ J} = 1128 \text{ J}$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$P = W/t = 1128 \text{ J}/30 \text{ s} = 37,6 \text{ w}$$

### Ejercicio resuelto

Una persona de 60 kg está corriendo y acelera de 5 m/s a 7 m/s en 2 s. Determinar la potencia desarrollada por la persona.

### Resolución

Datos:

$$m = 60 \text{ Kg}$$

$$V_o = 5 \text{ m/s}$$

$$V_f = 7 \text{ m/s}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

La ecuación que nos determina la "potencia":

$$P = W/t$$

El "trabajo" por el TFV:

$$W = \Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_o} \quad (2)$$

Conozcamos las "energías cinéticas":

$$E_{c_o} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_o^2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot (5)^2 = 750 \text{ J}$$

$$E_{c_f} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot (7)^2 = 1470 \text{ J}$$

Nos vamos a la ecuación (2):

$$W = E_{c_f} - E_{c_o} = 1470 \text{ J} - 750 \text{ J} = 720 \text{ J}$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$P = 720 \text{ J} / 2 \text{ s} = 360 \text{ w (vatios)}$$

## 5.- Energía Potencial Gravitatoria

**Video:** Cimentación para la construcción

<http://www.youtube.com/watch?v=u5rGFMW2SZw&feature=rrelated>

**Energía Potencial**

<http://www.profesorenlinea.cl/fisica/EnergiaPotencial.htm>

**Energía Potencial**

<http://www.jfinternational.com/mf/energia-potencial.html>

**Energía Potencial**

<http://definicion.de/energia-potencial/>

**Energía Potencial y Elástica**

<http://www.fisicapractica.com/energia-potencial.php>

**Energía Potencial**

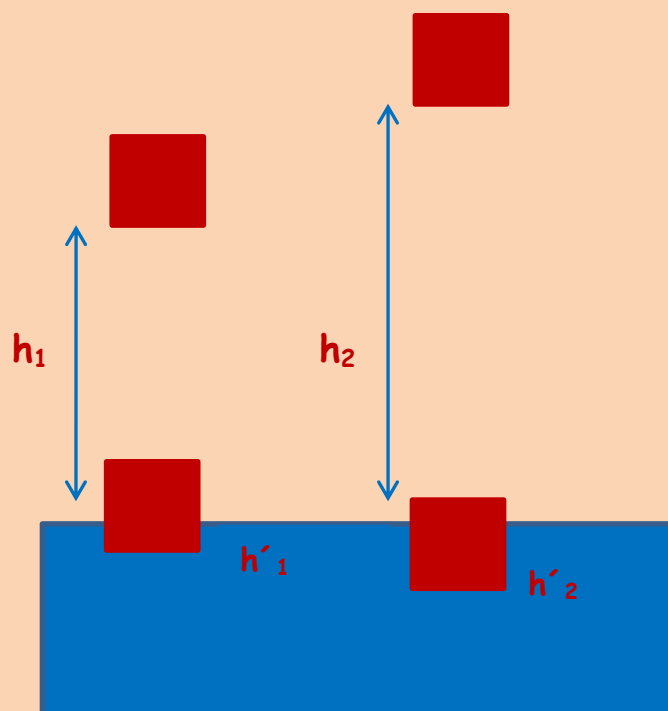
[http://newton.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/energia/potencial.html](http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/energia/potencial.html)

**Video:** **Energía Potencial**

<https://www.youtube.com/watch?v=PBHM7AFFyEQ>

Vamos a realizar la siguiente experiencia:

Dejamos caer un mismo cuerpo, desde alturas diferentes sobre una superficie de plastilina. Cuando los cuerpos se pongan en contacto con la plastilina deberán vencer la fuerza de resistencia de la plastilina a ser deformada y podrán penetrar una cierta profundidad en la superficie de la misma.



Se cumple que  $h_2 > h_1$  y que  $h'_2 > h'_1$ . El cuerpo que está a mayor altura ejercerá una **fuerza** que le permite penetrar un  $h'_2$  en la plastilina y por lo tanto  $W_2 > W_1$ . En los dos casos se ha **realizado un trabajo**. Para realizar estos trabajos el cuerpo debe tener una **energía** que estará en función de la **altura** que tenga dicho cuerpo sobre un sistema de referencia (en nuestro ejemplo será la superficie de plastilina). A esta energía se le conoce como **Energía Potencial Gravitatoria**.

Su valor lo podemos conocer mediante la ecuación:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

Existe una experiencia, **que aconsejo no hacerla**, muy sencilla y aclaratoria de la dependencia de la  $E_p$  con la **altura**. Consiste en dejar caer desde **1 m** de altura un cuerpo de **5**

**Kg** de masa sobre el **pie derecho**. Una vez repuestos de esta primera experiencia, dejaremos caer el mismo cuerpo sobre el **pie izquierdo** pero desde una altura de **2 m**. El **nivel de dolor** determinará la dependencia de la **Ep** con la **altura**.

**Energía Potencial (Ep)** es sinónimo de **Trabajo**, luego las unidades de la **Ep** son las mismas que las de **W**. Podéis demostrarlo como hicimos en la **Ec**.

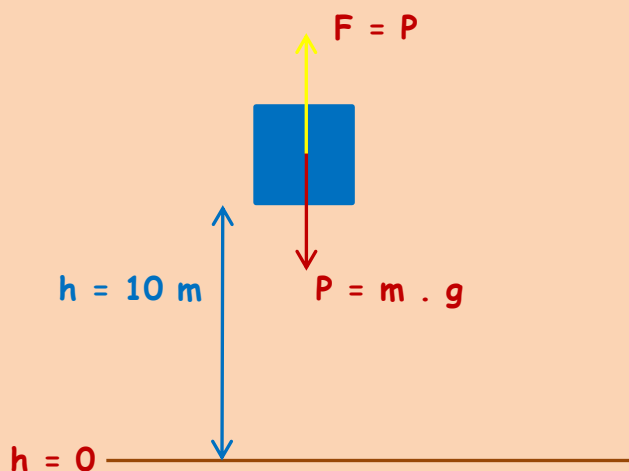
Luego la unidad de **Ep** en el S. I . es el **Julio**.

### Ejercicio resuelto

Calcule el trabajo realizado al levantar una carga de 2 kg a una altura de 10 m ( $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ )

### Resolución

El esquema de la situación queda de la forma:



Recordemos que:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha (1)$$

En este caso la fuerza que debemos realizar es igual al peso de la carga:

$$P = m \cdot g = 2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 19,6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}^2 = 19,6 \text{ N}$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$W = 19,6 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 196 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot 1 = 196 \text{ J}$$

También podemos argumentar que este **trabajo** realizado queda almacenado en el cuerpo en forma de **Energía Potencial (Ep)**:

$$W = E_p = m \cdot g \cdot h = 2 \cdot 9,8 \cdot 10 = 196 \text{ J}$$

### Ejercicio resuelto

Una persona de 75 kg sube escaleras, ganando 2,50 metros de altura. Encuentre el trabajo realizado para realizar esta tarea.

### Resolución

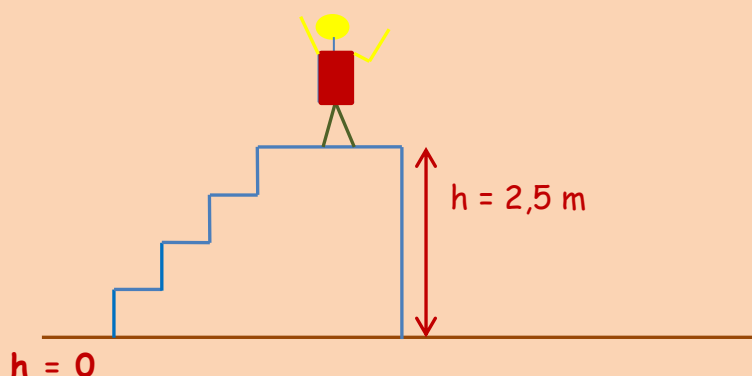
Datos

$$m = 75 \text{ Kg}$$

$$h = 2,5 \text{ m}$$

### Unidades en el S.I.

Esquema de la situación:



La persona al subir la escalera realiza un “Trabajo” que queda almacenado en la misma en forma de “Energía Potencial”:

$$W = E_p = m \cdot g \cdot h =$$
$$= 75 \cdot 9,8 \cdot 2,5 = 1837,5 \text{ J}$$

### Ejercicio resuelto

Una instalación de energía hidroeléctrica convierte la energía potencial gravitacional del agua detrás de una presa en energía eléctrica. ¿Cuál es la energía potencial gravitacional en relación con los generadores de un lago de volumen 50 Km<sup>3</sup> (masa =  $5 \cdot 10^{13}$  Kg), dado que el lago tiene una altura de 40 m sobre los generadores.

### Resolución

Datos:

$$m_{\text{agua}} = 5 \cdot 10^{13} \text{ Kg}$$
$$h = 40 \text{ m}$$

Unidades en el S.I.

Tomando como referencia ( $h = 0$ ) los generadores la Energía Potencial Gravitatoria la podemos obtener mediante la ecuación:

$$E_p = m_{\text{agua}} \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 5 \cdot 10^{13} \cdot 9,8 \cdot 40 = 1960 \cdot 10^{13} \text{ J} = 1,96 \cdot 10^{16} \text{ J}$$

### Ejercicio resuelto

Suponga que pájaro de 350 g recoge una serpiente de 75 g y la eleva 2,5 m desde el suelo hasta una rama.

- ¿Cuánto trabajo hizo el pájaro en la serpiente?
- ¿Cuánto trabajo hizo para elevar su propio centro de masa a la rama?

### Resolución

Datos:

$$m_{\text{pájaro}} = 350 \text{ g} \cdot (1 \text{ Kg}/1000 \text{ g}) = 0,350 \text{ Kg}$$

$$m_{\text{serpiente}} = 75 \text{ g} \cdot (1 \text{ Kg}/1000 \text{ g}) = 0,075 \text{ Kg}$$

$$h = 2,5 \text{ m}$$

### Unidades en el S.I.

a)

Trabajo realizado por el pájaro al elevar la serpiente:

$$W = E_{p_{\text{serpiente}}} = m_{\text{serpiente}} \cdot g \cdot h$$

$$W = 0,075 \cdot 9,8 \cdot 2,5 = 1,83 \text{ J}$$



b)

Trabajo realizado por el pájaro para elevarse él mismo:

$$W = E_{p\text{pájaro}} = m_{\text{pájaro}} \cdot g \cdot h$$

$$W = 0,350 \cdot 9,8 \cdot 2,5 = 8,7 \text{ J}$$

**Problema resuelto:**

Halla la energía potencial y la energía cinética de un avión de 60 toneladas que vuela a 8000 m de altura a una velocidad de 1000 Km/h. Calcula su energía mecánica.

**Resolución**

Datos:

$$m = 60 \text{ Tm} \cdot (1000 \text{ Kg} / 1 \text{ Tm}) = 60000 \text{ Kg}$$

$$h = 8000 \text{ m}$$

$$V = (1000 \text{ Km} / \text{h}) \cdot (1000 \text{ m} / 1 \text{ Km}) \cdot (1 \text{ h} / 3600 \text{ s}) = \\ = 277,8 \text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 60000 \text{ Kg} \cdot (277,8 \text{ m/s})^2 = 2,31 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 60000 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 8000 \text{ m} = 4,7 \cdot 10^9 \text{ J}$$

La Energía Mecánica:

$$E_m = E_c + E_p$$

$$E_m = 2,31 \cdot 10^9 \text{ J} + 4,7 \cdot 10^9 \text{ J} = 7,01 \cdot 10^9 \text{ J}$$

## 6.-Energía Potencial elástica

Desde muy antiguo, en las pinturas rupestres, aparecían unos dibujos de unos señores con un artilugio en las manos, que utilizaban para cazar. Estos artilugios consistían en un palo, más o menos grueso en cuyos extremos tenía atada una cuerda o lo que hiciera las funciones de una cuerda y los conocemos con el nombre de arcos. Con la cuerda tensaban el palo y podían disparar flechas dirigidas hacia el animal. Cuanto **más** se tensaba el arco **más velocidad alcanzaba** y **más fuerza** podía realizar la flecha. **Aparece un nuevo tipo de Energía Potencial.**

Más recientemente en los **relojes** también nos encontramos con este nuevo **tipo de energía**. El mecanismo consistía en una lámina metálica en forma de espiral. Con la operación "**dar cuerda al reloj**" la forma en espiral desaparecía y se obtenía una forma **cilíndrica** de la lámina metálica que almacenaba una gran **cantidad de energía**. La forma cilíndrica se iba convirtiendo poco a poco en forma espiral **liberando energía** que hacía posible que aquellos relojes funcionaran. Cuando la forma cilíndrica había desaparecido por completo, ya **no existía energía** y el reloj se paraba. Por sistema, todas las noches se le daba cuerda al reloj para que su funcionamiento no se interrumpiera.

En el mundo de los **juguetes** existían unas escopetas en cuyo interior existía un **muelle**. El niño cargaba la escopeta, operación que consistía en **comprimir** el muelle almacenando éste **gran cantidad de energía**. Cuando se disparaba el arma, se ponía en libertad el muelle y su **energía** se la transmitía a un tapón que se encontraba en la boca del cañón y salía disparado con gran velocidad siendo ésta mayor cuanto más se **comprimía el muelle**. Nos encontramos con la **Energía Potencial Elástica**.

Video: Caza con arco

<https://www.youtube.com/watch?v=5RQ96fAX2CY>

Video: Relojes a cuerda

<https://www.youtube.com/watch?v=J76UdJOISyU>

Video: Juguetes a cuerda

<https://www.youtube.com/watch?v=NIK4MFHvOMM>

Video Energía Potencial Elástica

<http://www.youtube.com/watch?v=eNqlftUkhHs>

Energía Potencial Elástica

<http://cienciasjbosco.wordpress.com/2011/04/21/energia-mecanica/>

Energía potencial elástica

<https://energiatoday.com/potencial/elastica/>

Energía potencial elástica

<https://nucleovisual.com/energia-potencial-elastica/>

El valor de la **Energía Potencial Elástica** la podemos conocer mediante la ecuación:

$$E_{\text{elástica}} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

En donde:

**K** es la **Constante elástica** o **Recuperadora**. Su unidad en el S.I. es **N/m**.

**X** es la longitud que se comprime o se estira el cuerpo elástico. Se trata de una longitud y por lo tanto su unidad en el S.I. es el **metro (m)**.

### Problema resuelto

Un muelle cuya constante elástica es  $K = 500 \text{ N/m}$  es estirado  $5 \text{ cm}$ . ¿Qué fuerza le ha sido aplicada? ¿Cuál es el trabajo realizado sobre el muelle? ¿Cuánto vale la energía elástica adquirida por éste?

### Resolución

$$K = 500 \text{ N/m}$$

$$\Delta x = 5 \text{ cm} \cdot (1 \text{ m}/100 \text{ cm}) = 0,05 \text{ m}$$

Por la ley de Hooke:

$$F = K \cdot \Delta X$$

$$F = 500 \cdot 0,05 = 25 \text{ N}$$

El trabajo realizado contra el muelle queda almacenado en el mismo en forma de  $E_{\text{elástica}}$ :

$$W = E_{\text{elástica}} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \text{ N/m} \cdot 0,0025 \text{ m} = \\ = 0,625 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,625 \text{ J}$$

### Problema resuelto

Si en el extremo del muelle (comprimido) colocamos un cuerpo de 5 Kg de masa ¿Qué velocidad adquirirá dicho cuerpo cuando el muelle que en libertad.

$$K = 500 \text{ N/m} ; x = 5 \text{ cm}$$

### Resolución

$$5 \text{ cm} \cdot (1 \text{ m}/100 \text{ cm}) = 0,05 \text{ m}$$

La **Energía Potencial Elástica** se transformará en **Energía Cinética**:

$$E_{\text{elástica}} = E_c \quad (1)$$

$$E_{\text{elástica}} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \quad (2)$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 \quad (3)$$

Llevamos las ecuaciones (2) y (3) a la ecuación (1):

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (0,05)^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot V^2$$

$$1,25 = 2,5 \cdot V^2$$

$$V = (12,5/2,5)^{1/2} = 2,24 \text{ m/s}$$

## 7.- Principio de Conservación de la Energía

Las **energías** tienen una propiedad muy importante consistente en que unas se **pueden transformar** en **otras**. Propiedad que queda enmarcada en el llamado

**Video:** Entrada de un meteorito en la atmosfera terrestre

<http://www.youtube.com/watch?v=-xJvP7sNT98&feature=related>

**Principio de Conservación de la Energía**

[http://newton.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/energia/conservacion.htm?3&1](http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/energia/conservacion.htm?3&1)

**Principio de Conservación de la Energía**

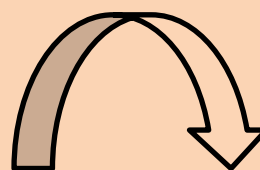
<http://html.rincondelvago.com/conservacion-de-la-energia.html>

**Video:** Principio de conservación de la Energía

[http://www.youtube.com/watch?v=OOK\\_4ncsLPY](http://www.youtube.com/watch?v=OOK_4ncsLPY)

El **Principio Fundamental de la Energía** lo podemos definir al menos en dos formas:

**"La Energía ni se crea ni se destruye, simplemente se transforma"**

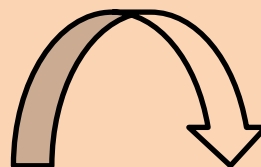


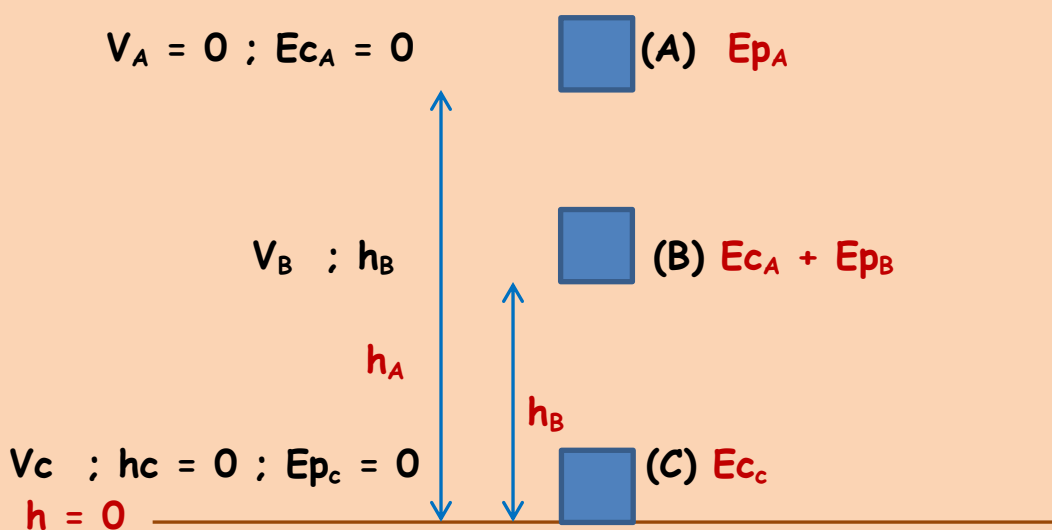
En un **sistema AISLADO** ( que no recibe influencia, energía, fuerza del exterior) **la cantidad total de ENERGÍA MECÁNICA ha de ser siempre constante.**

Vamos a intentar demostrar este principio. La experiencia que vamos a realizar consiste en tener un cuerpo a una cierta altura con respecto a un sistema de referencia y lo dejamos caer hasta llegar al suelo (sistema de referencia). Tomaremos tres puntos que se reflejan en el croquis:

Al dejarlo caer se cumple la condición de  $V_0 = 0$  . En la situación (a) solo existe Energía Potencial puesto que se encuentra a una altura  $h_A$  del sistema de Referencia ( $h = 0$ ). Al dejarlo caer pasa por la posición (b) situada a una altura  $h_B$  del Sistema de Referencia. En esta posición ya existe una velocidad  $V_B$  y una altura  $h_B < h_A$ . Existirá energía cinética  $E_{cB}$  y  $E_{pB}$ . La  $E_{cB}$  es superior a la  $E_{cA}$  y menor que la  $E_{pA}$ . El cuerpo sigue descendiendo hasta el Sistema de Referencia ( $h = 0$ ). Se trata de la posición (C). En esta posición no existe  $E_{pc}$  puesto que  $h = 0$  pero si existe  $E_{cC}$  porque el cuerpo llega al S.F. con una velocidad  $V_C > V_B$ . y por lo tanto  $E_{cC} > E_{cB}$ .

El croquis quedaría de la forma:





A medida que desciende el cuerpo su energía  $E_p$  se va haciendo **más pequeña** puesto que la **altura disminuye**. La  $E_p$  **perdida** es igual a la  $E_c$  **ganada** puesto que la **velocidad aumenta al descender**. Seguimos descendiendo hasta  $h = 0$  en donde ya no existe  $E_p$  y toda la energía se transforma en  $E_c$ . La conclusión a la que tenemos que llegar: La  $E_p$  que **va disminuyendo** se está **transformando en  $E_c$** .

Se pueden plantear las siguientes ecuaciones:

En el trayecto de  $A \rightarrow B$ :  $E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}$

En el trayecto de  $B \rightarrow C$ :  $E_{cB} + E_{pB} = E_{cC}$

Si sumamos miembro a miembro las dos ecuaciones obtenemos:

$$E_{pA} + \cancel{E_{cB}} + \cancel{E_{pB}} = \cancel{E_{cB}} + \cancel{E_{pB}} + E_{cC}$$

Quedando:

$$E_{pA} = E_{cC}$$



Lo que nos demuestra el **Principio de Conservación de la Energía**.

En este proceso no se han tenido en cuenta las energías que se pierden en forma de calor y que tendríamos que tener presencia en el citado **Principio**.

Laboratorio virtual: Concepto de energía.

Tipos de energía.

Trabajo.

Potencia.

Energía mecánica.

Energía cinética.

Energía potencial gravitatoria.

Energía potencial elástica.

Principio de conservación de

la energía mecánica.

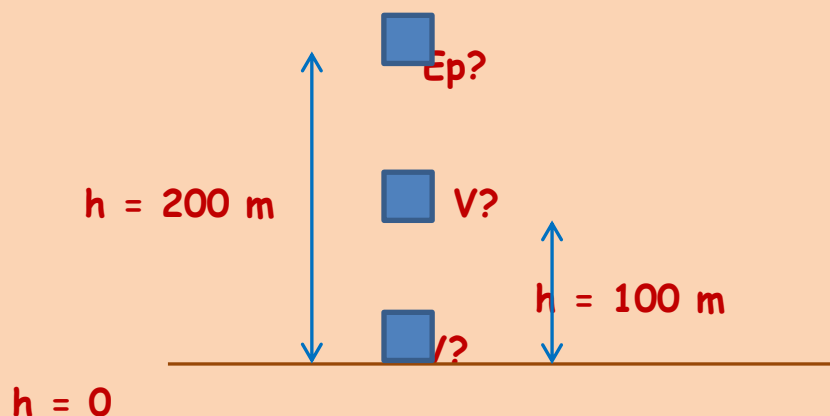
<http://fisicayquimicaenflash.es>

### **Problema resuelto**

Desde una altura de 200 m se deja caer una piedra de 5 Kg.  
a) ¿Con qué velocidad llega al suelo? B) ¿Cuánto valdrá la energía potencial en el punto más alto? c) ¿Cuánto valdrá su energía cinética al llegar al suelo? d) ¿Cuánto valdrá su velocidad en el punto medio del recorrido?. Emplear sólo consideraciones energéticas para resolver el ejercicio.

### **Resolución**

Croquis de la situación:



a)

Datos:

$$h = 200 \text{ m}$$

$$m = 5 \text{ Kg}$$

Por el P.C.E (Principio de Conservación de la Energía):

$$E_p = E_c$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$5 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 200 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot V^2$$

$$V = (3920 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{1/2} = 62,6 \text{ m/s}^1$$

b)

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 5 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 200 \text{ m} = 9800 \text{ J}$$

c)

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot (62,6 \text{ m/s})^2 = 9796,9 \text{ J}$$

Podemos comprobar que  $E_p \approx E_c$

d)

En el punto medio existirá  $E_{p_m}$  y  $E_{c_m}$  y se cumplirá que:

$$E_p = E_{p_m} + E_{c_m}$$

En el punto medio  $h = 100 \text{ m}$

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h_m + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$1960 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 980 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} + \frac{1}{2} \cdot V^2$$

$$1960 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 980 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \frac{1}{2} \cdot V^2$$

$$1960 = V^2 \quad ; \quad V = (1960 \text{ m}^2/\text{s}^2)^{1/2} = 44,27 \text{ m/s}$$

### Problema resuelto

Se lanza un balón de 150 g verticalmente hacia arriba con una velocidad de 5 m/s. Calcula: a) su energía cinética inicial, b) la altura máxima que alcanzará, c) la energía potencial a dicha altura.

### Resolución

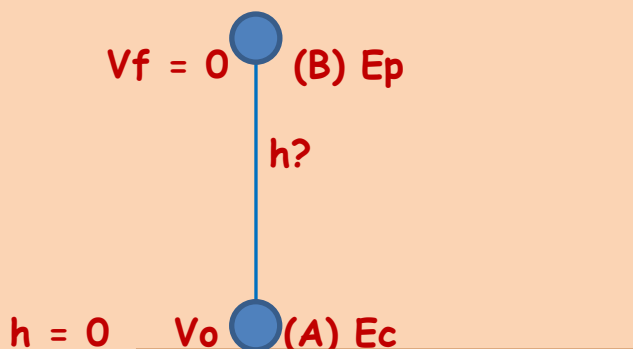
Datos:

$$m = 150 \text{ g} / (1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g}) = 0,150 \text{ Kg}$$

$$V_0 = 5 \text{ m/s}$$

Unidades en el D.I.

Esquema de la situación:



a)

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,150 \cdot 5^2 = 1,875 \text{ J}$$

b)

Por el P.C.E:

$$E_c = E_p$$

$$E_c = m \cdot g \cdot h$$

$$1,875 = 0,150 \cdot 9,8 \cdot h$$

$$h = 1,875 / (0,150 \cdot 9,8)$$

$$h = 1,27 \text{ m}$$

c)

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 0,150 \cdot 9,8 \cdot 1,27 \text{ m} = 1,87 \text{ J}$$

### Problema resuelto

En la cima de una montaña rusa un coche y sus ocupantes cuya masa total es 1000 Kg, está a una altura de 40 m sobre el suelo y lleva una velocidad de 5 m/s. ¿Qué energía cinética tendrá el coche cuando llegue a la cima siguiente, que está a 20 m de altura?. Suponemos que no hay rozamiento.

### Resolución

Datos:

$$m = 1000 \text{ kg}$$

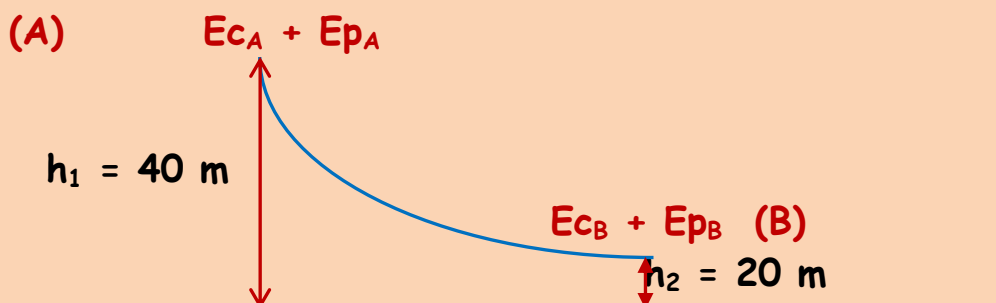
$$h_A = 40 \text{ m}$$

$$V_0 = 5 \text{ m/s}$$

$$h_B = 20 \text{ m}$$

Unidades en el S.I.

Esquema de la situación:



Por P.C.E:

$$E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}$$

$$\frac{1}{2} m_s \cdot V^2 + m_s \cdot g \cdot h_A = E_{cB} + m_s \cdot g \cdot h_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 5^2 + 1000 \cdot 9,8 \cdot 40 =$$

$$= E_{cB} + 1000 \cdot 9,8 \cdot 20$$

$$12500 + 392000 = E_{cB} + 196000 \text{ Kg}$$

$$E_{cB} = 12500 + 392000 - 196000$$

$$E_{cB} = 208500 \text{ J}$$

### Problema resuelto

En una central hidroeléctrica se aprovecha la energía de un salto de agua de 25 m de altura con un caudal de 20 m<sup>3</sup> de agua por segundo. Sólo se transforma en energía eléctrica el 40 % de la energía potencial del agua, ¿Qué potencia suministra la central? Comenta muy brevemente las interconversiones de energía que tienen lugar hasta que se produce energía eléctrica.

Densidad del agua 1000 Kg/m<sup>3</sup>

### Resolución

Datos:

$$h = 25 \text{ m}$$

$$V_{agua} = 20 \text{ m}^3$$

$$d_{agua} = 1000 \text{ Kg /m}^3$$

$$d_{\text{agua}} = m_{\text{agua}} / V_{\text{agua}}$$

$$m_{\text{agua}} = d_{\text{agua}} \cdot V_{\text{agua}}$$

$$m_{\text{agua}} = 1000 \cdot 20 = 20000 \text{ Kg}$$

**Unidades en el S.I.**

La  $E_p$  que aporta el agua:

$$E_p = m_{\text{agua}} \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 20000 \cdot 9,8 \cdot 25 = 4900000 \text{ J (teórica)}$$

De esta  $E_p$  solo se utiliza el 40 %:

$$4900000 \text{ J} \cdot (40 \text{ J} / 100 \text{ J}) = 490000 \text{ J (útil)}$$

$$P = W / t = E_p / t = 490000 \text{ J} / 1 \text{ s} = 490000 \text{ J/s} = \\ = 490000 \text{ W}$$

La  $E_p$  que aporta el agua se transforma en **Energía mecánica** cuando las turbinas se ponen a trabajar produciéndose la **Energía eléctrica**.

### Problema resuelto

Desde una altura de 1000 m se deja caer un objeto de 2 Kg, calcula:

- Velocidad y altura a la que se encuentra a los 5s
- Velocidad con que llega al suelo.

### Resolución

Datos:

$$h = 1000 \text{ m}$$

$$m = 2 \text{ Kg}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

**Unidades en el S.I.**

a)

A los 5 s el cuerpo está descendiendo y por lo tanto tendrá  $E_c$  y  $E_p$ . Cumpliéndose por el P.C.E:

$$E_{p_0} = E_{c_5} + E_{p_5}$$

Si sustituimos datos en la ecuación anterior nos vamos a encontrar con una ecuación con dos incógnitas y por lo tanto no la podremos resolver. Veámoslo:

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h_5 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_5^2 \quad (1)$$

No tenemos más remedio que utilizar Cinemática para obtener una de las dos incógnitas:

$$h_5 = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad ; \quad V_0 = 0$$

$$h_5 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h_5 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 5^2 = 122,5 \text{ m (es lo que desciende el cuerpo)}$$

La altura con respecto al sistema de referencia, el suelo, será:

$$h_1 = 1000 \text{ m} - 122,5 \text{ m} = 877,5 \text{ m}$$



Con este dato la ecuación (1) solo tiene una variable, la velocidad:

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$2 \cdot 9,8 \cdot 1000 = 2 \cdot 9,8 \cdot 877,5 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot V^2$$

$$19600 = 17199 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot V^2$$

$$V = (19600 - 17199)^{1/2} = 49 \text{ m/s}$$

b)

Por el P.C.E:

$$E_{p_0} = E_{c_f}$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot V^2$$

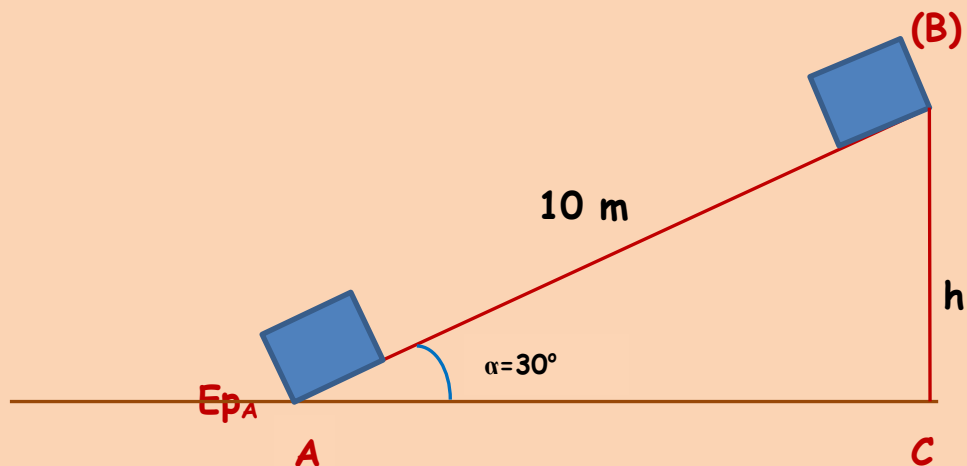
$$V = (2 \cdot g \cdot h)^{1/2} = (2 \cdot 9,8 \cdot 1000)^{1/2} = 140 \text{ m/s}$$

### Problema resuelto

Un bloque de 2Kg se encuentra en la parte más alta de un plano inclinado  $30^\circ$  con respecto a la horizontal, si la longitud de dicho plano es de 10 m, calcula la velocidad con que llega la final del plano

**Resolución:**

Esquema de la situación:



Geométricamente podemos conocer la altura del cuerpo en la posición B:

$$\text{sen } \alpha = h/e$$

$$h = e \text{ sen } \alpha$$

$$h = 10 \text{ m} \cdot \text{sen } 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ m}$$

Por el P.C.E:

$$E_{p_B} = E_{c_A}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

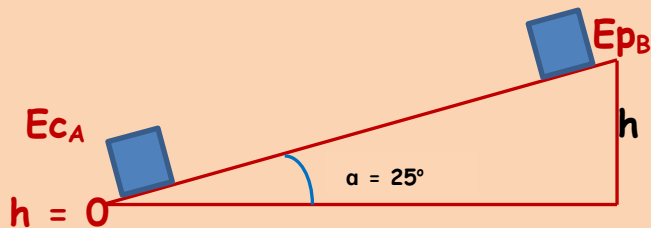
$$2 \cdot 9,8 \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot V^2$$

$$V = (2 \cdot 9,8 \cdot 5)^{1/2}$$

$$V = 9,89 \text{ m/s}$$

### Problema resuelto

Desde la parte inferior de un plano inclinado  $25^\circ$  con respecto a la horizontal se impulsa un cuerpo de 3Kg con una velocidad de 50m/s, calcula la altura alcanzada.



Datos:

$$\text{sen } 25^\circ = 0,42$$

$$m = 3 \text{ Kg}$$

$$V_0 = 50 \text{ m/s}$$

Por el P.C.E:

$$E_{cA} = E_{pB}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = m \cdot g \cdot h$$

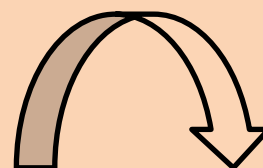
$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 9,8 \cdot h$$

$$37,5 = 29,4 \cdot h$$

$$h = 1,27 \text{ m}$$

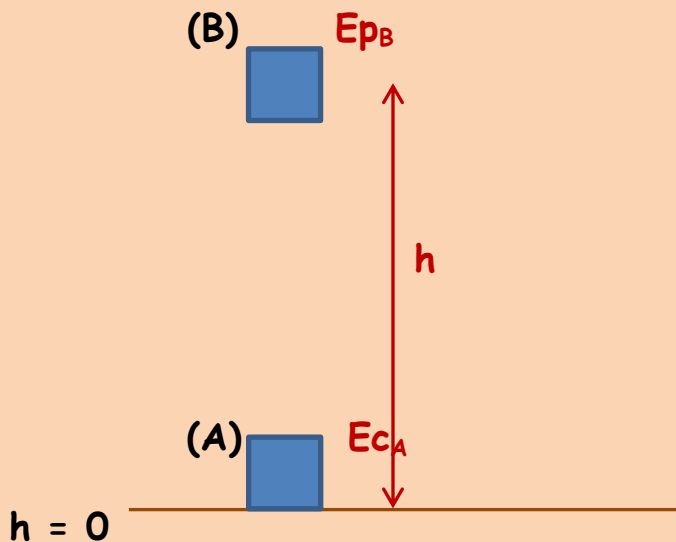
### Problema resuelto

Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad de 100m/s, calcula: a) Altura máxima alcanzada. b) Velocidad y altura a los 3s de su lanzamiento



a)

Esquema de la situación:



Por el P.C.E:

$$E_{cA} = E_{pB}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = m \cdot g \cdot h_{\max}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot (100)^2 = m \cdot \cancel{9,8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot h_{\max}$$

$$5000 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot h_{\max}$$

$$V_0 = 100 \text{ m/s}$$

$$h_{\max} = 5000 / 9,8 = 510,2 \text{ m}$$

b)

$$t = 3 \text{ s.}$$

Cinemáticamente:

$$h_3 = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h_3 = 100 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \cdot 3^2$$

$$h_3 = 300 \text{ m} - 44,1 \text{ m} = 255,9 \text{ m}$$

A la altura de 255,9 m el cuerpo está ascendiendo y en ese punto tiene  $E_c$  y  $E_p$ . Cumpliéndose:

$$E_{c3} + E_{p3} = E_{c0}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_3^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2$$

$$\cancel{m} \left( \frac{1}{2} \cdot V_3^2 + g \cdot h_3 \right) = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot V_0^2$$

$$\frac{1}{2} V_3^2 + 9,8 \cdot 44,1 = \frac{1}{2} 100$$

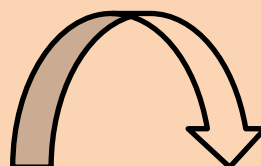
$$\frac{1}{2} V_3^2 + 432,18 = 5000$$

$$V_3^2 + 2 \cdot 432,18 = 10000$$

$$V_3^2 + 864,36 = 10000$$

$$V_3^2 = 10000 - 864,36 = 9135,64$$

$$V_3 = (9135,64)^{1/2} = 95,58 \text{ m/s}$$



### Problema resuelto

Un resorte cuya constante de deformación es  $K = 700 \text{ N/m}$  se mantiene comprimido  $3 \text{ mm}$  contra el suelo y se suelta bruscamente, de modo que su energía potencial de deformación le impulse hacia arriba. Calcular la altura que alcanzará, así como la velocidad con que se separará del suelo sabiendo que su masa es de  $0,5 \text{ g}$ .

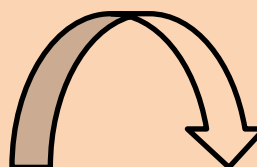
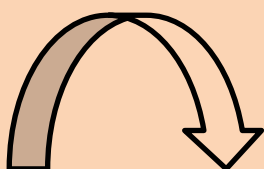
### Resolución

Datos:

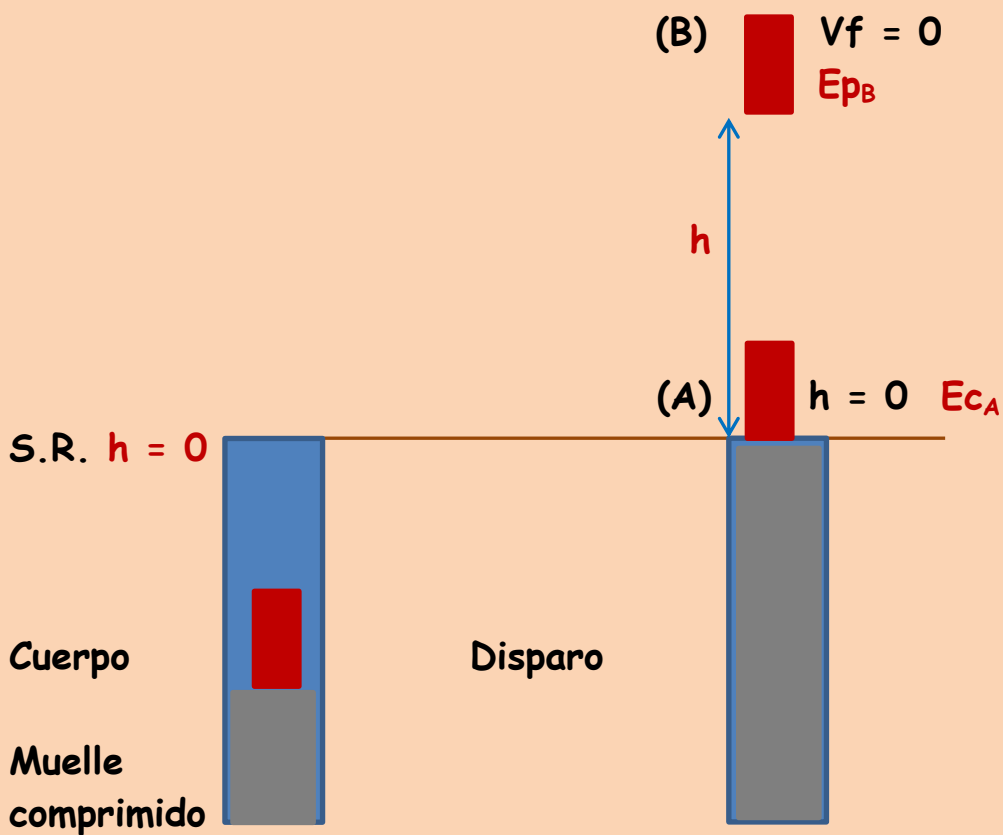
$$K = 700 \text{ N/m}$$

$$x = 3 \text{ mm} \cdot (1 \text{ m}/1000 \text{ mm}) = 0,003 \text{ m}$$

$$m = 0,5 \text{ g} \cdot (1 \text{ Kg}/1000 \text{ g}) = 0,0005 \text{ Kg}$$



Esquema de la situación:



La  $E_{p\text{elástica}}$  pasa al cuerpo. En la posición (A) tendrá  $E_c$  y en la posición (B)  $E_p$ . Podemos establecer la siguiente igualdad:

$$E_{p\text{elástica}} = E_{cA} = E_{pB}$$

$$E_{p\text{elástica}} = E_p$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot 700 \cdot (0,003)^2 = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8 \cdot h$$

$$31,5 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8 \cdot h$$

$$h = 31,5 \cdot 10^{-4} / (5 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8)$$

$$h = 0,642 \text{ m}$$

$$E_{\text{elástica}} = E_c$$

$$\frac{1}{2} \cdot 700 \cdot (0,003)^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot V^2$$

$$31,5 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot V^2$$

$$V = (12,6 \text{ m}^2)^{1/2} = 3,55 \text{ m/s}$$

### Ejercicio resuelto

Calcular la energía que consume una bomba hidráulica para elevar  $2 \text{ m}^3$  de agua hasta una altura de  $15 \text{ m}$  (suponer que el rendimiento es del  $80\%$ ). Si ese trabajo lo hace en  $1$  minuto, ¿cuál es su potencia en CV?

Densidad del agua  $1000 \text{ Kg/m}^3$

### Resolución

Datos:

$$V_{\text{agua}} = 2 \text{ m}^3$$

$$h = 15 \text{ m}$$

$$d_{\text{agua}} = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

$$m_{\text{agua}} = V_{\text{agua}} \cdot d_{\text{agua}} = 2 \text{ m}^3 \cdot (1000 \text{ Kg/1 m}^3) = 2000 \text{ Kg}$$

El trabajo que debe hacer la máquina para subir el agua es:

$$W = E_p = m \cdot g \cdot h =$$

$$= 2000 \cdot 9,8 \cdot 15 = 294000 \text{ J (teóricos)}$$



Al trabajar el motor al 80%:

$$294000 \text{ J (teóricos)} \cdot (80 \text{ J útiles} / 100 \text{ J (teóricos)}) = \\ = 235200 \text{ J útiles}$$

$$\text{Potencia} = W/t$$

$$P = 235200 \text{ J} / 60 \text{ s} = 3920 \text{ W}$$

$$6125 \text{ W} \cdot (1 \text{ CV} / 735,75 \text{ W}) = 8,32 \text{ CV}$$

### Ejercicio resuelto

Queremos subir a 100 m de altura un caudal de agua de 400 l/min. ¿Qué potencia ha de tener la bomba si trabaja con un rendimiento del 60%?

Dato: 1 L agua = 1 Kg agua

### Resolución

Datos:

$$h = 100 \text{ m}$$

$$\text{Caudal} = 400 \text{ L/min}$$

$$\text{Rendimiento} = 60\%$$

Supongo un tiempo de trabajo de 1 min = 60 s

$$W = E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$W = 400 \cdot 9,8 \cdot 100 = 392000 \text{ J reales}$$

Utilizaré la "regla de tres" para que entendáis el planteamiento:

Si de cada 100 J reales ----- Desarrollo 60 J  
X -----392000 J reales

$$X = 392000 \cdot 100 / 60 = 653333,33 \text{ J a desarrollar}$$

$$P = W / t$$

$$P = 653333,33/60 = 10888,88 \text{ W}$$

$$10888,88 \text{ W} \cdot (1 \text{ CV} / 735 \text{ W}) = 14,81 \text{ CV}$$

### Problema resuelto

Un muelle cuya constante elástica es  $K = 500 \text{ N/m}$  es estirado 5 cm. ¿Qué fuerza le ha sido aplicada? ¿Cuál es el trabajo realizado sobre el muelle? ¿Cuánto vale la energía elástica adquirida por éste?

### Resolución

$$K = 500 \text{ N/m}$$

$$\Delta x = 5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m}/100 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

Por la ley de Hooke:

$$F = K \cdot \Delta x$$

$$F = 500 \text{ N/m} \cdot 0,05 \text{ m} = 25 \text{ N}$$

El trabajo realizado sobre el muelle es e igual a la  $E_{p_{elástica}}$ :

$$W = E_{p_{elástica}} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (0,05)^2 = 0,625 \text{ J}$$

### Problema propuesto

Un objeto de 40 kg de masa permanece a una altura de 20 m. Calcular: a) la energía potencial; b) si se deja caer, ¿cuál será su energía potencial cuando esté a 15 m del suelo, ¿y su energía cinética?; c) en el momento del impacto contra el suelo, ¿cuál es su energía potencial?, ¿y la cinética?, ¿con qué velocidad llega?

### Resolución

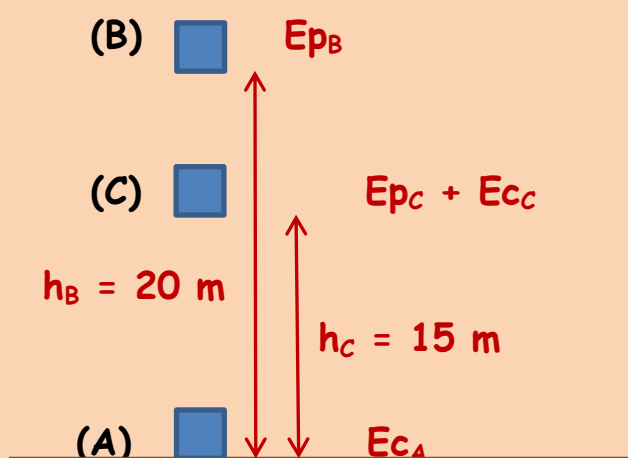
Datos:

$$m = 40 \text{ Kg}$$

$$h_B = 20 \text{ m}$$

$$h_C = 15 \text{ m}$$

Esquema de la situación:



a)

$$E_{p_B} = m \cdot g \cdot h_B$$

$$E_{p_B} = 40 \cdot 9,8 \cdot 20 = 7840 \text{ J}$$

b)

$$E_{p_C} = m \cdot g \cdot h_C$$

$$E_{p_C} = 40 \cdot 9,8 \cdot 15 = 5880 \text{ J}$$

En la posición (C) se cumple:

$$E_{p_B} = E_{p_C} + E_{c_C}$$

$$E_{c_C} = E_{p_B} - E_{p_C} = 7840 \text{ J} - 5880 \text{ J} = 1960 \text{ J}$$

c)

El impacto se produce a  $h = 0$  por lo que  $E_{p_A}$ :

$$E_{p_A} = m \cdot g \cdot 0 = 0$$

En la posición (A) se cumple:

$$E_{c_A} = E_{p_B}$$

$$E_{c_A} = 7840 \text{ J}$$

En lo referente a la velocidad de impacto:

$$E_{c_A} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2$$

$$7840 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot V_A^2$$

$$V_A^2 = 2 \cdot 7840 / 40 = 392$$

$$V_A = 19,8 \text{ m/s}$$

### Problema resuelto

En el extremo del muelle (comprimido) colocamos un cuerpo de 5 Kg de masa y se estira 5 cm ¿Qué velocidad adquirirá dicho cuerpo cuando el muelle que en libertad.

$$K = 500 \text{ N/m}$$

### Resolución

Datos:

$$m = 5 \text{ Kg}$$

$$\Delta X = 5 \text{ cm} \cdot (1 \text{ m}/100 \text{ cm}) = 0,05 \text{ m}$$

Al no existir rozamientos la  $E_{\text{elástica}}$  del muelle pasará al cuerpo en forma de  $E_c$  (P.C.E):

$$E_{\text{elástica}} = E_{\text{cuerpo}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$500 \cdot (0,05)^2 = 5 \cdot V^2$$

$$1,25 = 5 V^2$$

$$V = (1,25/5)^{1/2} = 0,5 \text{ m/s}$$

### Problema resuelto

Se deja caer desde la azotea de un edificio una masa de 2 Kg. Al llegar a 9 m del suelo su energía cinética es de 411,6 J. Determina la altura del edificio, considerando que sólo hay energía cinética y/o energía potencial.

### Resolución

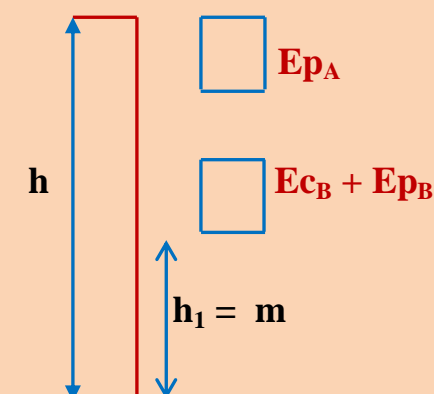
Datos:

$$m = 2 \text{ Kg}$$

$$h = m$$

$$E_c = 411,6 \text{ J}$$

Esquema de la situación:



Por el P.C.E:

$$E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}$$

$$m \cdot g \cdot h = E_{cB} + m \cdot g \cdot h_1$$

$$2 \cdot 9,8 \cdot h = 411,6 + 2 \cdot 9,8 \cdot 9$$

$$19,6 \cdot h = 411,6 + 176,4$$

$$19,6 \cdot h = 588$$

$$h = 588 / 19,6 = 30 \text{ m}$$

### Problema resuelto

Un cuerpo de 200 g de masa se deja caer desde una altura de 10 m y rebota hasta alcanzar una altura de 8 m. Calcular la energía disipada en el choque.

### Resolución

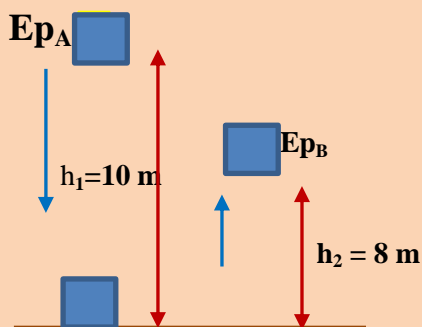
Datos:

$$m = 200 \text{ g} \cdot (1 \text{ Kg}/1000 \text{ g}) = 0,2 \text{ Kg}$$

$$h_1 = 10 \text{ m}$$

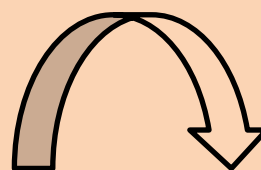
$$h_2 = 8 \text{ m}$$

Esquema de la situación:



$$Ep_A = m \cdot g \cdot h = 0,200 \cdot 9,8 \cdot 10 = 19,6 \text{ J}$$

$$Ep_B = m \cdot g \cdot h = 0,200 \cdot 9,8 \cdot 8 = 15,68 \text{ J}$$



Energía perdida por el choque:

$$\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB} = 19,6 \text{ J} - 15,68 \text{ J} = 3,92 \text{ J}$$

### Problema resuelto

Un alpinista de 60 Kg de masa realiza una ascensión de 100 m. Considerando que la energía potencial adquirida ha sido a expensas de su propia energía, calcula la cantidad de leche que debería tomar para reponerla suponiendo que el aprovechamiento de la alimentación es de un 80% y que 100 g de leche de vaca proporcionan 272 kJ.

### Resolución

Consumió una cantidad de energía igual a su  $E_p$ :

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 60 \cdot 9,8 \cdot 100 = 58800 \text{ J}$$

Solamente puede utilizar el 80% de esta cantidad mediante la alimentación:

Para que entendáis el planteamiento utilizo la "regla de tres".

Por cada 100 J reales ----- Utiliza 80 J  
Necesita X ----- Para obtener 58800 J

$$X = 73500 \text{ J} \cdot (1 \text{ Kj} / 1000 \text{ J}) = 73,5 \text{ Kj}$$

$$73,5 \text{ Kj} \cdot (100 \text{ g de leche} / 272 \text{ Kj}) = 27 \text{ g de leche}$$



### Problema resuelto

Un resorte cuya constante de deformación es  $K = 700 \text{ N/m}$  se mantiene comprimido  $3 \text{ mm}$  contra el suelo y se suelta bruscamente, de modo que su energía potencial de deformación le impulse hacia arriba. Calcular la altura que alcanzará, así como la velocidad con que se separará del suelo sabiendo que su masa es de  $0,5 \text{ g}$ .

### Resolución

$$K = 700 \text{ N/m}$$

$$\Delta x = 3 \text{ mm} \cdot (1 \text{ m}/1000 \text{ mm}) = 0,003 \text{ m}$$

$$m = 0,5 \text{ g} \cdot (1 \text{ Kg}/1000 \text{ g}) = 0,0005 \text{ Kg}$$

$$E_{\text{elástica}} = E_p$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta x)^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot 700 \cdot (0,003)^2 = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8 \cdot h$$

$$31,5 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8 \cdot h$$

$$h = (31,5 \cdot 10^{-4}) / (5 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8)$$

$$h = 0,642 \text{ m}$$

$$E_{\text{elástica}} = E_c$$

$$\frac{1}{2} \cdot 700 \cdot (0,003)^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot v^2$$

$$31,5 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot v^2$$

$$V = (12,6 \text{ m}^2)^{1/2} = 3,55 \text{ m/s}$$

Problemas de trabajo potencia y energía. RESUELTOS Y CON ANIMACIONES

<http://angelninoarribas.blogspot.com/2010/02/trabajo-y-energia.html>

