Electrocinética
Circuitos de Corriente Continua.

Un profesor universitario retó a sus alumnos con esta pregunta."-¿Dios creó todo lo que existe?" Un estudiante contestó valiente: -Sí, lo hizo.

¿Dios creó todo?: -Sí señor, respondió el joven.

El profesor contestó, -"Si Dios creó todo, entonces Dios hizo el mal, pues el mal existe y bajo el precepto de que nuestras obras son un reflejo de nosotros mismos, entonces Dios es malo".

El estudiante se quedó callado ante tal respuesta y el profesor, feliz, se jactaba de haber probado una vez más que la fe cristiana era un mito.

Otro estudiante levantó su mano y dijo: -¿Puedo hacer una pregunta, profesor?. -Por supuesto, respondió el profesor.

El joven se puso de pie y preguntó: -¿Profesor, existe el frío?, -¿Qué pregunta es esa? Por supuesto que existe, ¿acaso usted no ha tenido frío?.

El muchacho respondió: -De hecho, señor, el frío no existe.

Según las leyes de la Física, lo que consideramos frío, en realidad es ausencia de calor. "Todo cuerpo u objeto es susceptible de estudio cuando tiene o transmite energía, el calor es lo que hace que dicho cuerpo tenga o transmita energía. El cero absoluto es la ausencia total y absoluta de calor, todos los cuerpos se vuelven inertes, incapaces de reaccionar, pero el frío no existe. Hemos creado ese término para describir cómo nos sentimos si no tenemos calor".

Y, ¿existe la oscuridad? Continuó el estudiante. El profesor respondió: -Por supuesto.

El estudiante contestó: -Nuevamente se equivoca, señor, la oscuridad tampoco existe. La oscuridad es en realidad ausencia de luz. La luz se puede estudiar, la oscuridad no, incluso existe el prisma de Nichols para descomponer la luz blanca en los varios colores en que está compuesta, con sus diferentes longitudes de onda. La oscuridad no. Un simple rayo de luz rasga las tinieblas e ilumina la superficie donde termina el haz de luz. ¿Cómo puede saber cuan oscuro está un espacio determinado? Con base en la cantidad de luz presente en ese espacio, ¿no es así? Oscuridad es un término que el hombre ha desarrollado para describir lo que sucede cuando no hay luz presente.

Finalmente, el joven preguntó al profesor: -señor, ¿existe el mal?. El profesor respondió: -Por supuesto que existe, como lo mencioné al principio, vemos violaciones, crímenes y violencia en todo el mundo, esas cosas son del mal.

A lo que el estudiante respondió: -El mal no existe, señor, o al menos no existe por si mismo. El mal es simplemente la ausencia de Dios, es, al igual que los casos anteriores un término que el hombre ha creado para describir esa ausencia de Dios. Dios no creó el mal.

No es como la fe o el amor, que existen como existen el calor y la luz. El mal es el resultado de que la humanidad no tenga a Dios presente en sus corazones.

Es como resulta el frío cuando no hay calor, o la oscuridad cuando no hay luz. Entonces el profesor, después de asentar con la cabeza, se quedó callado.

El nombre del joven era *Albert Einstein*.

Escrito por Beatriz Bejarano del Palacio

Contenido

1.- Corriente Eléctrica

Páginas Webs consultadas:

Descubrimiento de la Corriente Eléctrica
http://curiosidades.batanga.com/2010/11/13/%C2%BFcomo-se-descubrio-la-electricidad

Descubrimiento de la Electricidad
http://www.monografias.com/trabajos94/descubrimiento-electricidad/descubrimiento-electricidad.shtml

Descubrimiento de la electricidad
http://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/13652395/Como-se-descubrio-la-electricidad.html

Corriente Eléctrica Continua
http://www.asifunciona.com/electrotecnia/ke_corriente_directa/ke_corriente_directa_1.htm

Corriente Eléctrica Continua
http://lafisicaparatodos.wikispaces.com/Corriente+Continua

Video: ¿Qué son los electrones? ¿Qué es la electricidad?. Propiedad de DALTON AVOGADRO
https://www.youtube.com/watch?v=pZgkiJ3kLaE

Circuito de corriente continua
https://www.youtube.com/watch?v=EbDB3gDF_tc

Corriente eléctrica en nuestros hogares
http://www.iesdmjac.educa.aragon.es/departamentos/fq/asignaturas/fq3eso/materialdeaula/FQ3ESO%20Tema%204%20Propiedades%20electricas%20de%20la%20materia/6_la_electricidad_en_casa.html

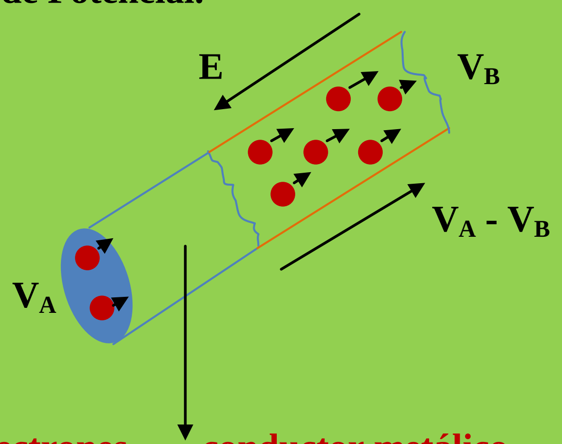
Una *corriente eléctrica* consiste en un flujo continuo y ordenado de partículas con carga eléctrica a través de un conductor. Estas partículas de carga eléctrica pueden ser de dos tipos:

a) Electrones
b) Iones:
Aniones con carga eléctrica negativa
Cationes con carga eléctrica positiva

Si las partículas electrizadas se mueven siempre en el mismo sentido la corriente eléctrica ce conoce como *CORRIENTE CONTÍNUA*. Si el sentido del desplazamiento va cambiando de forma periódica la corriente eléctrica se conoce como *CORRIENTE ALTERNA* (se verá más adelante).

Nosotros en este tema trabajaremos con Corriente Continua y siendo los electrones las partículas que se desplazan a través del conductor.

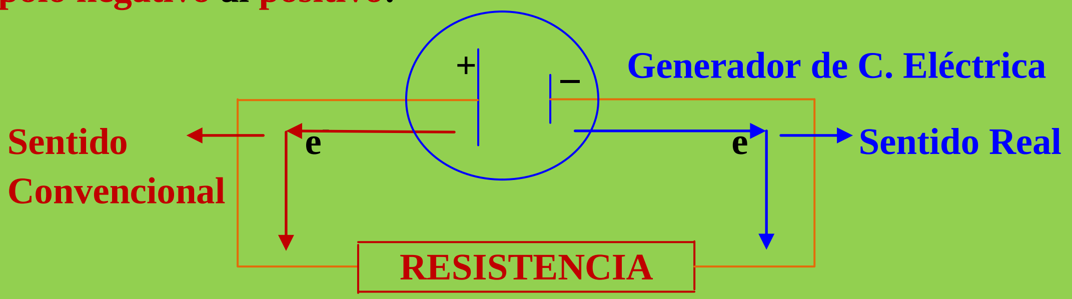
Un conductor es un cuerpo en cuyo interior hay cargas eléctricas libres capaces de moverse entre dos puntos de un campo eléctrico siempre que entre esos dos puntos exista una *"Diferencia de Potencial"*. Dicho de otra forma, para que se origine una corriente eléctrica en un conductor es condición necesaria que entre sus extremos exista una Diferencia de Potencial.



● = electrones conductor metálico

La corriente eléctrica electrónica (cargas eléctricas negativas en movimiento, electrones) hemos de admitir que se mueven *en sentido contrario al campo*, es decir, en el *sentido de potenciales decrecientes*. En nuestro dibujo $V_A > V_B$.

Si estamos en un circuito de corriente eléctrica los electrones irán del polo negativo al positivo:



Convencionalmente se sigue tomando como sentido de corriente, dentro de un circuito, del polo positivo al negativo.

2.- Cuantificación de la Corriente Eléctrica. Intensidad de Corriente Eléctrica

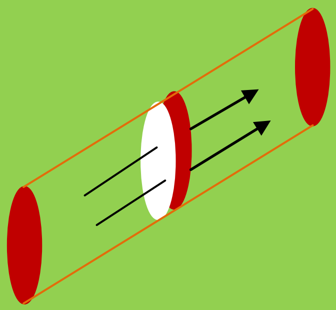
Páginas Webs consultadas:

Intensidad de Corriente Eléctrica
http://www.etitudela.com/Electrotecnia/principiosdelaelectricidad/tema1.2/contenidos/01d569940f0a8ba01.html

Intensidad de Corriente Eléctrica
http://enciclopedia.us.es/index.php/Intensidad_de_corriente_el%C3%A9ctrica

Intensidad de Corriente Eléctrica
http://www.slideshare.net/KikinOSalas/intensidad-de-corriente-electrica-10501927

En los conductores metálicos existe una estructura cristalina con los átomos del elemento que constituye el conductor. Los electrones en su avance:



chocan con los átomos o iones del metal produciendo una variación en la velocidad del electrón. La velocidad del electrón la consideraremos constante (el error que se produce es muy pequeño). Esta consecuencia lleva consigo que estableciendo una diferencia de potencial constante, en tiempos iguales pasarán por la sección del conductor el mismo número de electrones y por lo tanto la misma carga eléctrica. Siendo la diferencia de potencial constante podemos establecer una nueva magnitud eléctrica que se conoce como *Intensidad de una Corriente Eléctrica*. La podemos definir como:

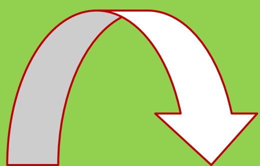
> ***La Intensidad de una corriente eléctrica es el cociente que resulta de dividir la carga que atraviesa una sección del conductor entre el tiempo que emplea en ello***

Su expresión matemática es:

$$I = Q / t$$

Según la ecuación anterior podemos decir que la intensidad vendría dada por:

$$[I] = C / s$$



A esta relación se conoce como *Amperio (A) S.I.*

> ***Una corriente eléctrica tiene una intensidad de 1 amperio cuando por una sección del conductor pasa una carga de 1 culombio en cada segundo.***

Si la diferencia de potencial no es constante tampoco lo será la Intensidad. Tendremos entonces de hablar de *Intensidad media* (Mi):

$$M_i = \Delta Q / \Delta t$$

La intensidad en un instante determinado vendrá dada por la *Intensidad instantánea*:

$$I = dq / dt$$

Existen submúltiplos del Amperio:

Miliamperio: 1 mA = 10^{-3} A
Microamperio = 1 µA = 10^{-6} A

3.- Resistencia de un conductor. Ley de Ohm

Resistencia de un conductor (MUY BUENO)
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio//2750/2952/html/24_resistencia_elctrica_de_un_conductor.html

Resistencia de un conductor metálico
http://www.quimicayalgomas.com/fisica/resistencia-de-conductores-electricos/

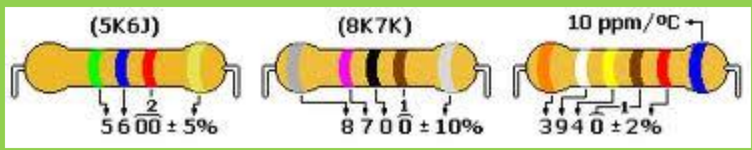
Resistencia de un conductor eléctrico (MUY BUENO)
http://fresno.pntic.mec.es/~fagl0000/resistencia_electrica.htm

Resistencia de un conductor metálico
http://www.asifunciona.com/electrotecnia/ke_resistencia/ke_resistencia_1.htm

Resistencia eléctrica **es toda oposición que encuentra la corriente a su paso por un circuito eléctrico cerrado y funciona *atenuando* o *frenando* el libre flujo de circulación de las cargas eléctricas o electrones.**

A nivel temático las resistencias se representan de dos formas:

En el mundo técnico tienen la forma:



Las barras de colores nos indican los ohmios de la resistencia.

¿Es posible que un conductor de la corriente eléctrica se oponga al paso de dicha corriente eléctrica?. *SI*

Como ya se comentó el conductor metálico tiene una estructura cristalina en donde se encuentran los cationes procedentes de la ionización del metal. Cuando los electrones avanzan por este entramado cristalino chocan con los cationes y la velocidad de los electrones va disminuyendo y por lo tanto la conductividad del metal. En estos choques los electrones van perdiendo velocidad y por lo tanto Energía Cinética que se transforma en calor, fenómeno que podemos comprobar mediante el calentamiento del conductor. Hay que aclarar que la oposición que presenta el conductor no debe ser tan grande como hacer que los electrones no se muevan, estaríamos entonces en un *NO CONDUCTOR*. Esta oposición que presente el propio conductor al paso de la corriente eléctrica se conoce como *Resistencia Eléctrica*. La Intensidad de corriente Eléctrica es inversamente proporcional a la Resistencia, llegando a la conclusión:

La Intensidad de corriente que circula por un conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial que existe entre los extremos del conductor e inversamente proporcional a la resistencia que presenta el propio conductor

$$I = V_A - V_B / R$$

Esta ley se conoce como la *ley de Ohm*

Vamos a adelantarnos en el tema y supongamos que realizamos dos circuitos de corriente continua, uno utiliza plata como conductor y el otro utiliza cobre. La conducción eléctrica es mucho mejor en el caso de la plata que la que presenta el cobre. Esta circunstancia nos viene a decir que el tipo de conductor utilizado va a determinar la Intensidad de corriente eléctrica, dicho de otro modo, la Resistencia de un conductor eléctrico va a depender de:

a) ***De la longitud del conductor. A mayor longitud mayor resistencia.***
b) ***De la sección del conductor. A mayor sección mayor número de electrones podrán circular y la Resistencia disminuye.***
c) ***Del tipo de metal que constituye el conductor eléctrico.***

Según estos factores, la Resistencia es inversamente proporcional a la sección del conductor y directamente proporcional a la longitud del conductor. Podemos establecer la expresión matemática:

$$R = l / S$$

siendo la constante de proporcionalidad una magnitud que depende del tipo de conductor y que se llama *Resistividad (ρ)*. Podemos establecer la ecuación:

$$R = \rho \, . \, l / S$$

La unidad de Resistencia eléctrica en el S. I. de unidades y basándonos en la ecuación:

$I = V_A - V_B / R \rightarrow R = V_A - V_B / I = Voltio / Amperio = ohmio\ (\Omega)$

Un conductor proporciona una resistencia de 1ohmio cuando al establecer una diferencia de potencial entre sus extremos de 1 Voltio circula por el conductor una corriente eléctrica de Intensidad 1 Amperio

De la ecuación:

$R = \rho \cdot l / S$

Podemos conocer las unidades de la *Resistividad* en el S. I. despejando "ρ":

$$\rho = R \cdot S / l \;;\; [\,\rho\,] = \Omega \cdot m^2 / m = \Omega \cdot m$$

Podemos establecer una tabla de Resistividades:

SUSTANCIA	ρ ($\Omega \cdot m$) 20°C
Plata	$1{,}47 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1{,}72 \cdot 10^{-8}$
Aluminio	$2{,}63 \cdot 10^{-8}$
Wolframio	$5{,}55 \cdot 10^{-8}$
Hierro	$10 \cdot 10^{-8}$
Plomo	$22 \cdot 10^{-8}$
Mercurio	$94 \cdot 10^{-8}$

Se cumple que a *menor resistividad* mayor facilidad de movimiento de las cargas eléctricas, es decir, el material es mejor conductor.

Se demuestra experimentalmente que la *resistencia de un conductor* puede variar *con la temperatura*. Una bombilla aumenta su resistencia cuando se encuentra encendida. Se establece el estado de *superconductividad* en las proximidades del cero absoluto (El cero absoluto es la temperatura teórica más baja posible)

Cuando los electrones avanzan por el entramado cristalino del metal chocan con los cationes y la velocidad de los electrones va disminuyendo y por lo tanto la conductividad del metal. En estos choques los electrones van perdiendo velocidad y por lo tanto Energía Cinética que se transforma en calor, fenómeno que podemos comprobar mediante el calentamiento del conductor . A mayor

resistencia mayor temperatura alcanza el conductor metálico. Este fenómeno hace posible que dichos conductores sean utilizados para el calentamiento de aparatos eléctricos como planchas, cafeteras, lavadoras automáticas etc….

Ejercicio resuelto

La plancha de mi madre se ha roto. Podía alcanzar la temperatura de 60°C cuando pasaba por el circuito de la plancha una intensidad de 15 Amperios. Pero se rompió y no calienta. La plancha se conecta al enchufe de la corriente eléctrica de casa (220 V) ¿Que resistencia tendrá que poner el técnico para que vuelva a funcionar?

Resolución

Según la ley de Ohm:

$$I = V_A - V_B / R$$

Despejamos la resistencia:

$$R = V_A - V_B / I \quad ; \quad R = 220\ V / 15\ A = 14{,}7\ \Omega$$

Ejercicio resuelto

Una vez arreglada la plancha observamos que tarda en conseguir los 60°C un tiempo de 15 segundos:

a) **Qué cantidad de carga eléctrica circula por la resistencia.**
b) **¿Cuántos electrones pasan por la sección del conductor**

DATO: qe- = 1,6 . 10^{-19} C

Resolución

a) $I = Q / t$; $Q = I \cdot t$; Q = 15 A . 15 s = ***225 C***
b) 225 C . 1 e- / 1,6 . 10^{-19} C = ***140,62 . 10^{19} e-***

Ejercicio resuelto

La lavadora de casa tiene una resistencia de 40 Ω y se enchufa a la red (220 V) ¿Que intensidad de corriente eléctrica circula por el entramado eléctrico de la lavadora?

Resolución

El amigo Ohm nos dice que :

$$I = V_A - V_B / R \ ; \ I = 220\ \text{V} / 40\ \Omega = 5{,}5\ \text{A}$$

Ejercicio resuelto

Mi hermana pequeña tiene una máquina de hacer palomítas. Dicha máquina tiene una resistencia de 1,2 Ω y circula una corriente de intensidad 1,5 A. Determinar la diferencia de potencial que debe aportar la pila del juguete.

Resolución

Ohm nos vuelve a repetir que:

$$I = V_A - V_B / R \ ; \ V_A - V_B = I \cdot R = 1{,}5\ \text{A} \cdot 1{,}2\ \Omega = 1{,}8\ \text{V}$$

Ejercicio resuelto

Por la sección de un conductor cilíndrico pasan 5,2 . 10^{17} electrones cada 5 segundos. Determinar la Intensidad de corriente eléctrica que circula por este conductor.

q_{e-} = 1,6 . 10^{-19} C

Resolución

Todos sabemos que: $I = Q / t$

La cantidad de carga eléctrica la podemos obtener de los electrones que pasan por la sección del conductor. Por el factor de conversión:

$$5,2 \cdot 10^{17}\ e^- \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ C / 1\ e^- = 8,32 \cdot 10^{-2}\ C = 0,083\ C$$

Si aplicamos la ecuación:

$I = Q / t \quad ; I = 0,083\ C / 5\ s = 0,0166\ C/s = 0,0166\ A$

Ejercicio resuelto

El conductor del problema anterior tiene una sección de 12,5 cm^2; una longitud de 0,05 m y una resistividad de $1,47 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$. Determinar la diferencia de potencial establecida entre los extremos del conductor.

Resolución

La ley de Ohm establece:

$$I = V_A - V_B / R$$

de donde:

$$V_A - V_B = I \cdot R$$

La intensidad es conocida por el ejercicio anterior, $I = 0,0166\ A$

Con los datos del conductor podemos conocer la diferencia de potencial puesto que:

$$R = \rho \cdot l / S$$

$S = 12,5\ cm^2 \cdot 1\ m^2 / 10^4\ cm^2 = 12,5 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$$R = 1,47 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m \cdot 0,05\ m / 12,5 \cdot 10^{-4}\ m^2 = 0,00588 \cdot 10^{-4}\ \Omega$$

$$R = 5,88 \cdot 10^{-7}\ \Omega$$

Ya podemos conocer la diferencia de potencial:

$V_A - V_B = I \cdot R \quad ; \quad V_A - V_B = 0,0166\ A \cdot 5,88 \cdot 10^{-7}\ \Omega = 0,097 \cdot 10^{-7}\ V$

$$V_A - V_B = 9,7 \cdot 10^{-9}\ V$$

Ejercicio resuelto

Entre los extremos de un conductor cilíndrico de plata se establece una diferencia de potencial determinada. Durante 0,5 minutos están pasando por la sección del conductor, 2,7 cm^2, una cantidad de carga eléctrica de 50 C. La longitud del conductor es de 75 cm y la resistividad de la plata es de 1,47 . 10^{-8} Ω . m. Determinar la intensidad de corriente eléctrica que pasa a través del conductor.

Resolución

Datos:

$V_A - V_B =$ ¿

$t = 0,5$ minutos . 60 s / 1 minuto = 30 s

$S = 2,7\ cm^2 \cdot 1\ m^2 / 10^4\ cm^2 = 2,7 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$Q = 50\ C$

$L = 75\ cm \cdot 1\ m / 100\ cm = 0,75\ m$

$\rho = 1,47 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$

La ley de Ohm nos dice que:

$$I = V_A - V_B / R \quad ; \quad VA - VB = I \cdot R$$

Cuando sepamos la intensidad de de corriente y la resistencia del conductor podremos conocer la diferencia de potencial.

Respecto a la Intensidad:

$$I = Q / t \quad ; \quad I = 50\ C / 30\ s = 1,67\ A$$

En lo que respecta a la resistencia:

$$R = \rho \cdot l / S \quad ; \quad R = 1,47 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m \cdot 0,75\ m / 2,7 \cdot 10^{-4}\ m^2$$

$$R = 0,4 \cdot 10^{-4}\ \Omega$$

Al pasar a la ecuación:

$V_A – V_B = I \cdot R$ = **1,67 A . 0,4 . 10^{-4} Ω** = $0,668 \cdot 10^{-4}$ V

3.1.- Potencia de una resistencia

El dueño de una cafetería cuando abre el bar por la mañana y lo primero que hace es enchufar la cafetera. En al gua del calderin debe alcanzar una cierta temperatura que es labor de la resistencia de dicho calderin. Para aumentar la temperatura la resistencia debe recibir energía calorífica mediante un trabajo eléctrico y además esta elevación de temperatura la debe realizar lo antes posible para el bien del negocio.

Unir trabajo con tiempo es hablar de *Potencia Eléctrica*. En un circuito eléctrico la resistencia consume una cantidad de energía eléctrica que relacionada con el tiempo empleado en ese consumo nos lleva a establecer el concepto de Potencia Eléctrica. Matemáticamente:

Potencia = Trabajo eléctrico / tiempo ; $P = W / t \quad (1)$

El trabajo eléctrico recordar que se podía obtener por la ecuación:

$$W = Q\,(V_A – V_B)$$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$P = W / t \rightarrow P = Q \cdot (VA – VB) / t \rightarrow P = Q / t\,(V_A – V_B)\ (2)$

Recordar que:

$$I = Q / t$$

Por la ley de Ohm:

$$(VA – VB) = I \cdot R$$

Si llevamos las dos últimas ecuaciones a la ecuación (2), nos queda:

$P = Q / t\,(V_A – V_B)$; $P = I \cdot I \cdot R$; $P = I^2 \cdot R$

A mayor potencia de la máquina (resistencia) mejor para el cliente mañanero.

Ejemplo resuelto

Queremos elevar la temperatura de 15°C a 30°C, de un calentador eléctrico. El calentador tiene una resistencia interna cuya función es la elevación de la temperatura transformando la energía eléctrica en energía calorífica. Si la potencia que puede desarrollar la resistencia es de 250 vatios y la intensidad de la corriente es de 5 A. Determinar el valor de la resistencia interna del calentador.

Resolución

Recordaremos que:

$$P = I^2 \,.\, R$$

De donde despejamos la R:

$$R = P / I^2$$

$$R = 250\ \mathrm{w} / (5\ \mathrm{A})^2 = 10\ \Omega$$

Ejercicio resuelto

Una estufa eléctrica está formada por un filamento de un metal cuya resistencia al paso de la corriente eléctrica es de 50 Ω. Se encuentra enchufado a una fuente de energía eléctrica con una diferencia de potencial es de 220 V. ¿Qué potencia consume la resistencia de la estufa eléctrica?

Resolución

Datos: R = 50 Ω ; $(V_A – V_B)$ = 220 V

La potencia consumida por la resistencia viene dada por la ecuación:

$$P = I^2 \,.\, R \quad (1)$$

Debemos conocer la intensidad de corriente que pasa por la resistencia. Al respecto la ley de Ohm nos dice:

$$I = (V_A - V_B) / R$$

Por lo tanto:

$$I = 220\ V / 50\ \Omega = 4{,}4\ A$$

Conocida la intensidad de corriente volvemos a la ecuación (1)

$$P = (4{,}4\ A)^2 \cdot 50\ \Omega = 968\ A^2 \cdot \Omega = 968\ W$$

Ejercicio resuelto

En las prácticas de laboratorio sobre el tema de calor ya no se utiliza el mechero para calentar los líquidos. La resistencia que utilizamos es de 75 Ω y necesita consumir una potencia de 1200 vatios para su funcionamiento. ¿Cuál es potencial que se debe aplicar?

Resolución:

Datos: R = 75 Ω ; P = 1200 W

Según la ley de Ohm:

$$I = (V_A - V_B) / R \rightarrow (V_A - V_B) = I \cdot R \quad (1)$$

Para poder conocer la intensidad de de corriente podemos recurrir a la potencia que consume la resistencia:

$$P = I^2 \cdot R \rightarrow I^2 = P / R \rightarrow I = (P / R)^{1/2} = (1200\ W / 75\ \Omega)^{1/2} = 4\ A$$

Nos vamos a la ecuación (1) y nos queda:

$$(V_A - V_B) = 4\ A \cdot 75\ \Omega = 300\ V$$

4.- Energía asociada a la corriente eléctrica. Ley de Joule

El generador existente en un circuito debe proporcionar la energía necesaria para el desplazamiento de los electrones entre dos puntos del circuito que están a diferente potencia. Esta energía es la utilizada para realizar el trabajo eléctrico en el desplazamiento de los electrones. Recordemos que el trabajo eléctrico viene determinado por la expresión:

$$W = Q \cdot (V_A - V_B) \quad (1)$$

Recordemos que:

$$I = Q / t \rightarrow Q = I \cdot t \quad (2)$$

Por otra parte Ohm nos decía:

$$I = (V_A - V_B) / R \rightarrow (Va - VB) = I \cdot R \quad (3)$$

Si llevamos la ecuación (2) y (3) a la ecuación (1) nos queda:

$$W = I \cdot t \cdot I \cdot R \rightarrow W = I^2 \cdot R \cdot t$$

Si la intensidad viene en Amperios, la resistencia en ohmios y el tiempo en segundos el trabajo vendrá en Julios (Todas son unidades en el S. I.)

La *energía* de la corriente eléctrica llevará consigo una energía *calorífica. Podemos concluir que la energía eléctrica implica unas calorías*. La ecuación anterior cambiará en función de la equivalencia:

1 Julio / 0,24 cal

Por el factor de conversión:

$$I^2 \cdot R \cdot t \; \cancel{\text{Julios}} \cdot 0{,}24 \text{ cal} / 1 \; \cancel{\text{Julio}} = 0{,}24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t \text{ cal}$$

La ley de Joule quedaría de la forma:

$$Q = 0{,}24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t$$

La cantidad de calor que genera una corriente Eléctrica es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad, de la resistencia y del tiempo que esté circulando la corriente eléctrica

Problema resuelto (Fuente Enunciado: IES VICTORIA KENT.ACL. Resolución: A. Zaragoza López)

1. Una bombilla lleva la inscripción 60 W, 220 V. Calcula: a) La intensidad de la corriente que circula por ella; b) la energía que consume en un día expresada en Julios y en kW-h.

Resolución

Datos: P = 60 W , ΔV = 220 V

a)

La bombilla consume una potencia de 60 W y sabemos que la potencia viene dada por la ecuación:

$$P = I^2 \cdot R$$

$$60\ W = I^2 \cdot R \quad (1)$$

La ley de Ohm nos dice que:

$$I = (V_A - V_B) / R$$

Podemos despejar R:

$$R = (V_A - V_B) / I$$

y esta expresión de R la llevamos a la ecuación (1):

$$60\ W = \cancel{I^2} \cdot (VA - VB) / \cancel{I} \rightarrow 60\ W = I \cdot 220\ V$$

$$I = 60\ W / 220\ V = 0{,}27\ A$$

b)

La energía de la corriente eléctrica viene dada por la ecuación:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t \quad (1)$$

El tiempo que está encendida es de un día. Pero para llevar el tiempo a la ecuación anterior el tiempo debe venir es segundos:

Por el factor de conversión:

$$24\ \cancel{h} \cdot 3600\ s / 1\ \cancel{h} = 86400\ s$$

Recordemos:

$$R = (V_A - V_B) / I \rightarrow R = 220\ V / 0{,}27\ A = 814{,}8\ \Omega$$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$$W = (0{,}27\ A)^2 \cdot 814{,}8\ \Omega \cdot 86400\ s = 5132066{,}68\ Julios$$

Sabemos que potencia equivale:

$$P = W / t \ ; \ W = P \cdot t$$

El Kw . h es, según la ecuación anterior, una unidad de trabajo.

La potencia viene dada por la ecuación:

$$P = W / t = 5{,}13 \cdot 106\ J / 3600\ s = 1425{,}57\ W \cdot 1\ Kw / 1000\ W =$$

$$= 1{,}425\ Kw$$

Hemos establecido que:

$$W = P \cdot t = 1{,}425\ Kw \cdot 1\ H = 1{,}425\ Kw \cdot h$$

También podemos abordar este último cálculo estableciendo la relación entre el Kw-h y el Julio. Ambas magnitudes son unidades de energía. Veamos:

$$1\ \cancel{Kw} \cdot \cancel{h} \cdot 1000\ w / 1\ \cancel{Kw} \cdot 3600\ s / 1\cancel{h} = 36 \cdot 10^5\ \underbrace{w}_{J/s} \cdot s =$$

$$= 36 \cdot 10^5\ (J / \cancel{s}) \cdot \cancel{s} = 36 \cdot 10^5\ Julios$$

Podemos establecer que:

$$1\ Kw\text{-}h / 36 \cdot 10^5\ J$$

Luego los Julios iniciales equivalen a:

$$5132066{,}68\ Julios \cdot 1\ Kw\text{-}h / 36 \cdot 10^5\ Julios = 1{,}425\ Kw\text{-}h$$

Ejercicio resuelto (Fuente Enunciado: IES VICTORIA KENT.ACL. Resolución: A. Zaragoza López)

Un radiador tiene una potencia de 2000 W y funciona a 220 V. Calcula: a) La intensidad de la corriente que circula por el radiador; b) la energía disipada en 30 minutos; c) si esta energía se invierte en calentar 20 L de agua que están a 4 ºC, ¿hasta qué temperatura podremos calentar el agua?. Ce= 4180 J/kgK

Resolución

Datos: $P = 2000\ w$; $(V_A - V_B) = 220\ V$

a)

Recordemos que la potencia viene expresada por la ecuación:

$$P = I^2 \,.\, R \quad (1)$$

Ohm nos dice:

$$I = (V_A – V_B) / R \quad (2)$$

Despejamos de (2) la R:

$$R = (V_A – V_B) / I$$

Llevamos el valor de la R a la ecuación (1):

$$2000\text{ w} = I^2 \,.\, (V_A – V_B) / I \; ; \quad 2000\text{ w} = I \,.\, 220\text{ V}$$

$$I = 2000\text{ w} / 220\text{ V} = 9{,}09\text{ A}$$

b)

$$E_{disipada} = I^2 \,.\, R \,.\, t$$

Debemos conocer la “R”. En el apartado anterior se demostró que:

$$R = (V_A – V_B) / I \; ; \quad R = 220\text{ V} / 9{,}09\text{ A} = 24{,}2\ \Omega$$

Luego:

30 min . 60 s / 1 min = 1800 s

$$E_{disipada} = (9{,}09\text{ A})^2 \,.\, 24{,}2\ \Omega \,.\, 1800\text{ s} = 3599280{,}036\text{ J}$$

c)

La energia del apartado anterior se transforma en calor y dicho calor lo utilizamos para calentar 20 L de agua. El calor ganado por el agua 3es directamente proporcional a la masa de agua, al incremento de temperatura siendo el coeficiente de proporcionalidad el llamado calor específico que depende únicamente de la sustancia a calentar. Su expresión viene dada por:

$$Q_{ganado} = Ce \cdot m \cdot (tf - to)$$

Si utilizamos la densidad del agua podemos conocer la masa de agua equivalente a los 20 L de la misma:

$d = m / V \rightarrow m = d \cdot V$

$d_{agua} = 1\ gr / cm^3$

$20\ L \cdot 1000\ cm3 / 1\ L = 20000\ cm^3$

Por tanto:

$$m = (1\ gr / \cancel{cm^3}) \cdot 20000\ \cancel{cm^3} = 20000\ \cancel{g} \cdot\ 1\ Kg / 1000\ \cancel{g} = 20\ Kg$$

Nos vamos a la ecuación:

$Q_{ganado} = Ce \cdot m \cdot (tf - to)$; $3{,}59 \cdot 106\ J = 4180\ J/kgK \cdot 20\ Kg\ (tf - 4)$

$$3{,}59 \cdot 10^6\ J = 83600\ J / {}^oC\ (tf - 4)$$

$$3{,}59 \cdot 106\ J = 83600\ J / {}^oC\ tf - 334400\ J / {}^oC$$

$$3{,}59 \cdot 10^6\ \cancel{J} \cdot {}^oC = 83600\ \cdot \cancel{J}\ tf - 334400\ \cancel{J} \cdot {}^oC$$

$$3{,}59 \cdot 10^6 \cdot {}^o\ C + 334400 \cdot {}^oC = 83600\ tf\ ;\ tf = 46{,}94\ {}^oC$$

NOTA:

En las tablas del calor específico las unidades vienen dadas en J / Kg.K pero suponemos que los grados Kelvin son grados centígrados (ºC).

Ejercicio resuelto (Fuente Enunciado: IES VICTORIA KENT.ACL. Resolución: A. Zaragoza López)

Una plancha de 600 W se conecta a un enchufe de 125 V. Calcula: a) La intensidad de la corriente que circula por la plancha; b) la cantidad de calor que desprende la plancha en 5 minutos.

Resolución

Datos: $P = 600\ W$; $V_A - V_B = 125\ V$

Sabemos que:

$$P = I^2 \cdot R \quad (1)$$

Ohm nos dice:

$$I = (V_A - V_B) / R \rightarrow R = (V_A - V_B) / I$$

Si llevamos R a la ecuación (1):

$$600\ W = I^2 \cdot (V_A - V_B) / I \;\; ; \;\; 600\ W = I \cdot (V_A - V_B)$$

$$I = 600\ W / 125\ V = 4{,}8\ A$$

b)
La energía disipada depende de la intensidad de corriente, de la resistencia por donde pasa la corriente y el tiempo que esté funcionando la plancha:

$$E_{disipada} = I^2 \cdot R \cdot t \quad (1)$$

$t = 5\ min \cdot 60\ s / min = 300\ s$

La resistencia la podemos conocer por la ecuación:

$$R = (V_A - V_B) / I \quad ; \quad R = 125\ V / 4{,}8\ A = 26{,}04\ \Omega$$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$$E_{disipada} = (4{,}8\ A)^2 \cdot 26{,}04\ \Omega \cdot 300\ s = 179988{,}48\ J$$

Ejercicio resuelto (Fuente Enunciado: IES VICTORIA KENT.ACL. Resolución: A. Zaragoza López)
Calentamos un cazo eléctrico con 600 mL de agua durante 5 minutos empleando una corriente de 110 V, la intensidad de la corriente es de 2,5 A. a) ¿Qué energía eléctrica hemos suministrado?; b) suponiendo que la temperatura del agua pasó de 10 ºC a 35ºC, ¿qué energía aprovechó el cazo?; c) ¿cuál ha sido el rendimiento?. Ce= 4180 J/kgK.

Resolución

Datos: Vol = 600 ml ; t = 5 min ; $(V_A - V_B)$ = 110 V ; I = 2,5 A

a)

$$E_{eléctrica} = I^2 \cdot R \cdot t \quad (1)$$

T = 5 min . 60 s / 1 min = 300 s

Por la ley de Ohm:

$$R = (VA - VB) / I \ ; \ R = 110\ V / 2{,}5\ A = 44\ \Omega$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$E_{eléctrica} = (2{,}5\ A)^2 \cdot 44\ \Omega \cdot 300\ s = 82500\ J$$

b)

$\Delta t = tf - to = 35 - 10 = 25\ ^oC$

Esta elevación de temperatura necesita un aporte de energía:

$$E_{ganada} = Ce \cdot m \cdot \Delta t$$

La masa de agua la calcularemos en función de la densidad de la misma:

$$d = m / V \ ; \ m = d \cdot V \ ; \ m = 1\ g / cm^3 \cdot 600\ cm^3$$

Recordar que:

$$1\ cm^3 = 1\ ml$$

Según la ecuación anterior:

$$m_{H2O} = 600\ g = 600\ g \cdot 1\ Kg / 1000\ g = 0{,}6\ Kg$$

Podemos aplicar la ecuación que se estableció:

$$E_{ganada} = Ce \cdot m \cdot \Delta t = 4180\ J / Kg \cdot K \cdot 0{,}6\ Kg \cdot 25\ ^oC = 62700\ J$$

c)

Al cazo se le aportó 82500 J y de ellos solo utilizó 62700 J.

No me guata utilizar la *"regla de tres"* pero en este caso es más fácil explicarnos el resultado:

Si 82500 J ------------------ 100 %

Los 62700 J -----------------   x

$$x = 62700\ J\ .\ 100\ \%\ /\ 82500\ J = 76\ \%$$

Ejercicio resuelto (Fuente Enunciado: IES VICTORIA KENT.ACL. Resolución: A. Zaragoza López)
Una bombilla de 100 W está conectada a 220 V. Calcula: a) La intensidad de la corriente que circula por ella; b) el valor de su resistencia; c) la energía que consume en un mes si está encendida 5 horas al día.

Resolución

Datos: $P = 100\ W\ ;\ (V_A - V_B) = 220\ V\ ;\ t = 31\ \text{días}\ .\ 5\ h\ /\ \text{día} = 155\ h$

a)

Recordemos que la potencia viene expresada por la ecuación:

$$P = I^2\ .\ R \quad (1)$$

Ohm nos decía que:

$$I = (V_A - V_B)\ /\ R \quad (2)$$

De la ecuación (2) podemos despejar "R":

$$R = (V_A - V_B)\ /\ I$$

Podemos llevar el valor de la "R" a la ecuación (1):

$$P = I^2\ .\ (V_A - V_B)\ /\ I\ ;\quad P = I\ .\ (V_A - V_B) \quad (3)$$

De la ecuación (3) podemos despejar la Intensidad:

$$I = P\ /\ (V_A - V_B) \quad (4)$$

Podemos llevar a la ecuación (4) los datos numéricos:

$$I = 100\ W / 220\ V = 0{,}45\ A$$

b)

El valor de la resistencia lo calcularemos mediante la ecuación:

$$R = (V_A - V_B) / I \ ;\ R = 220\ V / 0{,}45\ A = 488{,}9\ \Omega$$

c)

La energía consumida viene dada por la expresión:

$$E_{consumida} = I^2 . R . t$$

$$E_{consumida} = (0{,}45\ A)^2 . 488{,}9\ \Omega . 155\ h = 15345{,}35\ J$$

Ejercicio resuelto (**Fuente Enunciado: IES VICTORIA KENT.ACL. Resolución: A. Zaragoza López)**
Un hornillo eléctrico consiste en una resistencia de 22 ohmios conectada a una diferencia de potencial de 220 V. Calcula: a) La energía consumida cada minuto de funcionamiento; b) Si el 80% de la energía transformada se utiliza para calentar 5 L de agua de 20^{o}C a 100^{o}C ¿Cuánto tiempo tiene que estar funcionando el hornillo?

Ce= 4180 J/kgK.

SOL: a) 132000 J; b) 15,8 min

Resolución

Datos: $R = 22\ \Omega$; $(V_A - V_B) = 220\ V$
$t = 1\ min . 60\ s / 1\ min = 60\ s$

a)
La energía consumida viene determinada por la ecuación:

$$E_{consumida} = I^2 . R . t \quad (1)$$

Debemos conocer la intensidad de corriente y para ello Ohm tiene mucho que decir:

$$I = (V_A - V_B) / R \;;\; I = 220\ V / 22\ \Omega = 10\ A$$

Llevamos los datos a la ecuación (1):

$$E_{consumida} = (10\ A)^2 \cdot 22\ \Omega \cdot 60\ s = 132000\ J$$

b)
Para calentar una masa de agua de 20°C a 100°C necesitamos una energía que debe ser proporcionada por la resistencia del hornillo:

m_{agua} = 5 Kg → Esta masa de agua podéis obtenerla saiendo que la densidad del agua es d = 1 g / cm^3.
$\Delta t = tf - to = 100 - 20 = 80°C$

$$Q = 4180\ J / Kg \cdot K \cdot 5\ Kg \cdot 80\ °C = 1672000\ J$$

Esta energía debe ser proporcionada por el generador y viene dada por la ecuación:

$$E_{consumida} = I^2 \cdot R \cdot t$$

Pero tal como está planteada supondría el 100% de transformación.

En nuestro caso solo se utiliza el 80%. El 80% de:

$$E_{consumida} = I^2 \cdot R \cdot t$$

Procederemos de la siguiente forma:

El 100% -------------------- $I^2 \cdot R \cdot t$ Julios
El 80 % --------------------- x

$$x = I^2 \cdot R \cdot t \cdot 80 / 100\ J$$

$$I^2 \cdot R \cdot t \cdot 80 / 100\ J = 1672000\ J$$

$$(10\ A)^2 \cdot 22\ \Omega \cdot t \cdot 80 / 100\ J = 1672000\ J$$

$$1760 \cdot t \cdot J = 1672000\ J\ ;\ t = 950\ s$$

$$t = 950\ s \cdot 1\ min / 60\ s = 15{,}8\ min$$

Ejercicio resuelto (Fuente Enunciado: IES VICTORIA KENT.ACL. Resolución: A. Zaragoza López)

Un calentador eléctrico conectado a una línea de 220 V ha calentado en 15 min 2,5 L de agua, haciendo que la temperatura pase de 15 ºC a 60ºC. Calcula la potencia del calentador sin tener en cuenta las posibles pérdidas.

Ce= 4180 J/kgK

Resolución

Datos: $(V_A - V_B) = 220\ V$; $t = 15\ min \cdot 60\ s / 1\ min = 900\ s$
$V_{agua} = 2{,}5\ L$; $\Delta t = (tf - to) = 60 - 15 = 45^oC$

La potencia del calentador viene dada por la ecuación:

$$P = I^2 \cdot R$$

Para calentar un volumen de agua de 2,5 L de 15ºC a 60ºC necesita una energía:

$$W = Ce \cdot m \cdot \Delta t$$

Sabiendo que la densidad del agua es 1 g / cm³ podéis llegar fácilmente a la conclusión que la masa de agua es de 2,5 Kg:

$$d = m / V\ ;\ m = d \cdot V\ ;\ m_{H2O} = 1\ g / cm^3 \cdot 2{,}5\ L \cdot 1000\ cm^3 / 1\ L =$$

$$= 2500\ g \cdot 1\ Kg / 1000\ g = 2{,}5\ Kg$$

$$W = 4180\ J / Kg \cdot K \cdot 2{,}5\ Kg \cdot 45\ ^oC = 470250\ J$$

Esta energía es proporcionada por la corriente eléctrica y que viene dada por la ecuación:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t$$

Podemos establecer la igualdad:

$$I^2 \cdot R \cdot t = 470250 \text{ J}$$

Si llevamos el tiempo a la derecha de la ecuación:

$$I^2 \cdot R = 470250 \text{ J} / t$$

El miembro de la izquierda es concretamente la Potencia del calentador y por lo tanto:

$$P = I^2 \cdot R = 470250 \text{ J} / 900 \text{ s} = 522{,}5 \text{ W}$$

Ejercicio resuelto (Fuente Enunciado: IES VICTORIA KENT.ACL. Resolución: A. Zaragoza López)
Introduciendo un calentador de inmersión de 500 W y 110 V en 1,5 L de agua a 10 ºC se observa que ésta empieza a hervir al cabo de 25 min. Calcula: a) La energía eléctrica gastada; b) la energía útil obtenida por calentamiento del agua; c) el rendimiento del calentador. Ce= 4180 J/kgK

Resolución

Datos: $P = 500 \text{ W}$; $(V_A - V_B) = 110 \text{ V}$; $V_{H2O} = 1{,}5 \text{ L}$

$to = 10^oC$; tf (temperatura de ebullición del agua = $100\ ^oC$

$\Delta t = (tf - to) = 100 - 10 = 90^oC$

$t = 25 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 1500 \text{ s}$

$m_{H2O} = d \cdot V = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot 1{,}5 \text{ L} \cdot 1000 \text{ cm}^3 / 1 \text{ L} = 1500 \text{ g} =$

$= 1500 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 1{,}5 \text{ Kg}$

a)

La energía eléctrica gastada obedece a la ecuación:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t \quad (1)$$

Debemos conocer la intensidad de corriente y la resistencia del calentador.

Recordar que:

$$P = I^2 \cdot R \quad (2)$$

Que Ohm dice:

$$R = (V_A - V_B) / I \quad (3)$$

Llevamos "R" a la ecuación (2):

$$P = I_2 \cdot (V_A - V_B) / I = I \cdot (V_A - V_B)$$

$$500\ W = I \cdot 110\ V \quad ; \quad I = 4{,}54\ A$$

Si nos vamos a la ecuación (3):

$$R = 110\ V / 4{,}54\ A = 24{,}23\ \Omega$$

Ya podemos irnos a la ecuación (1):

$$W = (4{,}54\ A)^2 \cdot 24{,}23\ \Omega \cdot 1500\ s = 749128{,}6\ \ J$$

b)

La energía eléctrica gastada en calendar el agua es:

$$W = Ce \cdot m \cdot \Delta t$$

$$W = 4180\ J / Kg \cdot K \cdot 1{,}5\ Kg \cdot 90^oC = 564300\ J$$

c)

Al calentador le llegan 749128,6 J pero solo gasta 564300 J. Estos datos nos dicen que el calentador no trabaja al 100%. Calculemos el rendimiento del calentador:

$$100\ J_{reales} \cdot 564300\ J_{útiles} / 749128{,}6\ J_{reales} = 75{,}3\ \%$$

5.- Asociación de resistencias

El mundo de la electrónica se encuentra muy avanzado. Ser técnico de TV, hoy, no es muy difícil. Las televisiones actuales están constituidas por circuitos integrados en módulos. El problema consiste en determinar el módulo que no funciona, se pone uno nuevo y a funcionar de nuevo la televisión.

Cuando empezaron las televisiones a funcionar en los hogares y por desgracia se rompía se llamaba al técnico. Este señor mediante su Polimetro (aparato que puede medir: Intensidad, Resistencia y Diferencia de potencial) iba punteando los puntos por los cuales no circulaba la corriente eléctrica. Localizado el punto buscaba el origen de la rotura y normalmente era una resistencia que se había quemado. El problema consistía en poner una nueva resistencia de unos ohmios determinados. Habría su maletín de técnico y buscaba la resistencia adecuada pero tenía resistencias de distintos ohmios y no la deseada. No era problema si el técnico era bueno. No tenía la resistencia adecuada pero asociando las que tenía podía conseguir la adecuada.

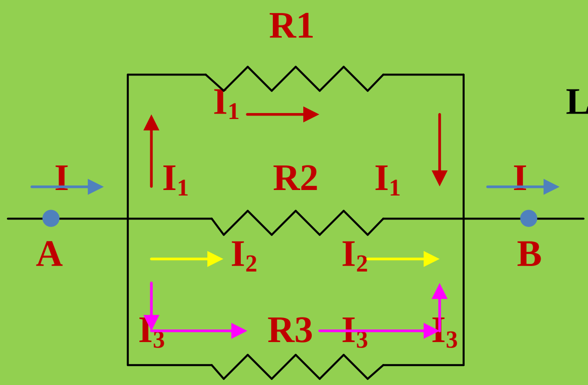
Las resistencias se pueden asociar en:

a) *Asociación en paralelo*
b) *Asociación en serie*

c)

5.1.- Asociación de resistencias en paralelo

El esquema de tres resistencias asociadas en paralelo es de la forma:



Las tres resistencias se encuentran bajo la misma diferencia de potencial ($V_A – V_B$).

Cuando la corriente de Intensidad "I" entra en la asociación se descompone en I_1, I_2 y I_3. Recorren la asociación y sale la intensidad "I"
por la derecha de la asociación.

Se puede establecer que:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Como se dijo, todas las resistencias están bajo la misma diferencia de 3potencial. Si recordamos la ley de Ohm y la aplicamos a los dos miembros de la ecuación anterior, nos queda:

$$I = V_A - V_B / R$$

siendo "R" la resistencia equivalente de la asociación

$$(V_A – V_B) / R = (V_A – V_B) / R_1 + (V_A – V_B) / R_2 + (V_A – V_B) / R_3$$

Si sacamos factor común (V_A - V_B) en la derecha de la ecuación:

$$\cancel{(V_A – V_B)} / R = \cancel{(V_A – V_B)} \quad (1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3)$$

quedando:

$$1 / RE = 1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3$$

Generalizando:

$$1 / RE = \sum_{i=1}^{i=n} 1 / Ri$$

Supongamos que tenemos tres resistencias montadas en paralelo y de valores 2 Ω, 4 Ω y 8 Ω. Determinar su resistencia equivalente.

Según hemos demostrado:

$$1 / RE = 1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3$$

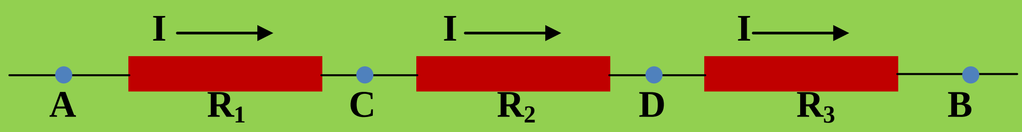
$$1/ RE = 1 / 2 + 1 / 4 + 1 / 8 \quad ; \quad 8 = 4 RE + 2 RE + RE$$

$$8 = 7 RE \quad ; \quad RE = 8 / 7 = 1,14\ \Omega$$

Llegamos a la conclusión de que la *asociación en paralelo disminuye el valor de la resistencia equivalente*.

5.2.- Asociación de resistencias en serie

El esquema de la asociación de tres resistencias en serie sería de la forma:



Cuando montamos resistencias en serie se cumplen dos condiciones:

a) **Por todas las asociadas circula la misma intensidad.**

b) **La diferencia de potencial entre los extremos de la asociación es igual a la suma de las diferencias de potencial entre cada una de las resistencias asociadas:**

$$V_A – V_B = V_A – V_C + V_C – V_D + V_D - V_B \quad (1)$$

Si recordamos la ley de Ohm:

$$I = V_A – V_B / R$$

Despejamos la diferencia de potencial:

$$V_A – V_B = I \cdot R$$

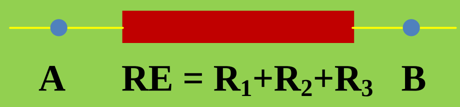
Que llevada a la ecuación (1) nos quedaría:

$$I \cdot RE = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$$

Si sacamos factor común la I en la derecha de la ecuación:

$$\cancel{I} \cdot RE = \cancel{I} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) \quad (2)$$

Nos quedaría una resistencia equivalente:



Cuyo valor ya lo hemos establecido:

$$RE = R_1 + R_2 + R_3$$

Generalizando:

$$RE = \sum_{i=1}^{i=n} Ri$$

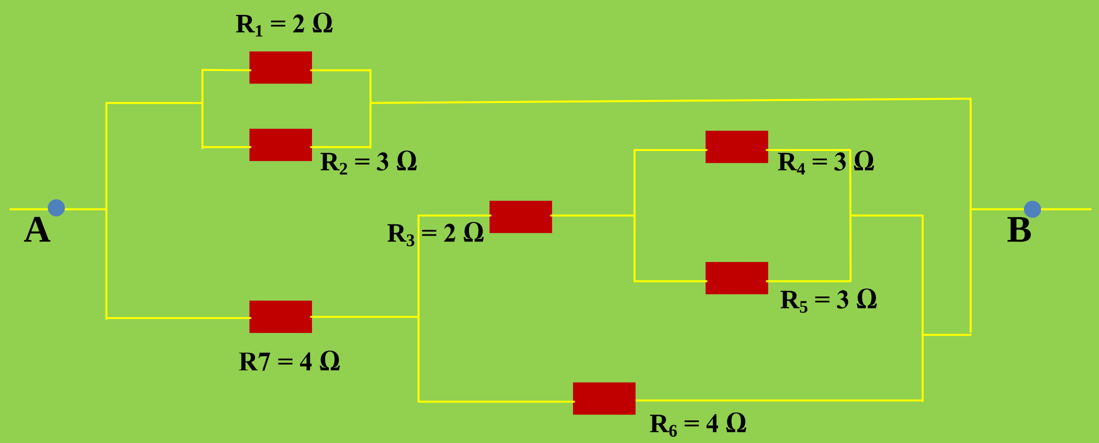
Si suponemos las tres resistencias de 2 Ω, 4 Ω y 8 Ω y las montamos en serie obtendremos una resistencia equivalente de:

$$RE = 2\ \Omega + 4\ \Omega + 8\ \Omega = 14\ \Omega$$

Conclusión: La asociación de resistencias en serie aumenta el valor de la resistencia equivalente.

Ejercicio resuelto

Determinar la resistencia equivalente para la asociación:



Resolución

Para llegar a la resistencia equivalente debemos observar ien la asociación inicial. Podemos ver que:

a) **Las resistencias R_1 y R_2 se encuentran asociadas en paralelo y se pueden convertir en su equivalente R_{12}, que tendrá un valor de:**

$$1 / R_{12} = 1 / R_1 + 1 / R_2 \ ; \ 1 / R_{12} = 1 / 2 + 1 / 3$$

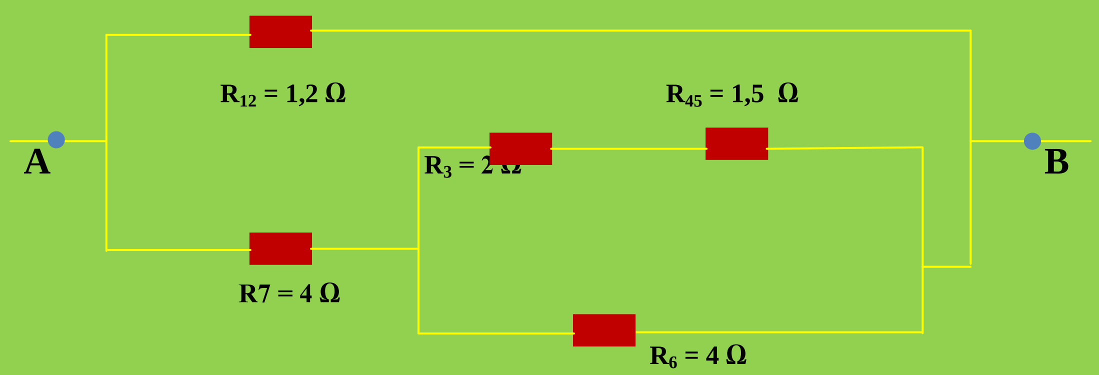
$$6 = 3 R_{12} + 2 R_{12} \ : \ 6 = 5 R_{12} \ ; \ R_{12} = 6 / 5 = 1{,}2\ \Omega$$

b) **La resistencias R_4 y R_5 se encuentran asociadas en paralelo y su resistencia equivalente será:**

$$1 / R_{45} = 1 / R_4 + 1 / R_5 \ ; \ 1 / R_{45} = 1 / 3 + 1 / 3$$

$$1 / R_{45} = 2 / 3 \ ; 2 R_{45} = 3 \ ; \ R_{45} = 3 / 2 = 1{,}5$$

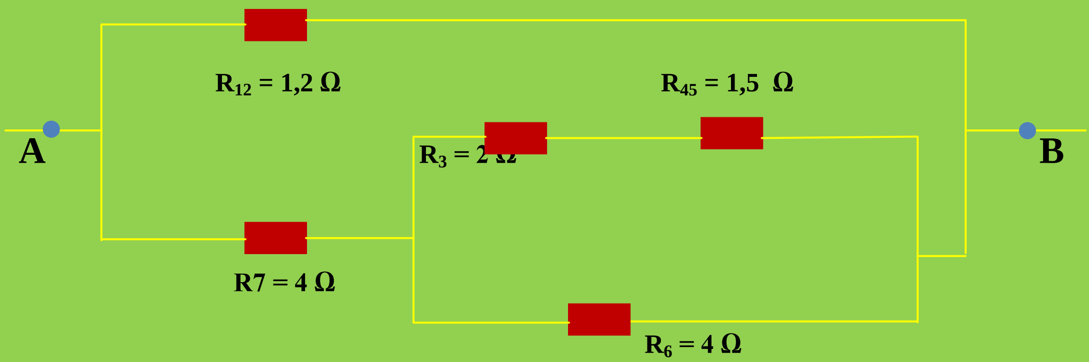
El esquema inicial pasa a ser de la forma:



En el nuevo esquema las resistencias R_3 y R_{45} se encuentran asociadas y nos producen una resistencia equivalente, R_{345}, cuyo valor es:

$$R_{345} = R_3 + R_{45} \ ; \ R_{345} = 2 + 1{,}5 = 3{,}5\ \Omega$$

Nos encontramos con un nuevo esquema:



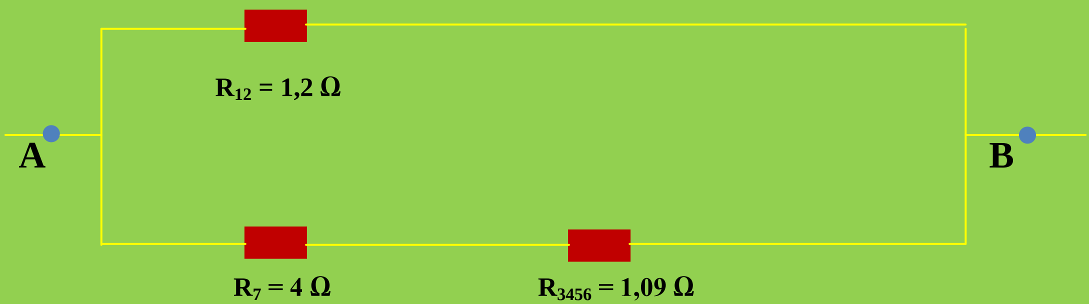
En este nuevo esquema las resistencias R_{345} y R_6 se encuentran asociadas en paralelo pudiéndose convertir en su equivalente, R_{3456}, cuyo valor es:

$$1 / R_{3456} = 1 / R_{345} + 1 / R_6 \;\; ; \;\; 1 / R_{3456} = 1 / 1{,}5 + 1 / 4$$

$$1 / R_{3456} = 0{,}66 + 0{,}25 \;\; ; \;\; 1 / R_{3456} = 0{,}91$$

$$R_{3456} = 1 / 0{,}91 = 1{,}09 \; \Omega$$

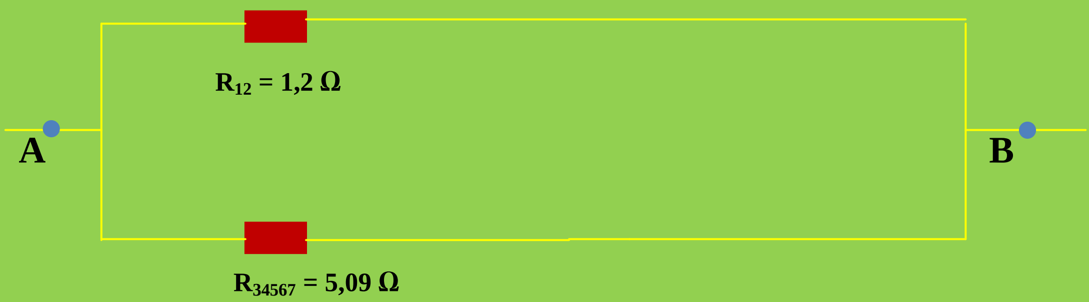
Nuevo esquema:



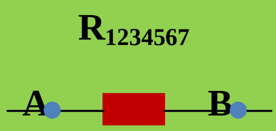
En el nuevo esquema las resistencias R_7 y R_{3456} se encuentran asociadas en serie,. Su resistencia equivalente, R_{34567}, valdrá:

$$R_{34567} = R_7 + R_{3456} \;\; ; \;\; R_{34567} = 4 + 1{,}09 = 5{,}09 \; \Omega$$

Nos queda un último esquema:



Solo nos quedan dos resistencias. La R_{12} y R_{34567} que se encuentran asociadas en paralelo. Su equivalente se reduce a una sola resistencia cuyo valor es:



$$1 / R_{1234567} = 1 / R_{12} + 1 / R_{34567}$$

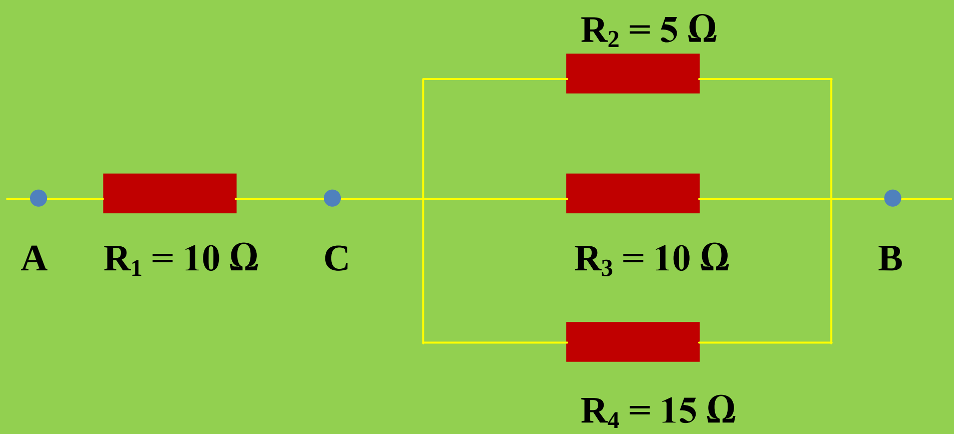
$$1 / R_{1234567} = 1 / 1,2 + 1 / 5,09$$

$$1 / R_{1234567} = 0,83 + 0,196 = 1,03\ \Omega$$

$$R_{1234567} = 1 / 1,03 = 0,97\ \Omega$$

Ejercicio resuelto

Dada la asociación de resistencias:



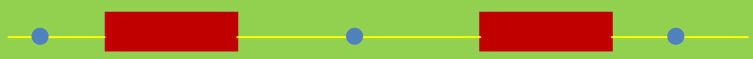
en donde se ha establecido entre sus extremos una diferencia de potencial de 50 V . Calcular:

a) **Su resistencia equivalente**
b) **La diferencia de potencial entre los extremos de cada resistencia**
c) **La intensidad de corriente que circula por cada resistencia**

Resolución

a)

Las resistencias R_2, R_3 y R_4 se encuentran asociadas en paralelo. Se pueden reducir a su equivalente y nos quedaría el siguiente esquema:



A $\quad R_1 = 10\ \Omega \quad$ C $\quad R_{234} = 10\ \Omega \quad$ B

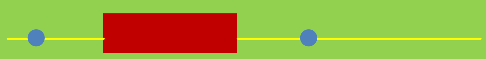
El valor de R_{234} lo calcularemos con la ecuación:

$$1 / R_{234} = 1 / R_2 + 1 / R_3 + 1 / R_4 \;\; ; \;\; 1 / R_{234} = 1 / 5 + 1 / 10 + 1 / 15$$

$$30 = 6\ R_{234} + 3\ R_{234} + 2\ R_{234} \;\; ; \;\; 30 = 11\ R_{234}$$

$$R_{234} = 30 / 11 = 2{,}72\ \Omega$$

En la nueva situación las resistencias R_1 y R_{234} se encuentran asociadas en serie y su resistencia equivalente respondería al esquema:



A $\quad R_{1234} \quad$ B

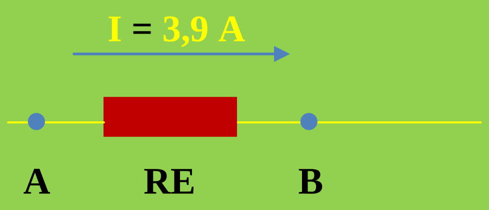
El valor de la resistencia equivalente será:

$$R_{1234} = RE = R_1 + R_{234}$$

$$R_{1234} = RE = 10 + 2{,}72 = 12{,}72\ \Omega$$

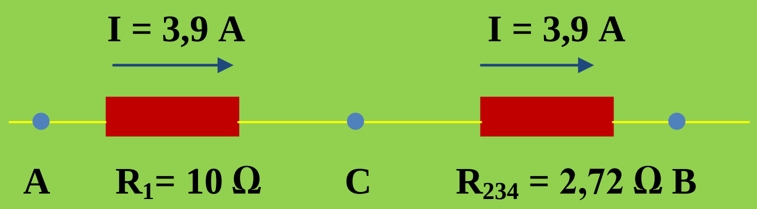
Con el valor de la RE podemos conocer la Intensidad de corriente que circula por la asociación de resistencias. Según la ley de Ohm:

$$I = (V_A - V_B) / RE \;\; ; \;\; I = 50\ V / 12{,}72\ \Omega = 3{,}9\ A$$



b)

Para obtener la diferencia de potencial entre cada resistencia nos vamos al esquema:



Como R_1 y R_{234} están en serie la intensidad de corriente que circula por estar resistencias es la misma.

Se cumple:

$$(V_A - V_B) = (V_A - V_C) + (V_C - V_B) \quad (1)$$

Por la ley de Ohm:

$$I = (V_A - V_C) / R_1 \quad ; \quad V_A - V_C = I \cdot R_1 = 3{,}9\ A \cdot 10\ \Omega = 39\ V$$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$$(V_A - V_B) = (V_A - V_C) + (V_C - V_B) \ ; \ 50 = 39 + (V_C - V_B)$$

$$(V_C - V_B) = 50 - 39 = 11\ V$$

Como R_2, R_3 y R_4 se encuentran asociadas en paralelo las tres soportan entre sus extremos la misma diferencia de potencia, es decir, 11 V.

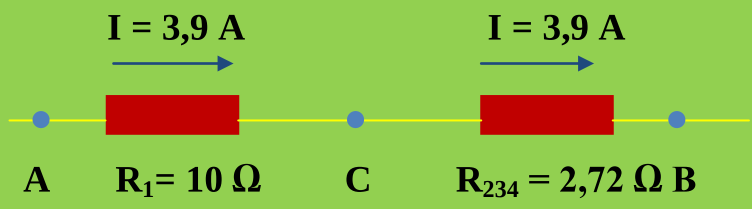
Conclusión:

$R_1 \rightarrow V_A - V_C = 39\ V$

$$\left.\begin{array}{l} R_2 \rightarrow 11\ V \\ R_3 \rightarrow 11\ V \\ R_4 \rightarrow 11\ V \end{array}\right\} (V_C - V_B)$$

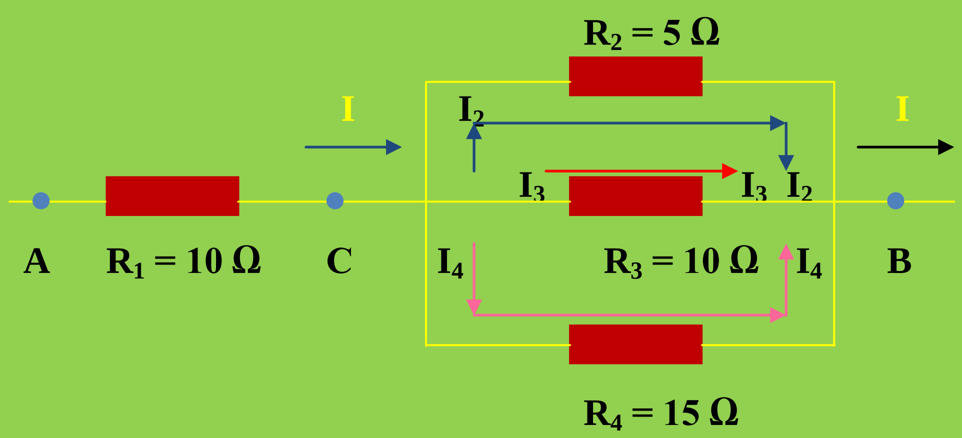
c)

Para conocer la intensidad de corriente que pasa por cada resistencia pasaremos por los esquemas:



Por *R_1* pasa una intensidad de corriente de *3,9 A*.

Cuando la corriente entra a la asociación en paralelo se descompone en tres intensidades I_2, I_3 y I_4:



Como conocemos la diferencia de potencial y el valor de las resistencias por medio de la ley de Ohm:

$I_2 = (V_C - V_B) / R_2 = 11\ V / 5\ \Omega = 2{,}2\ A$

$I_3 = (V_C - V_B) / R_3 = 11\ V / 10\ \Omega = 1{,}1\ A$

$I_4 = (V_C - V_B) / R_4 = 11\ V / 15\ \Omega = \underline{0{,}73\ A}$

$4{,}03\ A$

La suma de las tres intensidades tiene que dar 3,9 A. La suma de las intensidades es de 4,03. La diferencia es tan pequeña que podemos aceptar el resultado.

Conclusión:

R_1 → *3,9 A*

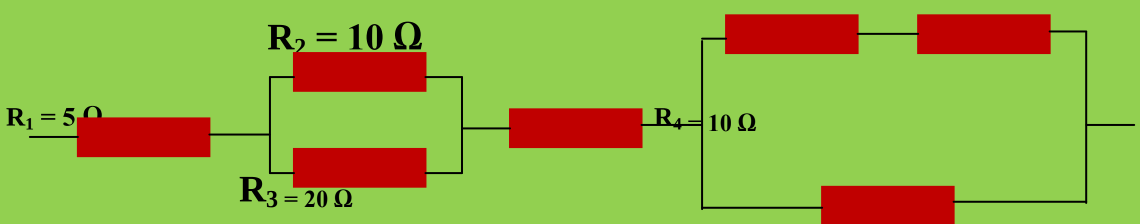
R_2 → *2,2 A*

R_3 → *1,1 A*

R4 → 0,73 A

Ejercicio resuelto

Dada la asociación de resistencias: **$R_5 = 6\ \Omega$ $R_6 = 12\ \Omega$**



$R_7 = 20\ \Omega$

Determinar:

a) **La resistencia equivalente**

b) **La intensidad de corriente que pasaría por la asociación si hemos establecido una diferencia de potencial entre sus extremos de 100 V.**

c) **¿Qué diferencia de potencial soportaría entre sus extremos la R_4?**

d) **Idem la R_7**

Resolución

a)

Las resistencias R_2 y R_3 se encuentran asociadas en paralelo. Su resistencia equivalente la calcularemos:

$$1 / R_{23} = 1 / R_2 + 1 / R_3 \ ; \quad 1 / R_{23} = 1 / 10 + 1 / 20$$

$$20 = 2\,R_{23} + R_3 \;\;;\;\; 20 = 3\,R_{23} \;\;;\;\; R_{23} = 6{,}7\ \Omega$$

Las resistencias R_5 y R_6 se encuentran asociadas en serie. Su resistencia equivalente será:

$$R_{56} = R_5 + R_6 \;\;;\;\; R_{56} = 6 + 12 = 18\ \Omega$$

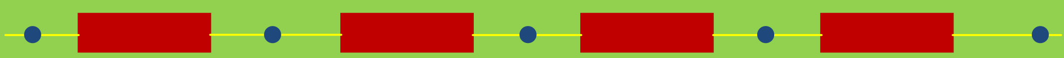
La resistencia R_{56} se encuentra asociada en paralelo com R_7. Su equivalente R_{567}, la conoceremos:

$$1 / R_{567} = 1 / R_{56} + 1 / R_7 \;\;;\;\; 1 / R_{567} = 1 / 18 + 1 / 20$$

$$1 / R_{567} = 0{,}055 + 0{,}05 \;\;;\;\; 1 / R_{567} = 0{,}105$$

$$R_{567} = 1 / 0{,}105 = 9{,}52\ \Omega$$

El esquema inicial nos queda de la forma:



A $R_1 = 5\ \Omega$ C $R_{23} = 6{,}7\ \Omega$ D $R_4 = 10\ \Omega$ E $R_{567} = 9{,}52\ \Omega$ B

Cuatro resistencias asociadas en serie. Su equivalente es:

$$R_{1234567} = RE = R_1 + R_{23} + R_4 + R_{567}$$

$$R_{1234567} = RE = 5 + 6{,}7 + 10 + 9{,}52 = 31{,}22\ \Omega$$

La resistencia equivalente quedaría de la forma:

A $RE = 31{,}22\ \Omega$ B

b)

Si aplicamos la ley de Ohm podemos conocer la Intensidad de corriente que circula por la asociación:

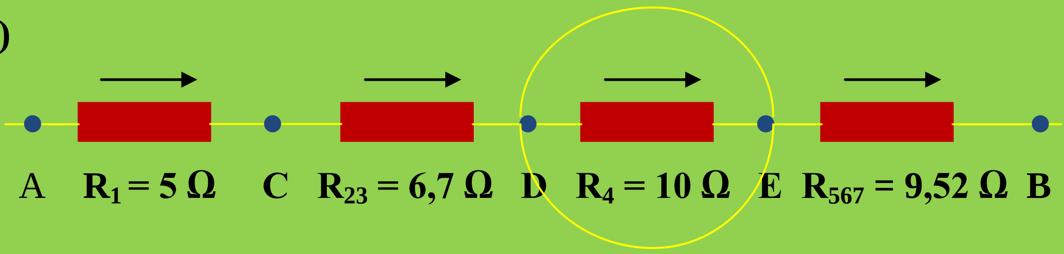
$$I = (V_A - V_B) / RE$$

$$I = 100\ V / 31{,}22\ \Omega = 3{,}20\ A$$

$I = 3{,}20\ A$

A $RE = 31{,}22\ \Omega$ B

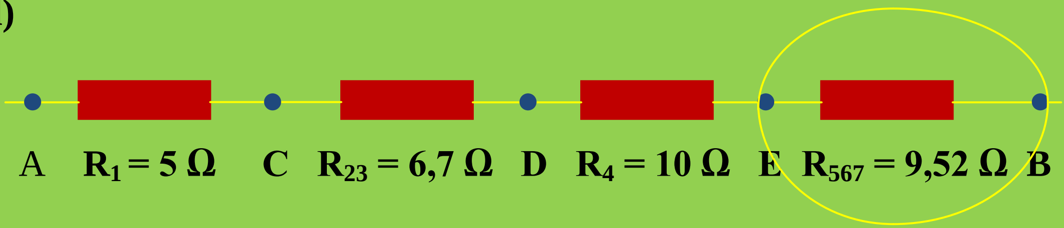
c)



Conocemos el valor de la intensidad de que pasa por R_4 y conocemos su valor la ley de Ohm nos permite conocer la diferencia de potencial:

$$I = (V_D - V_E) / R_4 \;\; ; \;\; (V_D - V_E) = I \,.\, R_4 = 3{,}20\ A \,.\, 10\ \Omega = 32\ V$$

d)



De momento podemos conocer ($V_E - V_B$):

$$(V_E - V_B) = I \,.\, R_{567} = 3{,}20\ A \,.\, 9{,}52\ \Omega = 30{,}46\ V$$

La resistencia R_{567} procede de la *asociación en paralelo* entre las resistencias R_{56} y R_7. Al estar en paralelo las dos resistencias soportan la misma diferencia de potencial. Luego R_7 soporta una diferencia de potencial de *30,46 V*.

Ejercicio resuelto

El generador de un circuito de corriente continua es capaz de proporcionar al mismo una intensidad de corriente eléctrica de 10 A. En el circuito queremos incorporar tres resistencias de 5 Ω cada una de ellas. ¿ Cómo asociaremos las tres resistencias para que la potencia consumida por ellas sea mínima?

Resolución

Recordemos que la potencia consumida por una resistencia viene dada por la ecuación:

$$P = I^2 \,.\, R$$

en este caso:

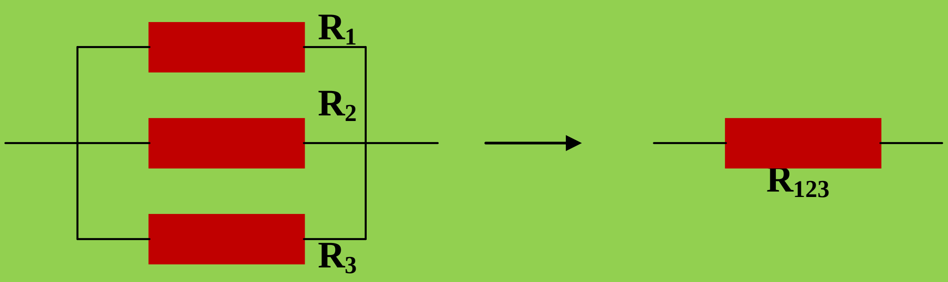
$$P = I^2 \cdot RE$$

Calculamos la resistencia equivalente y la ecuación anterior nos determinará la potencia consumida.

Existen tres posibilidades de asociar estas tres resistencias:

a)

En paralelo



El valor de R_{123} lo calcularemos:

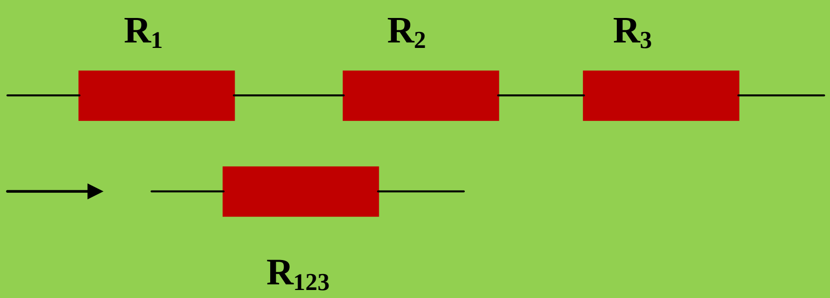
$$1 / R_{123} = 1 / R_E = 1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3$$

$$1 / RE = 1 / 5 + 1 / 5 + 1 / 5$$

$$1 / RE = 3 / 5 \;;\; RE = 5 / 3 = 1{,}67\ \Omega$$

b)

En serie

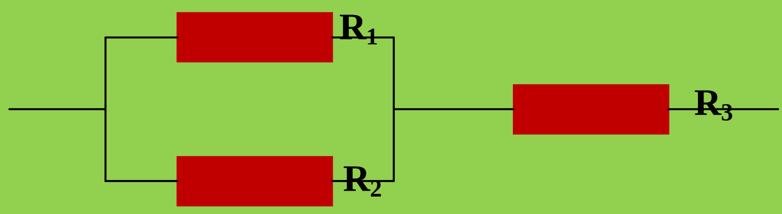


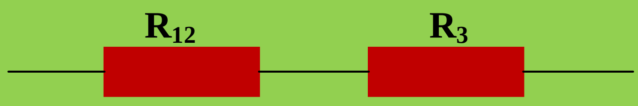
Su cálculo

$$R_{123} = RE = R_1 + R_2 + R_3 \longrightarrow RE = 5 + 5 + 5 = 15\ \Omega$$

c)

Asociación mixta





1 / R12 = 1 / R1 + 1 / R2 ; **1 / R_{12} = 1 / 5 + 1 / 5 = 2 / 5**

R12 **= 5 / 2 =** ***2,5 Ω***

R_{123} = R_{12} + R_3 = 2,5 + 5 = 7,5 Ω

Conocidas las resistencias equivalentes:

a) ***Paralelo*** **→ RE = 1,67 Ω →** ***P*** **= I^2 . RE = $(10)^2$. 1,67 =** ***167 W***

b) ***Serie*** **→ RE = 15 Ω →** ***P*** **= I^2 . RE = $(10)^2$. 15 =** ***1500 W***

c) ***Mixta*** **→ RE = 7,5 Ω →** ***P*** **= I^2 . RE = $(10)^2$. 7,5 =** ***750 W***

La asociación en paralelo es la que consumiría menos potencia.

6.- Generadores de corriente eléctrica

Páginas Web consultadas:

Genreador de corriente continua
http://www.ecured.cu/index.php/Pila_el%C3%A9ctrica

Generador de corriente continua
http://personales.upv.es/jogomez/labvir/material/generadorescc.html

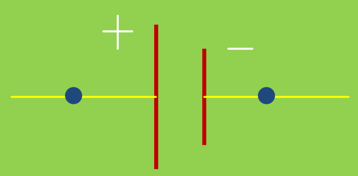
Generador de corriente continua
http://generadoreselectricos.info/funcionamiento/

Para que los electrones estén en movimiento y creen una corriente eléctrica necesitamos lo que llamamos un *Generador.*

El *Generador* es un dispositivo capaz de *establecer una diferencia de potencial* entre los extremos de un conductor y necesita un aporte energético del tipo de energía que sea y él se encargará de transformarla en energía en energía eléctrica para trasmitirla a los electrones y que estos puedan fluir por el circuito. Dicho de otra forma:

El generador es capaz de transformar energía no eléctrica en energía eléctrica. Establece de esta forma la denominada Corriente Continua

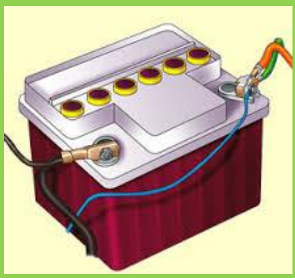
En los circuitos la simbología del generador es la siguiente:



Generadores los hay de muchos tipos según sea en el tipo de energía que le llega. El no tener conocimientos de Electromagnetismo nos limita a un solo tipo de Generador que recibe el nombre de *Pila Eléctrica*

Pila eléctrica es un dispositivo que convierte la *energía química* en *eléctrica*. Todas las pilas están formadas por un *electrolito* (que puede ser líquido, solidó o pastoso), un *electrodo positivo* y otro *negativo*. El electrolito es un *iónico*; mientras que un *electrodo genera electrones* y el otro *los acepta*. Al conectar los electrodos al circuito que se quiere alimentar, se produce una *corriente eléctrica*.

También podemos utilizar una *Batería*



***Batería eléctrica*, acumulador eléctrico o simplemente acumulador, es un dispositivo que consiste en una o más *celdas electroquímicas* que pueden convertir la energía química almacenada en electricidad. Cada celda consta de un *electrodo positivo* llamado *cátodo*, un *electrodo negativo* llamado *ánodo* y *electrolitos* que permiten que los iones se muevan entre los electrodos, facilitando que la corriente fluya fuera de la batería para llevar a cabo su función.**

6.1.- Fuerza electromotriz de un generador (F.E .M)

La carga eléctrica que suministra un generador al circuito es directamente proporcional a la energía que posee el generador, mejor dicho, a la energía transformada por el generador. Matemáticamente al ser dos magnitudes proporcionales debe existir una constante de proporcionalidad:

$$W = \varepsilon \cdot Q$$

W = Energía transformada
Q = Carga eléctrica

ε = Constante de proporcionalidad que recibe el nombre de *Fuerza Electromotriz* (f.e.m)

De la ecuación anterior podemos despejar ε:

$$\varepsilon = W / Q \quad (1)$$

En base a esta ecuación podemos definir la *Fuerza Electromotriz como la relación entre la energía que posee el generador y la carga eléctrica que libera al circuito*.

Si recordamos que el trabajo eléctrico realizado (igual a la energía del generador) es:

$$W = Q \cdot (V_A - V_B)$$

y llevamos W a la ecuac*ión* (1), nos queda:

$$\varepsilon = \cancel{Q} \cdot (V_A - V_B) / \cancel{Q}$$

$$\varepsilon = (V_A - V_B)$$

La Fuerza Electromotriz es capaz de establecer una *diferencia de potencial* entre los extremos del generador lo que hace posible el movimiento de los electrones a través del circuito. Del polo positivo al negativo.

De la última ecuación podemos deducir que la unidad de Fuerza Electromotriz es el *voltio*.

Por otra parte se estableció:

$$\varepsilon = W / Q \rightarrow [\,\varepsilon\,] = Q \cdot (V_A - V_B) / C$$

$$\rightarrow [\,\varepsilon\,] = C \cdot V / C = \textit{Voltio}$$

Cuando el circuito está abierto (no hay paso de corriente eléctrica) se cumple que la Fuerza Electromotriz es igual a la diferencia de potencial entre los extremos del generador. Si el circuito está cerrado (hay paso de corriente eléctrica) el propio generador se opone al paso de la corriente eléctrica, es decir, presenta una cierta resistencia al paso de las cargas eléctricas lo que se traduce en una pérdida de potencial.

$$V_A - V_B = \varepsilon - \textit{potencial consumido por el generador}$$

Según Ohm:

$$I = V / R \rightarrow V = I \cdot R$$

El potencial consumido por el generador será:

$$V = I \cdot r_i$$

siendo r_i la resistencia interna del generador.

Por lo tanto:

$$V_A - V_B = \varepsilon - I \cdot r_i$$

6.2.- Potencia de un generador

Potencia es la relación entre trabajo realizado y tiempo empleado en realizarlo:

$$P = W / t \quad (1)$$

Sabemos que:

$$W = \varepsilon \cdot Q$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$P = \varepsilon \cdot Q / t \quad (2)$$

Recordemos que:

$$Q = I \cdot t$$

Nos vamos a la ecuación (2):

$$P = \varepsilon \cdot I \cdot t / t$$

$$P = \varepsilon \cdot I$$

De la ecuación (1) deducimos la unidad de potencia:

$$[\ P\ ] = \text{Julio/s} = \text{Vatio}$$

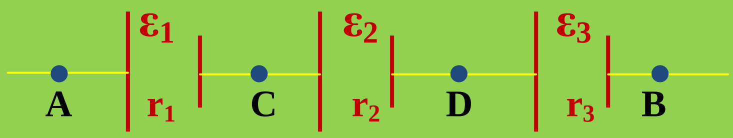
6.3.- Asociación de generadores

Existen muchos aparatos que funcionan con pilas eléctricas y podemos observar que en el interior de los mismos puede existir una pila, 2 pilas, 3 pilas, etc. Esto nos quiere decir que las pilas eléctricas (generadores) se pueden asociar. Lo pueden hacer de dos formas según los fines que persigamos. Al igual que en condensadores y resistencias los generadores se pueden asociar en:

a) **En paralelo**
b) **En Serie**

6.3.1.- En Serie

Supongamos tres generadores con sus fuerzas electromotrices y sus resistencias internas:



Entre los extremos de la asociación se ha establecido una diferencia de potencial cumpliéndose:

$$(V_A - V_B) = (VA - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_B)$$

Se dijo que cuando el circuito está abierto (no hay paso de corriente eléctrica) La diferencia de potencial era igual a la *Fuerza Electromotriz* del generador, luego:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Obtenemos un generador cuya Fuerza Electromotriz es igual a la suma de las fuerzas electromotrices:

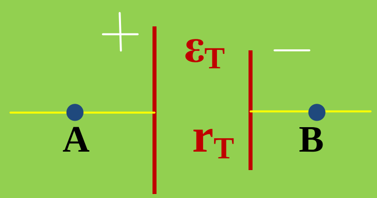
$$\varepsilon_T = \sum_{i=1}^{i=n} \varepsilon_i$$

y tendrá una resistencia interna que por estar todas ellas asociadas en serie:

$$r_T = r_1 + r_2 + r_3$$

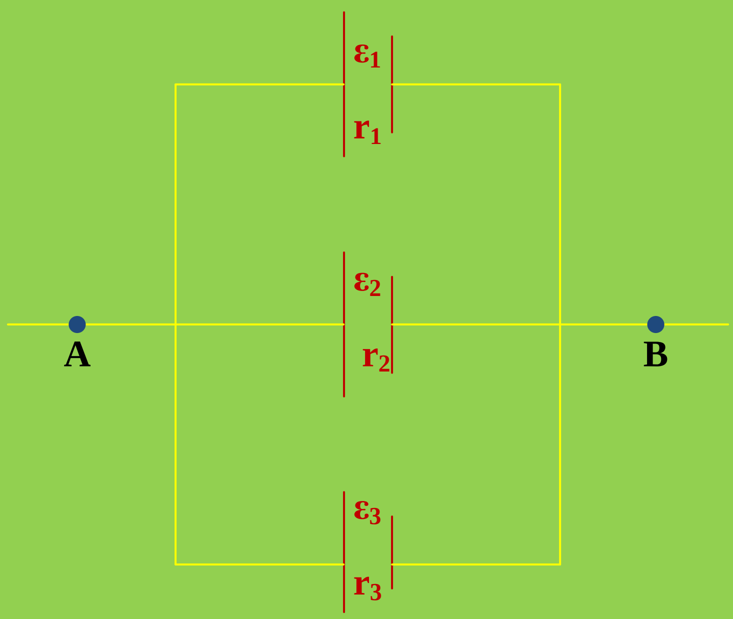
$$r_T = \sum r_i$$

Hemos obtenido un generador con una Fuerza Electromotriz mucho mayor pero también ha aumentado la resistencia interna lo que provocará una mayor caída de potencial:



6.3.2.- En Paralelo

Para poder asociar generadores en paralelo se debe cumplir que todos los generadores sean exactamente iguales y soportar la misma diferencia de potencial entre sus extremos:



Según se dijo:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon$$

y las resistencias:

$$r_1 = r_2 = r_3 = r$$

La resistencia total, por estar asociadas en serie:

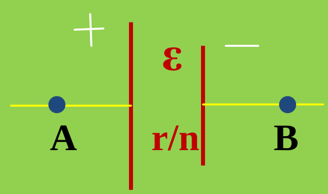
$$1 / r_T = 1 / r + 1 / r + 1 / r$$

$$1 / r_T = 3 / r \quad ; \quad r_T = r / 3$$

Para "n" generadores:

$$r_T = r / n$$

En conclusión: Obtenemos un generador con la Fuerza Electromotriz igual a la de uno de los generadores (todas iguales) pero hemos conseguido que la resistencia interna sea más pequeña y por lo tanto la caída de potencial será más pequeña:



Ejercicio resuelto

En la casa de campo la luz la genera un generador. El circuito que distribuye la corriente eléctrica implica 5 bombillas (resistencias) montadas en serie con una Resistencia equivalente de 40 Ω entre cuyos extremos se ha establecido una diferencia de potencial de 50 voltios. ¿Cuál debe ser la fuerza electromotriz del generador para que la casa se pueda iluminar?.

Resolución

En un circuito de corriente eléctrica continua se cumple:

Potencia suministrada = Potencia consumida

Si podemos conocer la potencia consumida podemos conocer nuestra incógnita puesto que:

Potencia suministrada = ε . I

Las resistencias son los únicos elementos del circuito que consumen potencia y esta es igual:

Potencia consumida = I^2 . R

Para conocer la intensidad de corriente que circula por las resistencias recordemos que Ohm nos dice:

$$I = V_A - V_B / R = 50\ V / 40\ \Omega = 1{,}25\ A$$

La potencia consumida por las cinco resistencias vale:

$$P = I^2 \cdot R = (1{,}25\ A)^2 \cdot 40 = 62{,}5\ \text{vatios}$$

Esta potencia debe ser suministrada por el generador. La potencia del generador:

$$\text{Potencia suministrada} = \varepsilon \cdot I$$

$$62{,}5\ \text{vatios} = \varepsilon \cdot 1{,}25\ A\ \text{vatios}$$

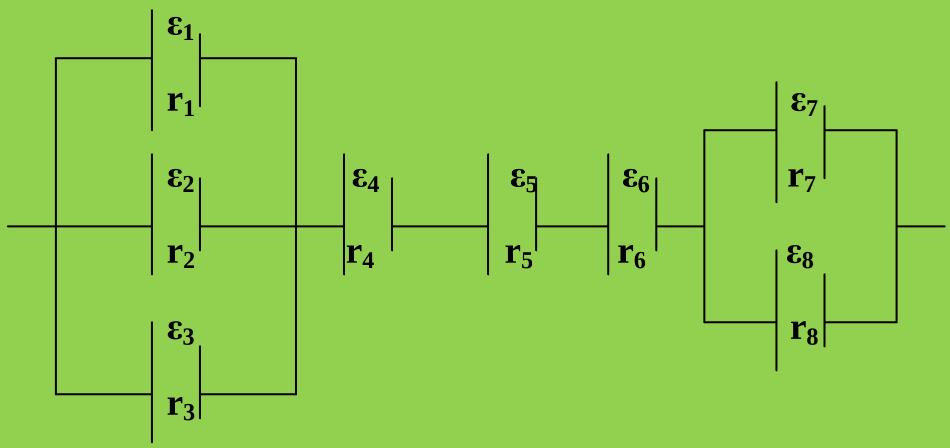
$$\varepsilon = 62{,}50\ \text{vatios} / 1{,}25\ A = 50\ V$$

Ejercicio resuelto

Determinar:

a) **El generador equivalente**
b) **La potencia de dicho generador**

De la siguiente asociación de generadores:



En donde:

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 10\ V$; $r_1 = r_2 = r_3 = 5\ \Omega$

$\varepsilon_4 = 8\ V$; $\varepsilon_5 = 10\ V$; $\varepsilon_6 = 6\ V$

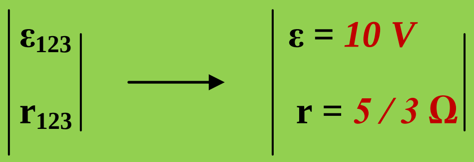
$r_4 = 5\ \Omega$; $r_5 = 8\ \Omega$; $r_6 = 10\ \Omega$

$\varepsilon_7 = \varepsilon_8 = 12\ V$

$r_7 = r_8 = 8\ \Omega$

Resolución

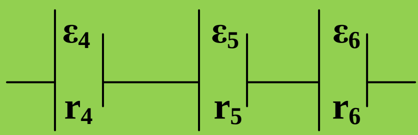
En un primer paso nos encontramos con el siguiente esquema:



Por estar en paralelo

$$1 / r_{123} = 1 / r_1 + 1 / r_2 + 1 / r_3 \;;\; 1 / r_{123} = 1/5 + 1/5 + 1/5$$

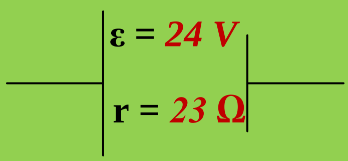
$$1 / r_{123} = 3/5 \;;\; r_{123} = 5/3\ \Omega$$



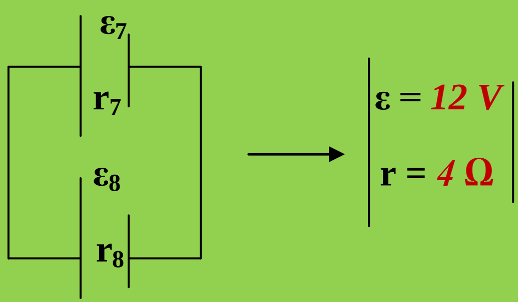
Por estar en serie:

$$\varepsilon_{456} = \varepsilon_4 + \varepsilon_5 + \varepsilon_6 = 8 + 10 + 6 = 24\ V$$

$$r_{456} = 5 + 8 + 10 = 23\ \Omega$$



Por estar en paralelo:



$$1 / r_{78} = 1 / r_7 + 1 / r_8 \;;\; 1 / r_{78} = 1/8 + 1/8$$

$$1 / r_{78} = 2/8 \;;\; r_{78} = 8/2 = 4\ \Omega$$

Podemos pasar al siguiente esquema:

ε_A = *10 V* ε_B = *24 V* ε_C = *12*

r_A = *5 / 3 Ω* r_B = *23 Ω* r_C = *4 Ω*

Nos encontramos ahora con tres generadores en serie. Se obtendrá su equivalente según los cálculos:

$$\varepsilon_E = \varepsilon_A + \varepsilon_B + \varepsilon_C$$

$$\varepsilon_E = 10 + 24 + 12 = 46\ V$$

$$r_E = r_A + r_B + r_C = 5 / 3 + 23 + 4 = 28{,}7$$

ε_E = *46 V*

r_E = *28,7 Ω*

6.4.- Motores. Fuerza Contraelectromotriz

Fuerza Contraelectromotriz
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/1000/1159/html/13_motores_fuerza_contraelectromotriz.html

Varios tipos de problemas
http://es.scribd.com/doc/61840782/Fisica-Ejercicios-Resueltos-Soluciones-La-Corriente-Electrica

Fuerza Contralectromotriz
http://rabfis15.uco.es/lvct/tutorial/27/tema6-1.htm

En los circuitos de corriente Continua se cumplía que:

Potencias suministradas = Potencias consumidas

El generador o la asociación de generadores, que lleva consigo la obtención de un generador equivalente, son los encargados de aportar la potencia al circuito.

¿Quién consume potencia?

a) **El propio generador porque contiene una resistencia interna.**

b) **Las resistencias (bombilla, por ejemplo).**

c) **Generadores con polaridad distinta a la del generador principal que será aquel que tenga mayor f.e.m**

d) **Los motores.**

Los motores tienen la capacidad de transformar la *Energía Eléctrica* en *Energía Mecánica* (hacer girar las cuchillas de una máquina de afeitar, por ejemplo). Nunca se transformarán en Calor.

Para que un motor pueda producir la transformación de energía necesita el aporte de un *POTENCIAL* por parte del generador del circuito. Matemáticamente:

Energía transformada (W) = Q . ($V_A - V_B$) (1)

$V_A - V_B$ = Diferencia de potencial = Potencial (V)

La ecuación (1) pasa a ser:

$$W = Q \cdot V \quad (2)$$

El potencial de la ecuación es precisamente el potencial que consume el motor y se conoce como Fuerza Contraelectromotriz (ε').

La ecuación (2) se transforma en:

$$W = Q \,.\, \varepsilon'$$

De donde:

$$\varepsilon' = W / Q$$

Podemos establecer que:

> ***La Fuerza Contraelectromotriz es equivalente a la relación que existe entre la energía transformada y la Carga Eléctrica que atraviesa el motor***

La unidad de la Fuerza Contraelectromotriz es el Voltio. Se puede demostrar mediante la última ecuación:

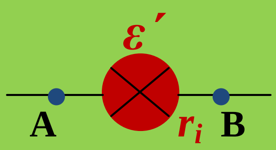
$$\varepsilon' = W / Q = Julio / C = Voltio$$

Si queremos conocer la Potencia de un motor procederemos al desarrollo matemático siguiente:

$$P = W / t = Q \,.\, \varepsilon' / t \;\; ; \;\; P = I \,.\, t \,.\, \varepsilon' / t \;\; ; \;\; P = I \,.\, \varepsilon'$$

$$P = \varepsilon' .\, I \quad (1)$$

En un circuito los motores se representen según el esquema siguiente:



Como podemos ver en el esquema el motor también lleva una resistencia interna que deberemos vencer para que se produzca el cambio de energía.

La diferencia de potencial entre los extremos de un motor será igual a su fuerza contraelectromotriz más el potencial que debemos aportar para vencer la resistencia interna.

Según la ley de Ohm el potencial para vencer la resistencia interna es:

$$\mathbf{I = V / r_i \quad ; \quad V = I \, . \, r_i}$$

Por lo tanto:

$$(V_A - V_B) = \varepsilon' + I \, . \, r_i$$

7.- Aparatos de medida

Función de un Voltímetro
http://www.misrespuestas.com/que-es-un-voltimetro.html

Función de un Voltímetro
http://es.slideshare.net/sombrasamos2/voltmetro-14077154

Función del Voltímetro
http://rabfis15.uco.es/lelavicecas/modulo_galeria/Voltimetro.pdf

Función de un Voltímetro
http://www.ehowenespanol.com/funciona-voltimetro-como_100266/

Función de un Amperímetro
http://juliocesar-diazclemente.blogspot.com.es/2011/04/actividad-6-funciones-del-amperimetro.html

Amperímetro y funciones del mismo
http://www.ehowenespanol.com/funciona-amperimetro-como_117469/

Funciones del Amperímetro y del Voltímetro
http://circuitoelectricotelecom.blogspot.com.es/2011/03/funciones-de-un-amperimetro-un.html

Amperímetro y sus funciones
http://elamperimetro.blogspot.com.es/2007/11/la-necesidad-de-controlar-y-minimizar.html

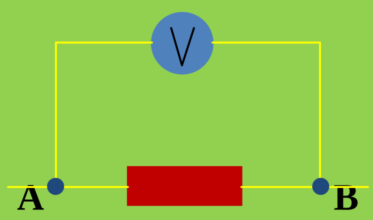
Cuando estamos en un circuito de corriente eléctrica continua no tenemos que ir siempre con el papel y el boli. Existen aparatos de medida que adaptados al circuito nos determinan lo que estamos buscando como por ejemplo una diferencia de potencial o la intensidad de corriente que circula por el circuito.

Los aparatos de medida son:

a) ***Voltímetro***
b) ***Amperímetros***

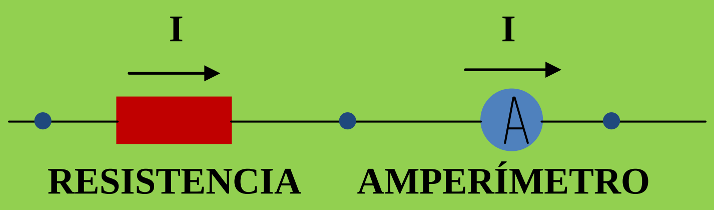
El *voltímetro* se utiliza para medir la diferencia de potencial entre los extremos de un elemento del circuito eléctrico. No vamos a entrar en el funcionamiento pero si es importante saber colocar el voltímetro dentro del circuito. Recordando que todos los elementos asociados en paralelo están bajo la misma diferencia de potencial es de lógica que el voltímetro tendrá que asociarse en *paralelo* con el elemento del circuito cuya diferencia de potencial entre sus extremos se establece.

Voltímetro



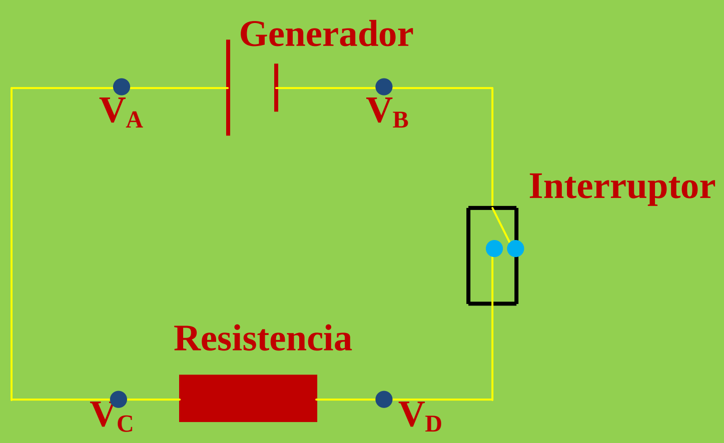
Resistencia (Bombilla)

El *Amperímetro* se utiliza para medir la intensidad de corriente que circula por los elementos de un circuito. Al igual que en el caso de los voltímetros el funcionamiento de un amperímetro no es el objetivo del tema pero sí que es importante saber como se insertar un amperímetro en un circuito eléctrico. Recordar que por todos los elementos del circuito asociados en serie para la misma intensidad de corriente. Está claro que el amperímetro se debe contar en *serie* con el elemento cuya intensidad de corriente que pasa queremos conocer.



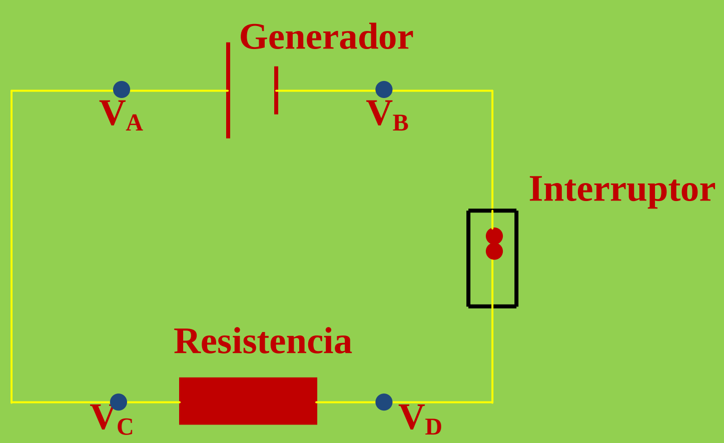
8.- Circuitos de Corriente Continua. Ley de Ohm Generalizada

El esquema de un circuito de corriente continua, el más simple, es:

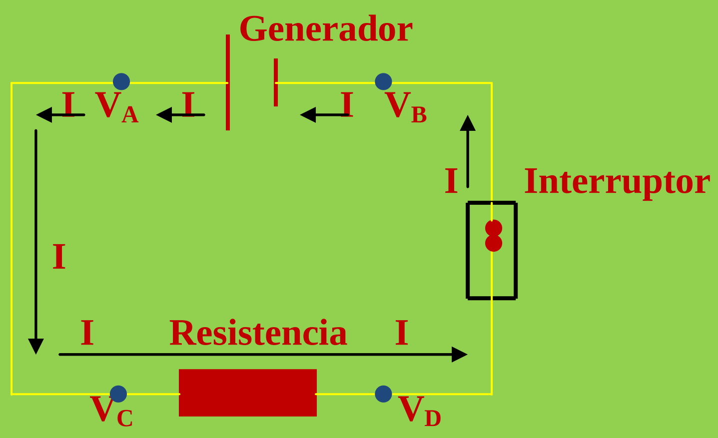


Este circuito decimos que está *ABIERTO*, los puntos azules del interruptor están separados. En este caso el circuito no funcionaría, no hay paso de corriente.

Si el circuito está *CERRADO*:



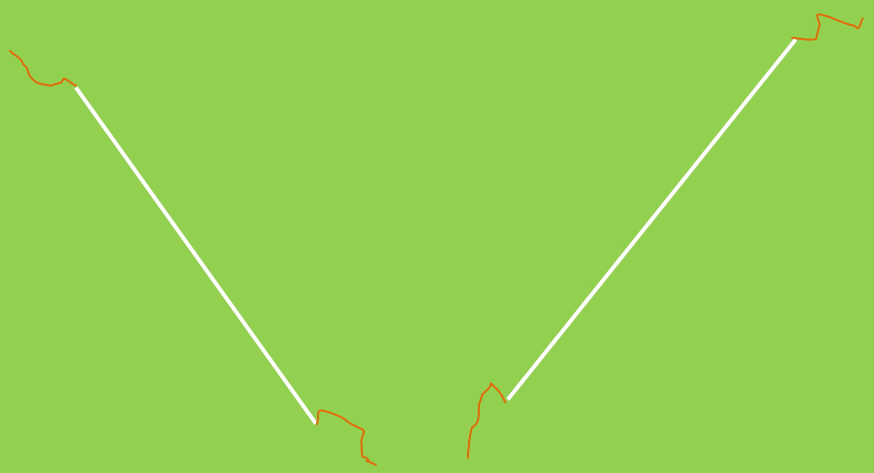
En este caso si existe paso de corriente por el circuito saliendo por el polo positivo del generador y volviendo al mismo por el polo negativo. Este sentido de corriente nace de un acuerdo internacional . La corriente siempre circula del polo negativo al polo positivo.



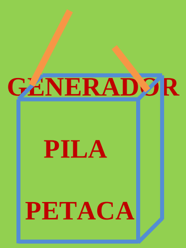
Hemos dicho que esto es el esquema de un circuito de corriente continua. El fabricar un circuito de CC es muy sencillo.

Tomamos cable de corriente eléctrica que como sabéis consta de dos fundas de plástico, normalmente de color blanco, como protección.

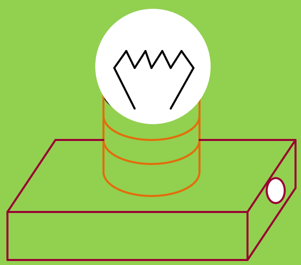
Separamos los dos tubos cilíndricos de plástico:



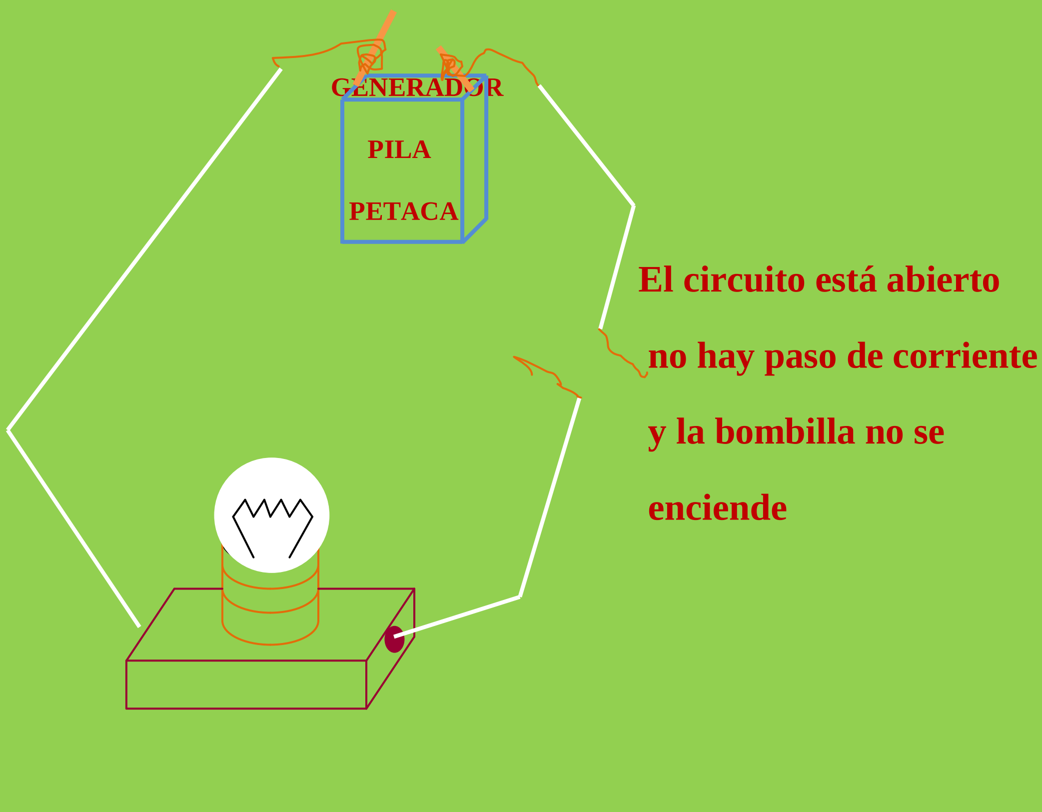
Tomamos una pila de petaca que actúa como generador.



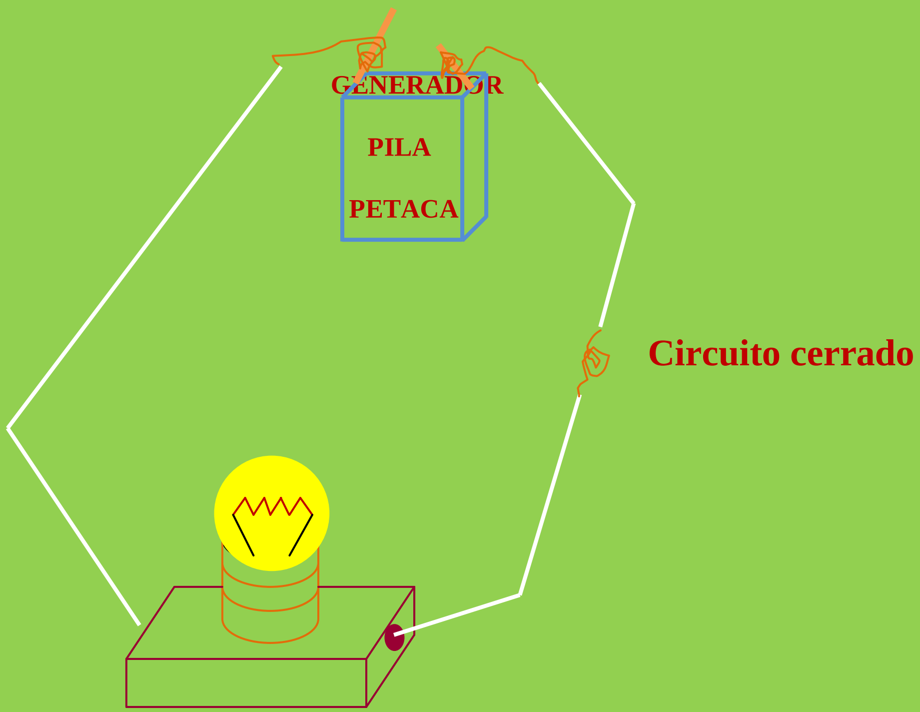
Un portalámparas con una bombilla que actuará como una resistencia:



Vamos a unir la pila (generador) con la bombilla (resistencia):



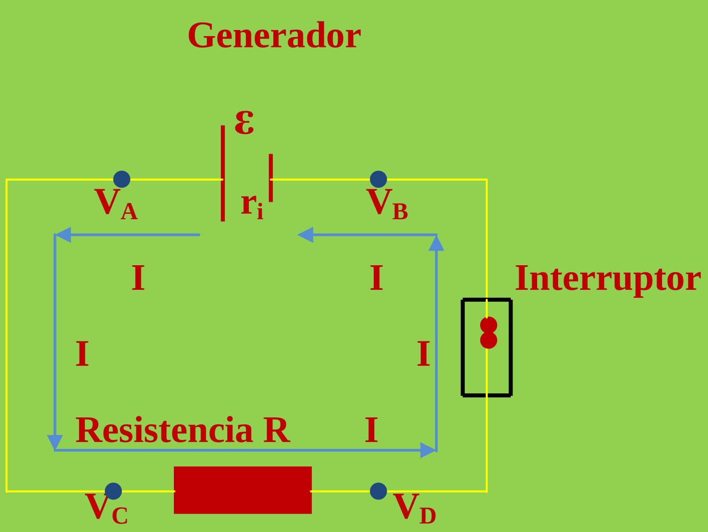
Vamos a cerrar el circuito:



Chapucero, pero hemos creado un circuito de Corriente Continua.

Volvemos al esquema inicial del circuito de Corriente Continua.

Si el circuito está cerrado tenemos corriente eléctrica:



En todo circuito de Corriente Continua se cumple que las potencias suministradas son iguales a las potencias consumidas, matemáticamente:

$$P_{suministradas} = P_{consumidas} \quad (1)$$

¿Quién suministra potencia?

El generador o el generador equivalente a una asociación de generadores.

¿Quién consume potencia?

a) **El propio generador por tener una resistencia interna.**
b) **El resto de elementos incorporados al circuito.**
c) **Generadores con polaridad distinta a la polaridad del generador principal (el de mayor potencial).**

En nuestro caso:

Potencias suministradas

El generador → $P = I \cdot \varepsilon$

Potencias consumidas

El propio generador por su resistencia interna → $P = I^2 \cdot r_i$

La resistencia exterior → $P = I^2 \cdot R$

Si llevamos estos datos a la ecuación (1)

$$P_{suministradas} = P_{consumidas}$$

$$I \cdot \varepsilon = I^2 \cdot R + I^2 \cdot r_i$$

Si sacamos factor común la I^2 en la derecha de la ecuación nos queda:

$$I \cdot \varepsilon = I^2 \, (R + r_i) \;\; ; \;\; \varepsilon = I \cdot (R + r_i)$$

Podemos despejar la Intensidad de corriente:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r_i}$$

Podemos generalizar:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R}$$

Ecuación de la Ley de Ohm Generalizada

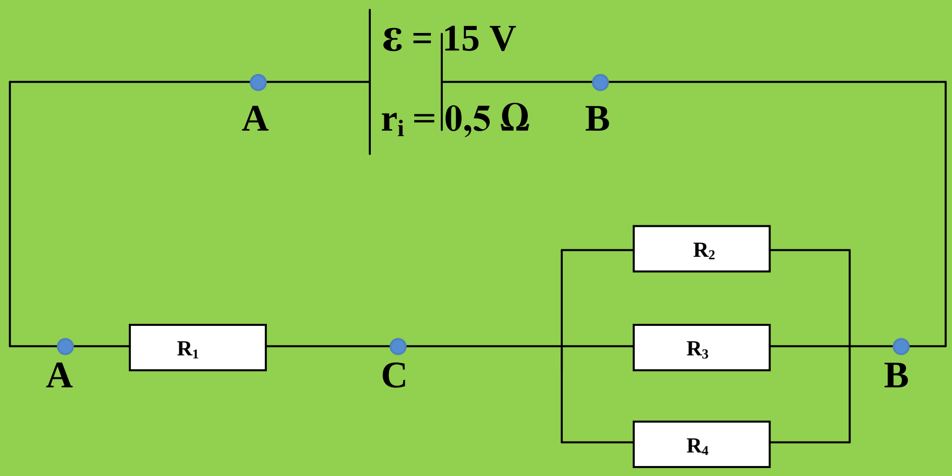
ε = Fuerzas electromotrices y contraelectromotices.

Las fuerzas contraelectromotrices se consideran *NEGATIVAS*.

La intensidad de corriente eléctrica en un circuito de corriente continua es igual a la relación existente entre la suma de las fuerzas electromotrices y contraelectromotrices y la suma de todas la resistencias que intevienen en el circuito.

Ejercicio resuelto

Dado el circuito de la figura adjunta:



$R_1 = 2\ \Omega$; $R_2 = 1\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega$; $R_4 = 3\ \Omega$

Determinar:

a) **Intensidad de corriente que circula por el circuito.**
b) **Diferencia de potencial entre los extremos de cada una de las resistencias.**
c) **Intensidad de corriente que circula por cada resistencia.**
d) **Diferencia de potencial entre los extremos del generador.**

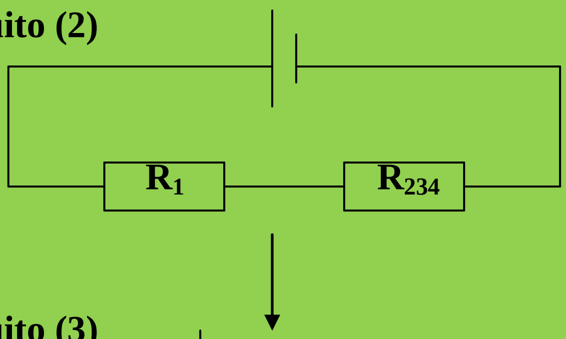
Resolución

Si observáis el circuito vemos que en los extremos del generador se estable una diferencia de potencial de ($V_A - V_B$). En la rama inferior del circuito vuelven a aparecer los puntos A y B y por lo tanto se establece una diferencia de potencial igual que en el generador, ($V_A - V_B$). Esto es posible porque el conductor que une todos los elementos del circuito se considera como ideal, es decir, no opone resistencia al paso de la corriente.

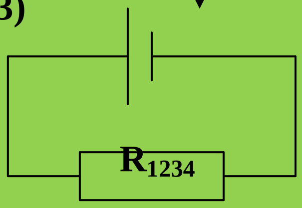
a)

Debemos llegar al circuito más simple posible:

Circuito (2)



Circuito (3)



Hagamos los cálculos para llegar al esquema (3):

Las resistencias R_2, R_3 y R_4 están en paralelo:

$$1 / R_{234} = 1 / R_2 + 1 / R_3 + 1 / R_4 \ ; \ 1 / R_{234} = 1 / 1 + 1 / 2 + 1 / 3$$

$$6 = 6\ R_{234} + 3\ R_{234} + 2\ R_{234} \ ; \ 6 = 11\ R_{234}$$

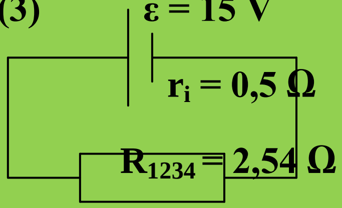
$$R_{234} = 6 / 11 = 0{,}54\ \Omega$$

R_1 y R_{234} están asociadas en serie:

$$R_{1234} = R_1 + R_{234} \ ; \ R_{1234} = 2 + 0{,}54 \ ; \ R_{1234} = 2{,}54\ \Omega$$

El esquema (3) con sus datos quedaría de la forma:

Esquema (3)



Aplicamos el principio fundamental de los circuitor de corriente continua:

$$P_{suministradas} = P_{consumidas} \quad (1)$$

Potencias suministradas:

El generador mediante su f.e.m. → P = I . ε

Potencias consumidas:

La resistencia exterior → $P = I^2 . R$

El generador por su r_i → $P = I^2 . r_i$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$I . \varepsilon = I^2 . R + I^2 . ri \quad (2)$$

Sacando factor común en (2) I^2:

$$I . \varepsilon = I^2 . (R + ri) \; ; \quad \varepsilon = I . (R_{1234} + ri)$$

$$I = \varepsilon / (R_{1234} + ri)$$

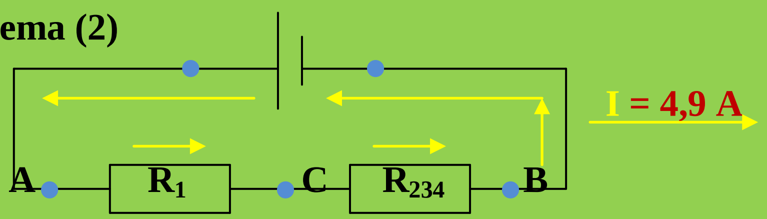
$$I = 15\ V / (2,54 + 0,5)\ \Omega$$

$$I = 15\ V / 3,04\ \Omega = 4,9\ A$$

b)

Nos vamos al esquema (2):

Esquema (2)



Como R_1 y R_{234} están en serie la intensidad de corriente eléctrica es la misma para las dos resistencias. Aplicando la ley de Ohm simple podemos conocer la diferencia de potencial entre los extremos de cada resistencia:

$$I = \Delta V / R$$

$$I = (V_A - V_C) / R \;\; ; \;\; (V_A - V_C) = I \cdot R$$

$$(V_A - V_C) = 4{,}9\ A \cdot 2\ \Omega = 9{,}8\ V$$

R_1 → $(V_A - V_C) = 9{,}8\ V$

$$(V_C - V_B) = I \cdot R_{234} = 4{,}9\ A \cdot 0{,}54\ \Omega = 2{,}65\ V$$

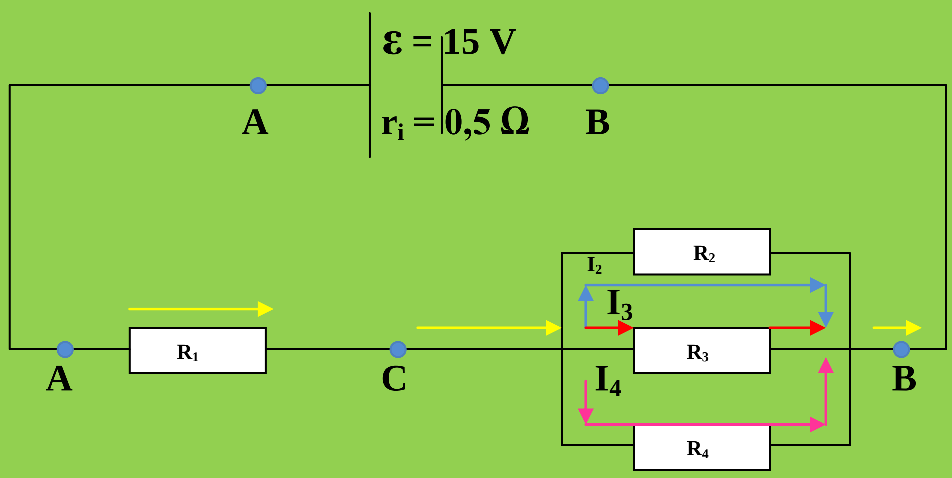
Como R_2, R_3 y R_4 se encuentran asociadas en paralelo las tres soportan la misma diferencia de potencial:

R_2 → $(V_C - V_B) = 2{,}65\ V$

R_3 → $(V_C - V_B) = 2{,}65\ V$

R_4 → $(V_C - V_B) = 2{,}65\ V$

c)



Por R1 → 4,9 A

Por R_2 → Aplicando la ley de Ohm simple:

$$I_2 = (V_C - V_B) / R_2 \;;\quad I_2 = 2{,}65\ V / 1\ \Omega = 2{,}65\ A$$

Por R_3 →

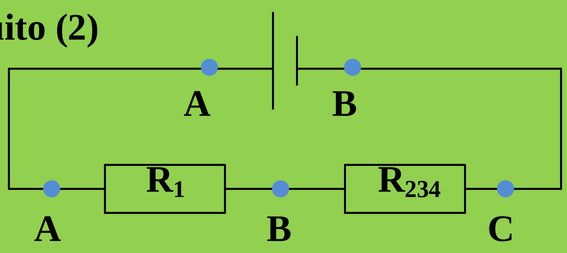
$$I_3 = (V_C - V_B) / R_3 \;;\quad I_3 = 2{,}65\ V / 2\ \Omega = 1{,}325\ A$$

Por R_4 →

$$I_4 = (V_A - V_B) / R_4 \;;\quad I_4 = 2{,}65\ V / 3\ \Omega = 0{,}88\ A$$

d)

Circuito (2)



En base al circuito anterior podemos establecer que:

$(V_A - V_B) = (V_A - V_C) + (V_C - V_B) = 9{,}8\ V + 2{,}65\ V = 12{,}45\ V$

También podemos utilizar la ecuación:

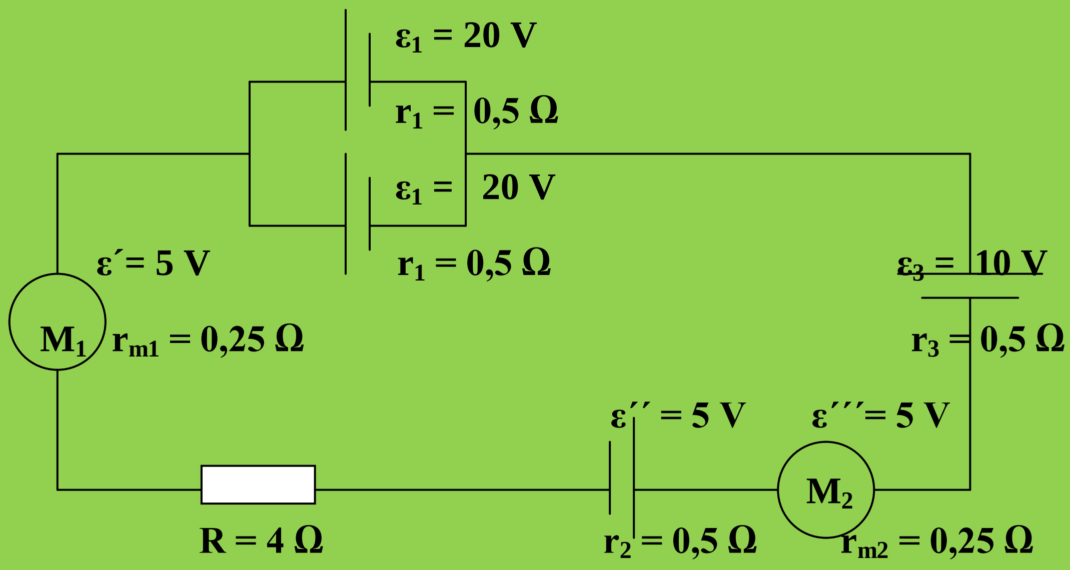
$$(V_A - V_B) = \varepsilon - I \,.\, r_i$$

$$(V_A - V_B) = 15\ V - 4{,}9 \,.\, 0{,}5 = 15 - 2{,}45 = 12{,}55\ V$$

Podemos admitir la pequeña (12,55 – 12,45 = 0,1) cantidad en que difieren los resultados para un mismo cálculo.

Ejercicio resuelto

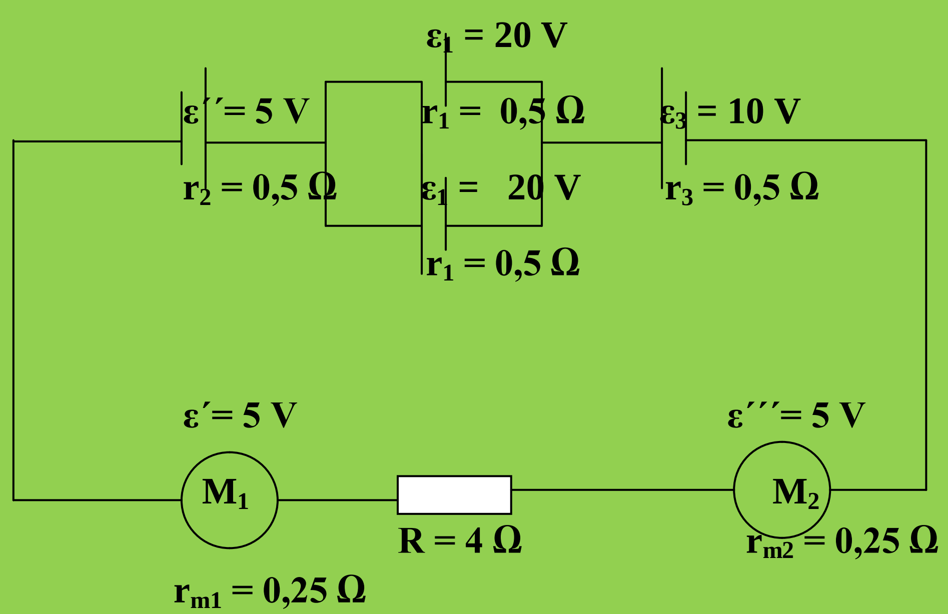
Dado el circuito de la figura:



Determinar la Intensidad de corriente que circula por el circuito.

Resolución

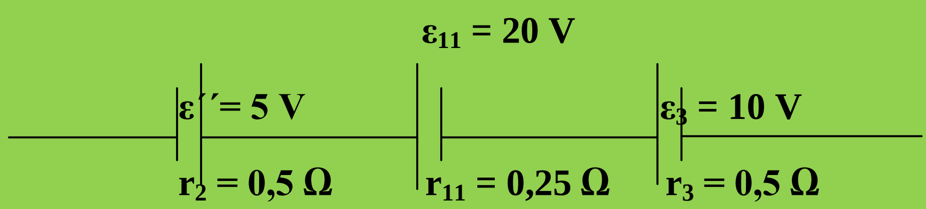
Podemos proceder de varias formas. Una de ellas consiste en unir todos los generadores manteniendo la polaridad correspondiente, y obtener el generador correspondiente. El resto de los elementos del circuito los llevaremos a la rama inferior del mismo:



Calculemos el generador equivalente

$$1 / r_{11} = 1 / 0,5 + 1 / 0,5 : \quad 1 / r_{11} = 2 + 2$$

$$1 / r_{11} = 4 \;\; ; \;\; 4\, r_{11} = 1 \;\; ; \;\; r_{11} = 1 / 4 = 0,25\ \Omega$$

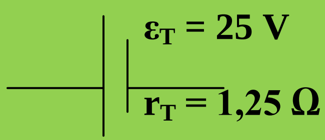


El generador 2 tiene polaridad distinta al resto, dicha polaridad nos determina que su fuerza electromotriz sea negativa:

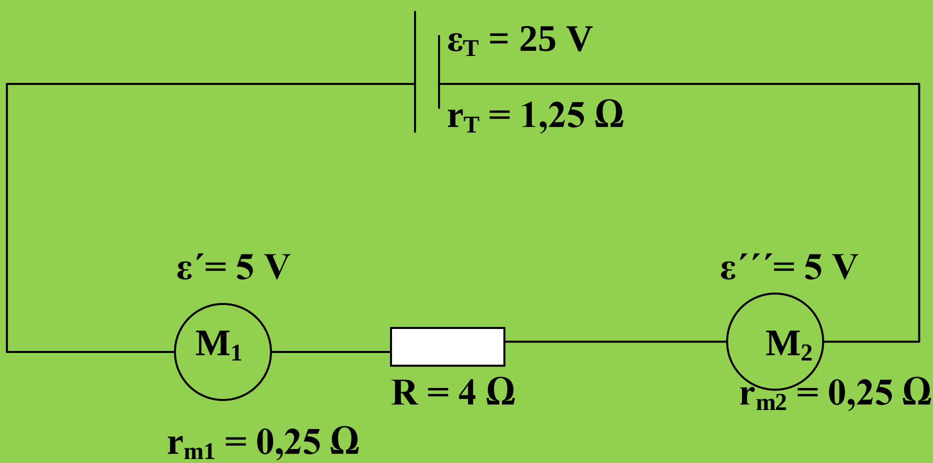
$$\sum \varepsilon = (- \varepsilon'') + \varepsilon_{11} + \varepsilon_3 = - 5 + 20 + 10 = 25\ V$$

Por estar en serie las resistencias:

$$\sum r = r_2 + r_{11} + r_3 = 0,5 + 0,25 + 0,5 = 1,25\ \Omega$$



El circuito inicial nos queda de la forma:



Ahora podemos aplicar:

$$Potencias_{aplicadas} = Potencias_{consumidad} \quad (1)$$

Potencias suministradas:

El generador equivalente → $P = I \cdot \varepsilon_T$

Potencias consumidas:

El propio generador equivalente → $P = I^2 \cdot r_T$

Motor1 → P = I . fuerza contraelectrompotriz → $P = I \cdot \varepsilon'$

$P = I \cdot$ resistencia interna $= I^2 \cdot r_{m1}$

Resistencia exterior → $P = I^2 \cdot R$

Motor2 → $P = I \cdot \varepsilon'''$

$P = I^2 \cdot r_{m2}$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$I \cdot \varepsilon_T = I \cdot \varepsilon' + I^2 \cdot r_{m1} + I^2 \cdot R + I \cdot \varepsilon''' + I^2 \cdot r_{m2}$$

$$I \cdot \varepsilon_T - I \cdot \varepsilon' - I \cdot \varepsilon''' = I^2 \cdot r_{m1} + I^2 \cdot R + I^2 \cdot r_{m2}$$

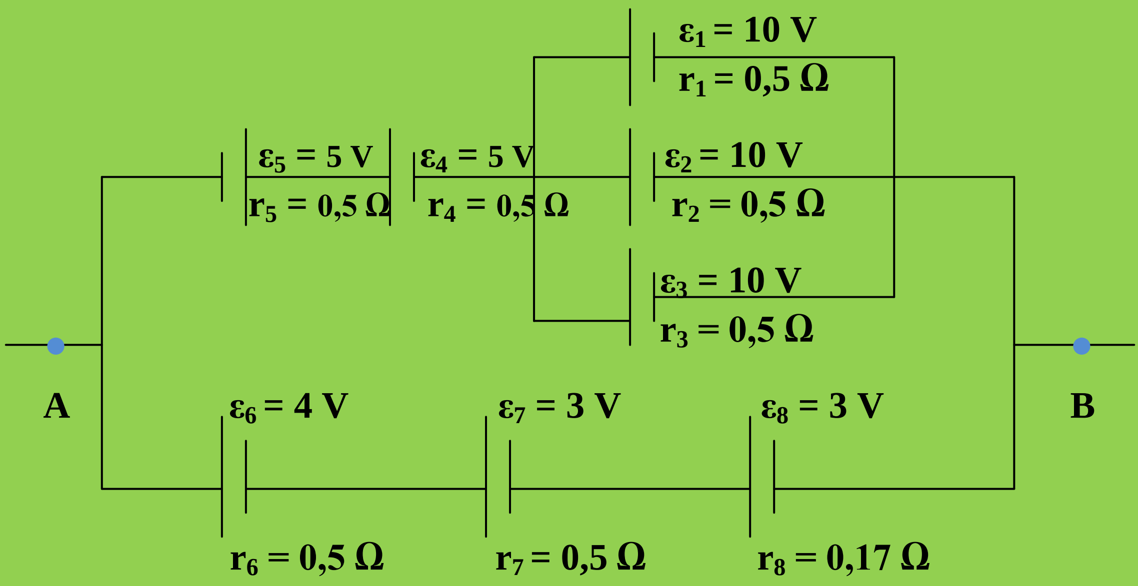
$$I \cdot (\varepsilon_T - \varepsilon' - \varepsilon''') = I^2 \cdot (r_{m1} + R + r_{m2})$$

$$I = (\varepsilon_T - \varepsilon' - \varepsilon''') / (r_{m1} + R + r_{m2})$$

$$I = (25 - 5 - 5) / (0,25 + 4 + 0,25) = 15\ V / 4,50\ \Omega = 3,33\ A$$

Ejercicio resuelto

Dada la asociación de generadores:



Proporcionan al circuito al cual pertenecen una intensidad de 5 A. Determinar:

a) **La potencia de la asociación**
b) **La diferencia de potencial entre los extremos de la asociación**

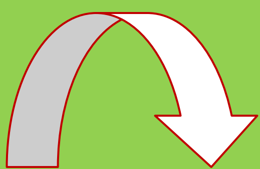
Resolución

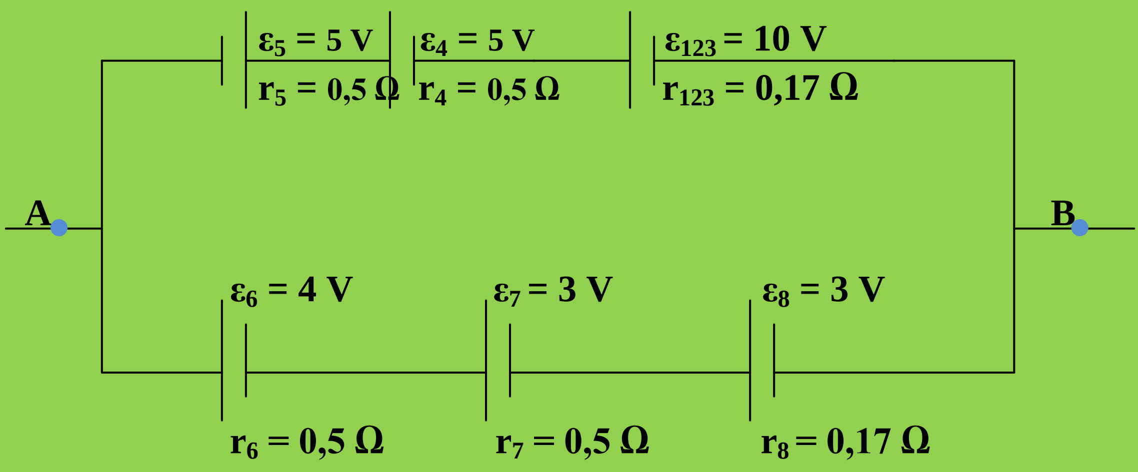
Recordar que para asociar generadores en paralelo, todos los generadores deben ser iguales. Se obtendrá un generador equivalente de la misma fuerza electromotriz y resistencia la equivalente a resistencias asociadas en paralelo. Por lo tanto la asociación inicial pasará a ser:

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_{123} = 10\ V$

$1 / r_{123} = 1 / r_1 + 1 / r_2 + 1 / r_3$; $1 / r_{123} = 1 / 0,5 + 1 / 0,5 + 1 / 0,5$

$1 / r_{123} = 2 + 2 + 2$; $1 / r_{123} = 6$; $r_{123} = 1 / 6 = 0,17\ \Omega$





En la rama superior el generador nº 5 tiene polaridad distinta al Nº 4 y al nº 123. Se obtendrá un generador equivalente de:

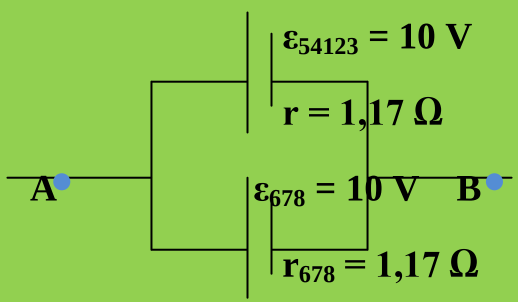
$$\sum\varepsilon = -5 + 5 + 10 = \mathit{10\ V}$$

$$\sum r = 0,5 + 0,5 + 0,17 = \mathit{1,17}\ \Omega$$

En la rama inferior:

$$\sum\varepsilon = 4 + 3 + 3 = \mathit{10\ V}$$

$$\sum r = 0,5 + 0,5 + 0,17 = \mathit{1,17}\ \Omega$$

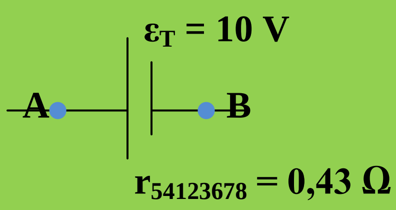


Obtendremos el generador equivalente:

$$\varepsilon_{54123} = \varepsilon_{678} = \varepsilon_T = \mathit{10\ V}$$

$$1 / r_{54123678} = 1 / r_{54123} + 1 / r_{678}\ ;\ 1 / r_{54123678} = 1,17 + 1,17$$

$$1/ r_{54123678} = 2,34\ \ ;\ r_{54123678} = 1 / 2,34 = \mathit{0,43}\ \Omega$$



Ya estamos en condiciones de contestar a las cuestiones planteadas:

a)

La potencia viene en función de la intensidad de corriente y de la fuerza electromotriz:

$$P = I \cdot \varepsilon_T \quad ; \quad P = 5\ A \cdot 10\ V = 50\ W$$

b)

La diferencia de potencial entre los extremos de la asociación esla misma que entre los extremos del generador equivalente y viene dada por la ecuación:

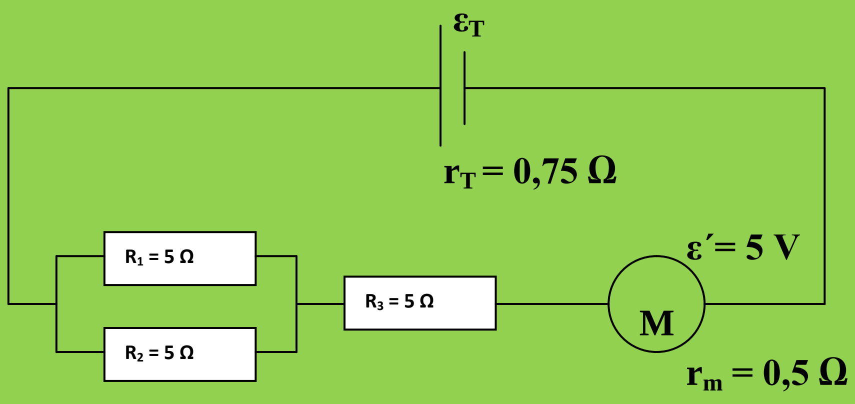
$$(V_A - V_B) = \varepsilon_T - I \cdot r_{54123678} = 10 - 4{,}5 \cdot 0{,}43 = 8{,}06\ V$$

Ejercicio resuelto

Una asociación de tres generadores forman un circuito mediante su asociación en serie con tres resistencias de 5 Ω, las dos primera asociadas en paralelo y la tercera en serie con las dos anteriores y un motor de fuerza contraelectromotriz de 5 V y resistencia interna de 0,5 Ω. En los extremos de la asociación de los generadores se establece una diferencia de potencial que le proporciona al circuito una intensidad de corriente eléctrica de 8 A. Determinar la asociación de los tres generadores sabiendo que su r_T = 0,75 Ω. Dibujar los posibles circuitos.

Resolución

Podemos establecer un segundo circuito en donde se establezca el generador equivalente a los tres iniciales:



Las tres resistencias se pueden convertir en una.

Las dos primeras por estar asociadas en paralelo su equivalente vale:

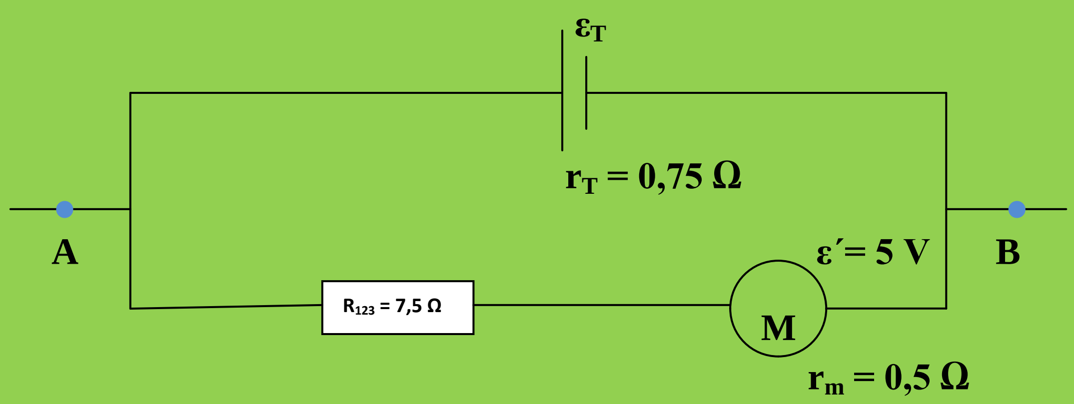
$1 / R_{12} = 1 / R_1 + 1 / R_2$; $1 / R_{12} = 1 / 5 + 1 / 5$; $1 / R_{12} = 2 / 5$

$$R_{12} = 5 / 2 = 2,5\ \Omega$$

La R_{12} se encuentra en serie con R_3 y la resistencia equivalente final será:

$$R_T = R_{12} + R_3 = 2,5 + 5 = 7,5\ \Omega$$

El tercer circuito quedará de la forma:



Debemos conocer ε_T. Para ello haremos uso de las ecuaciones:

$$Potencias_{suministradas} = Potencias_{consumidas}$$

Potencias suministradas:

El generador → $P = I \,.\, \varepsilon_T$

Potencias consumidas:

El propio generador → $P = I^2 \,.\, r_T$

La resistencia equivalente → $P = I^2 \,.\, R_{123}$

El motor → $P = I \,.\, \varepsilon'$

El motor → $P = I^2 \,.\, r_m$

$$I \,.\, \varepsilon_T = I^2 \,.\, r_T + I^2 \,.\, R_{123} + I \,.\, \varepsilon' + I^2 \,.\, r_m$$

$$I \,.\, \varepsilon_T - I \,.\, \varepsilon' = I^2 \,.\, r_T + I_2 \,.\, R_{123} + I^2 \,.\, r_m$$

$$I \,.\, (\varepsilon_T - \varepsilon') = I^2 \,.\, (r_T + R_{123} + r_m)$$

$$I = \varepsilon_T - \varepsilon' / (r_T + R_{123} + r_m)$$

$$8 = \varepsilon_T - 5 / (r_T + R_{123} + r_m)$$

$$8 \,.\, (0{,}75 + 7{,}5 + 0{,}5) = \varepsilon_T - 5 \;\; ; \;\; 6 + 60 + 4 + 5 = \varepsilon_T$$

$$\varepsilon_T = 75\ V$$

Ya tenemos la fuerza electromotriz de la asociación de generadores. Debemos asociarlos de forma que estemos de acuerdo con ε_T:

Si dividimos los 75 V entre 3:

$$75 / 3 = 25\ V$$

Cada generador tendría 25 V de f.e.m. *Si mantenemos este valor para cada uno de los generadores*, la asociación en *serie* cumple las condiciones para ser posible.

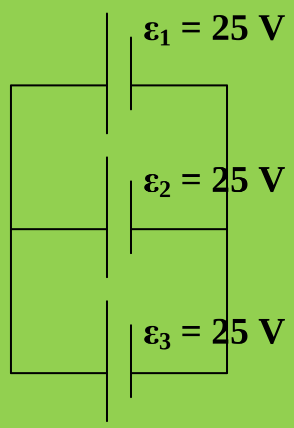
$\varepsilon_1 = 25\ V$ $\quad$ $\varepsilon_2 = 25\ V$ $\quad$ $\varepsilon_3 = 25\ V$

$r_1 = 0{,}25\ \Omega$ $\quad$ $r_2 = 0{,}25\ \Omega$ $\quad$ $r_3 = 0{,}25\ \Omega$

$$\varepsilon_T = \sum\varepsilon = 25 + 25 + 25 = 75\ V$$

$$r_T = r_1 + r_2 + r_3 = 0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}75\ \Omega$$

Una segunda posibilidad sería:



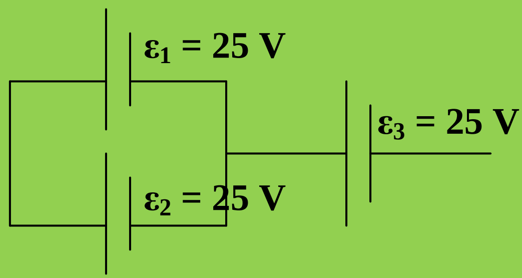
Si recordamos las características de la asociación en paralelo de generadores:

a) Todos tienen que ser iguales

b) Su fuerza electromotriz es la misma que la de uno de los generadores

El generador resultante tendría 25 V de f.e.m. Circunstancia que no se cumple.

Otra posibilidad sería:



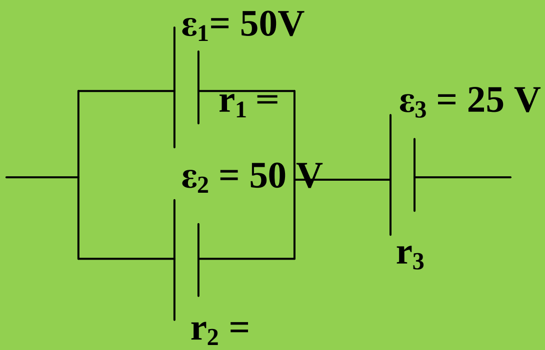
$$\sum\varepsilon = \varepsilon_{12} + \varepsilon_3 = 25 + 25 = 50\ V \quad \text{No es el caso}$$

Lo razonado estaba en función de que los tres generadores tenían la misma fuerza electromotriz (25 V). Si consideramos que los generadores pueden tener f.e.m. distintas puede existir otra asociación.

Haremos que:

$$\varepsilon_1 = 50\ V \ ;\ \varepsilon_2 = 50\ V \ ;\ \varepsilon_3 = 25\ V$$

Si conocemos las propiedades de la asociación en paralelo podemos hacer el siguiente montaje:



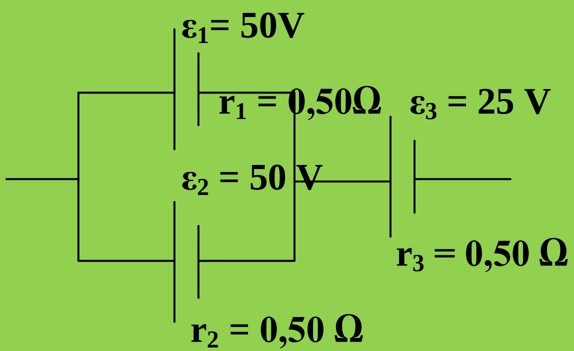
Debemos distribuir los 0,75 Ω de resistencia interna establecidos entre los tres generadores. Vamos a suponer que r_3 = 0,50 Ω. Los 0,25 Ω restantes los tenemos que distribuir entre el 1º y 2º generador que como podemos observar están asociados en paralelo, luego:

$$1 / r_{12} = 1 / r_1 + 1 / r_2 \ ;\ \text{debe cumplirse que } r_1 = r_2 = r$$

$$1 / 0{,}25 = 1 / r + 1 / r \ ;\ 1 / 0{,}25 = 2 / r \ ;\ r = 0{,}25 \cdot 2$$

$$r = 0{,}50\ \Omega = r_1 = r_2$$

Podemos establecer la siguiente asociación:



Solo nos que por comprobar si las resistencias internas cumplen la condición de sumar 0,75 Ω:

$$r_T = r_{12} + r_3$$

$1 / r_{12} = 1 / r_1 + 1 / r_2$; $r_1 = r_2 = r$; $1 / r_{12} = 1 / 0,5 + 1 / 0,5$

$1 / r_{12} = 2 + 2$; $4 . r_{12} = 1$; $r_{12} = 1 / 4$; $r_{12} = 0,25\ \Omega$

$r_T = 0,25 + 0,50 = 0,75\ \Omega$

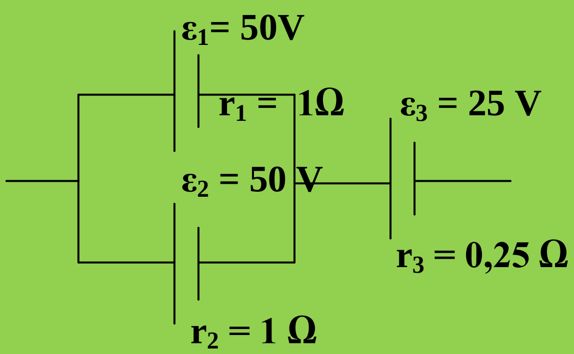
Si a r_3 le damos el valor de 0,25 Ω deberemos repartir entre el generador 1º y 2º 0,5 Ω

$1/0,50 = 1/r + 1/r$; $1/0,5 = 2 / r$; $r = 1 = r_1 = r_2$

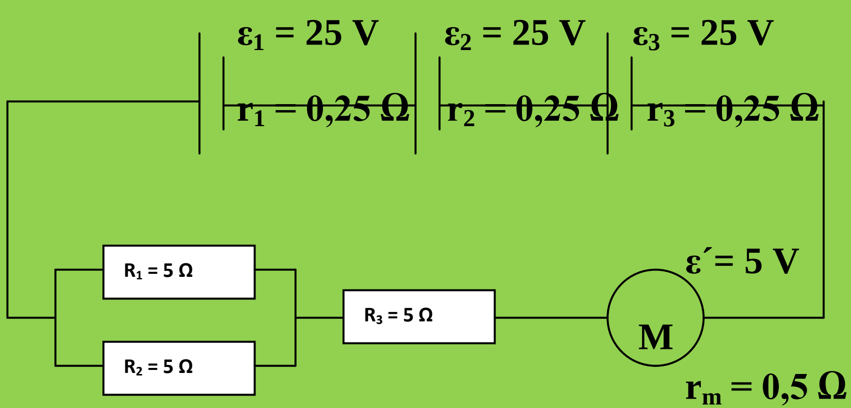
$1/r_{12} = 1 + 1$; $r_{12} = 1 / 2 = 0,5\ \Omega$

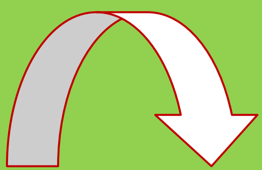
$r_T = 0,5 + 0,25 = 0,75\ \Omega$

Luego tenemos una nueva asociación:

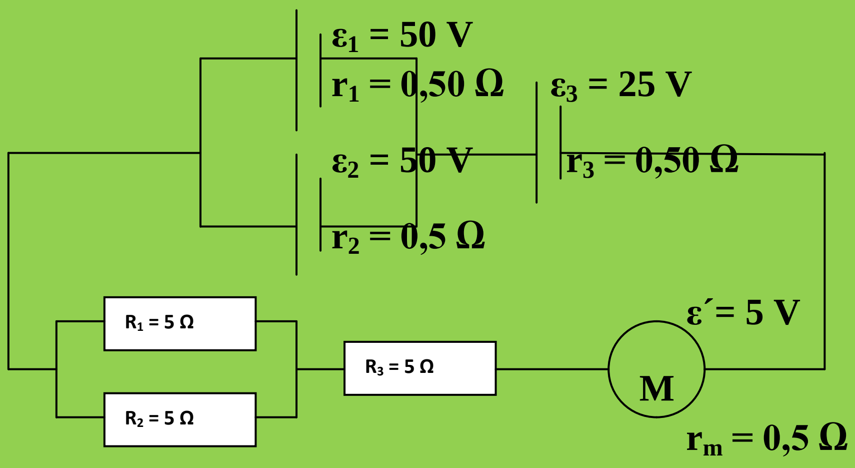


Circuito nº 1

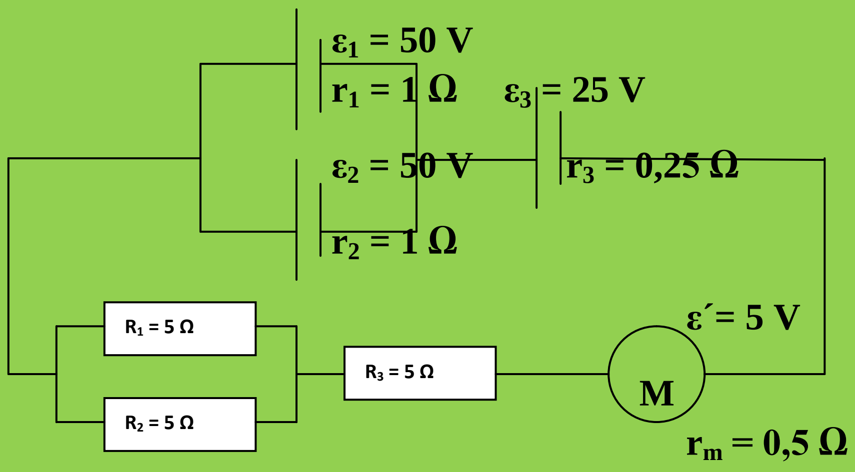




Circuito nº 2:

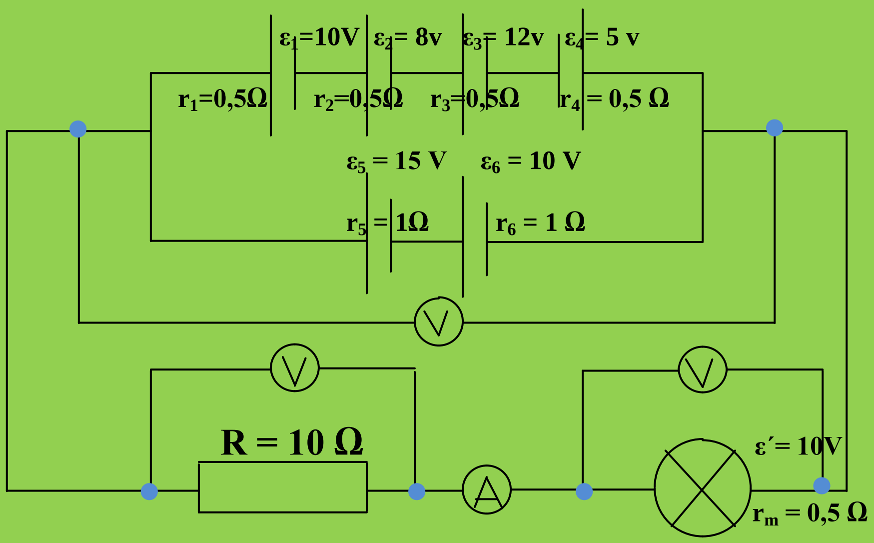


Circuito nº 3:



Ejercicio resuelto

En el circuito adjunto determinar lo que marcan los voltímetros y amperímetros añadidos a dicho circuito.



Resolución

Simplifiquemos la asociación de los generadores:

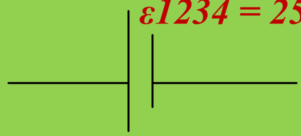
El generador nº 4 tiene polaridad distinta al resto de su asociación por lo que su f.e.m. tendrá signo negativo:

$$\sum \varepsilon_{1234} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + (-\varepsilon_4)$$

$$\sum \varepsilon_{1234} = 10 + 8 + 12 + (-5) = 25\ V$$

$$\sum r = r_1 + r^2 + r^3 + r^4 = 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 = 2\ \Omega$$

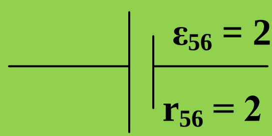
$\varepsilon 1234 = 25\ V$



$r_{1234} = 2\ \Omega$

$$\sum \varepsilon_{56} = \varepsilon_5 + \varepsilon_6 = 15 + 10 = 25\ V$$

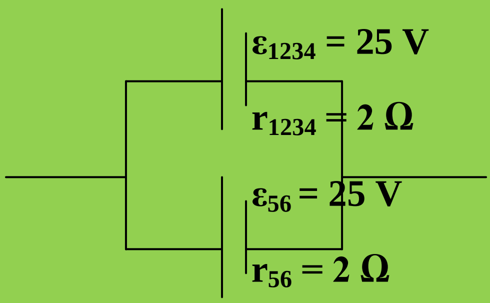
$$\sum r_{56} = r_5 + r_6 = 1 + 1 = 2\ \Omega$$



$\varepsilon_{56} = 25\ V$

$r_{56} = 2\ \Omega$

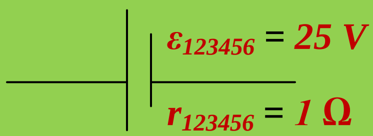
Podemos crear la asociación:



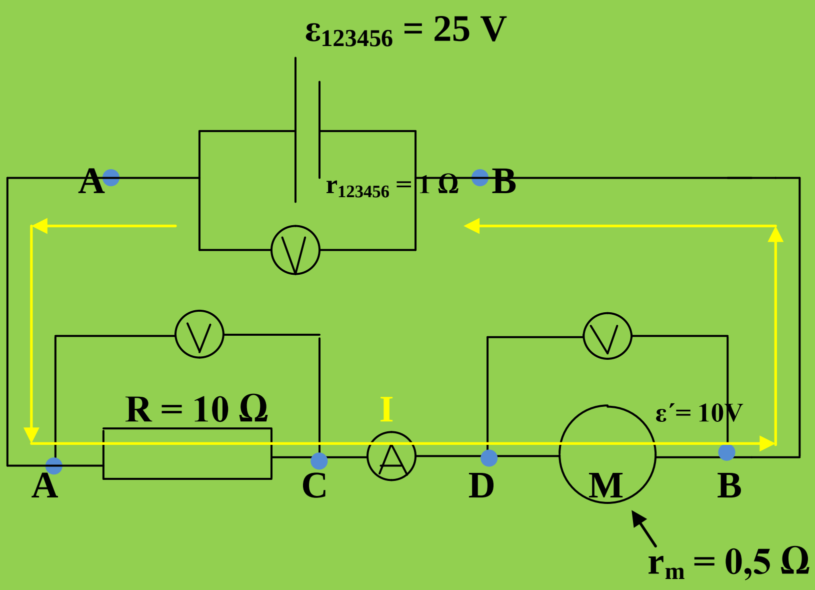
Esta asociación se puede transformar en un solo generador que por estar asociados en paralelo la f.e.m. valdrá 25 V. La resistencia de este generador equivalente la podemos calcular:

$1 / r_{123456} = 1 / r_{1234} + 1 / r_{56}$; $1 / r_{123456} = 1 / 2 + 1 / 2$

$1 / r_{123456} = 1$; $r_{123456} = 1\ \Omega$



El circuito inicial varía bastante:



El amperímetro marcará una intensidad de corriente eléctrica:

$$Potencias_{suministradas} = Potencias_{consumidas} \quad (1)$$

Potencias suministradas:

El generador equivalente → $P = I \cdot \varepsilon_{123456}$

Potencias consumidas:

El propio generador → $P = I^2 \cdot r_{123456}$

La resistencia exterior → $P = I^2 \cdot R$

El motor → $P = I \cdot \varepsilon'$

El motor → $P = I^2 \cdot r_m$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$I \cdot \varepsilon_{123456} = I^2 \cdot r_{123456} + I^2 \cdot R + I \cdot \varepsilon' + I^2 \cdot r_m$$

$$I \cdot \varepsilon_{123456} - I \cdot \varepsilon' = I^2 \cdot (r_{123456} + R + r_m)$$

$$I \cdot (\varepsilon_{123456} - \varepsilon') = I^2 \cdot (r_{123456} + R + r_m)$$

$$I = \varepsilon_{123456} - \varepsilon' / r_{123456} + R + r_m)$$

$$I = 25\ V - 10\ V / (1 + 10 + 0{,}5) = 15\ V / 11{,}5 = 1{,}3\ A$$

El voltímetro de la resistencia exterior marcará:

$$I = (V_A - V_C) / R \quad ; \quad (V_A - V_C) = I \cdot R = 1{,}3\ A \cdot 10\ \Omega$$

$$(V_A - V_C) = 13\ V$$

El voltímetro del motor nos marca:

$$(V_C - V_B) = \varepsilon' + I \cdot r_m \quad ; \quad (V_C - V_B) = 10\ V + 1{,}3\ A \cdot 0{,}5\ \Omega$$

$$(V_C - V_B) = 10{,}65\ V$$

Ejercicio resuelto

Práctica de laboratorio: **Creación de un circuito de corriente continua**

Material:

.- Dos generadores iguales de 10 V de fuerza electromotriz y 0,5 Ω de resistencia interna.

.- Hilo conductor.

.- Un portalámparas con una bombilla de 10 Ω de resistencia

.- Un motor de fuerza contraelectromotriz 15 V y resistencia interna 0,25 Ω.

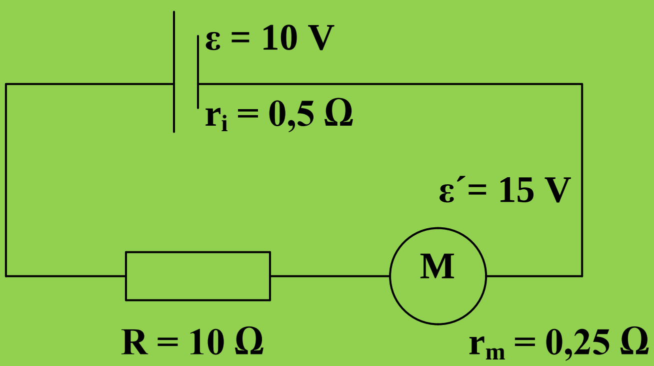
Procedimiento:

Tomar un generador y asociarlo en serie con el portalámparas y el motor. Hacer un croquis del circuito que debe ser cerrado. Observar lo que ocurre y dar una explicación.

Si ocurre algo anormal solucionar el problema.

Resolución

Esquema del circuito:



El circuito *NO FUNCIONA*. El generador no puede, con su fuerza electromotriz, hacer que el circuito funcione. Demostración:

$$Potencias_{suministradas} = Potencias_{consumidas}$$

$$I \cdot \varepsilon = I^2 \cdot r_i + I^2 \cdot R + I \cdot \varepsilon' + I \cdot r_m$$

$$I \cdot \varepsilon - I \cdot \varepsilon' = I^2 \cdot (r_i + R + r_m)$$

$$I \cdot (\varepsilon - \varepsilon') = I^2 \cdot (r_i + R + r_m)$$

$$I = \varepsilon - \varepsilon' / (0{,}5 + 10 + 0{,}25) \; ; \; I = (10 - 15) / 10{,}75 = -0{,}46\ A$$

EL CIRCUITO NO FUNCIONA PORQUE *LA FUERZA ELECTROMOTRIZ DEL GENERADOR* NO ES LO SUFIENTEMENTE ALTA COMO PARA *ENCENDER LA BOMBILLA Y HACER QUE FUNCIONE EL MOTOR*. LA PRUEBA ESTÁ EN LA INTENSIDAD NEGATIVA QUE NOS APARECE MATEMÁTICAMENTE.

La solución al problema es utilizar conjuntamente los dos generadores:

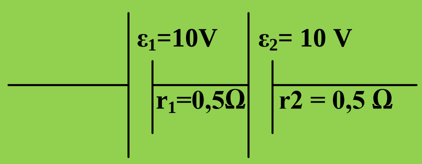
Los dos generadores los podremos asociar de dos formas:

a)

En paralelo. Si recordamos las propiedades de la asociación de generadores en paralelo sabemos que obtenemos un nuevo generador pero con la misma fuerza electromotriz, es decir, 10 V. El circuito volverá a no funcionar.

b)

En serie:

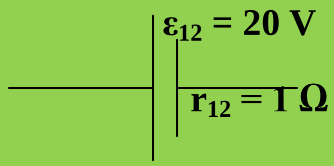


Obtendremos un generador con una fuerza electromotriz:

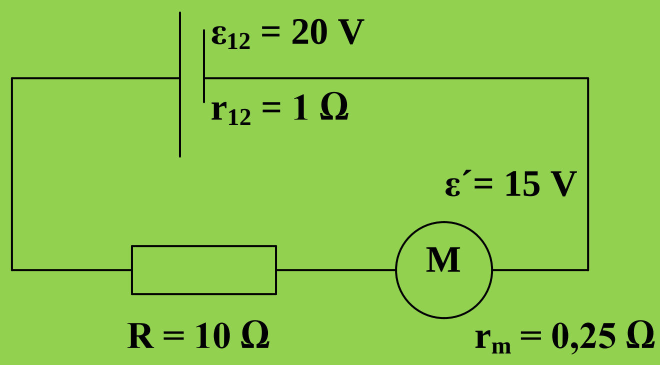
$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 10 + 10 = 20\ V$$

y con una resistencia:

$$r_{12} = r_1 + r_2 = 0{,}5 + 0{,}5 = 1\ \Omega$$



Acoplemos el nuevo generador al circuito:



Apliquemos el principio fundamental del circuito de corriente continua:

$$Potencias_{suministradas} = potencias_{consumidas}$$

$$I \cdot \varepsilon_{12} = I^2 \cdot r_{12} + I^2 \cdot R + I \cdot \varepsilon' + I^2 \cdot r_m$$

$$I \cdot \varepsilon_{12} - I \cdot \varepsilon' = I^2\,(r_{12}+R+r_m)$$

$$I = \varepsilon_{12} - \varepsilon' / (r_{12}+R+r_m)$$

$$I = 20\ V - 15\ V / (1 + 10 + 0{,}25)\ \Omega$$

$$I = 5\ V / 11{,}25\ \Omega = 0{,}44\ A$$

La intensidad positiva hace posible que el circuito funcione.

NOTA: No hemos tenido en cuenta el amperaje de la bombilla y del motor.

9.- Redes de Corriente Continua. Reglas de Kirchhoff

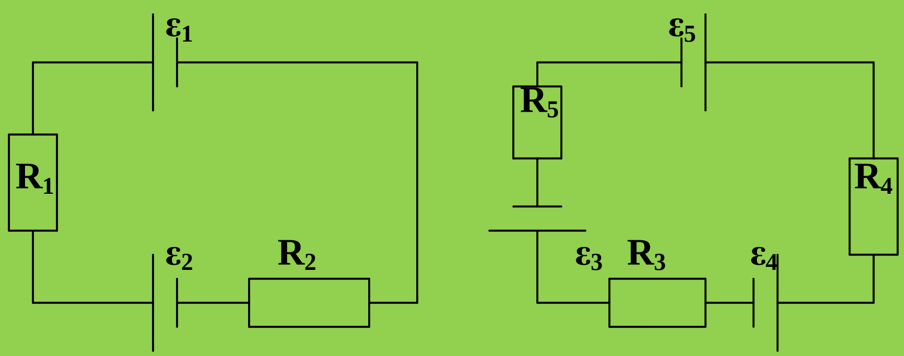
Reglas de Kirchhoff
http://rabfis15.uco.es/lvct/tutorial/27/tema9a.htm

Reglas de Kirchhof
http://personales.upv.es/jquiles/prffi/redes/ayuda/hlpkirchhoff.htm

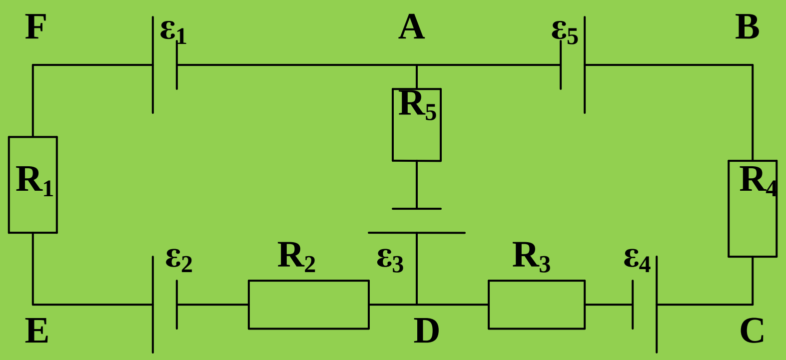
Reglas de Kirchhoff
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/2750/2954/html/42_leyes_de_kirchhoff.html

Reglas de Kirchhoff
http://es.slideshare.net/antonyrmrz/tema-2-leyes-de-kirchhoff#btnNext

Si unimos dos circuitos sencillos de corriente continua obtenemos un circuito algo más complejo pero no por ello más difícil de resolver. Supongamos los circuitos:



Podemos unir los dos circuitos:



Obtenemos lo que se conoce como una *RED*.

En una red nos encontramos con los siguientes elementos:

a) ***Nudo*** **.- Un punto de la red donde se unen como mínimo tres conductores.**

   En nuestro ejemplo: el punto A y el punto D

b) ***Malla*** **.- Se constituye por uno de los circuitos.**

   En nuestro ejemplo:

   1ª Malla: ADCBA

   2ª Malla: ADEFA

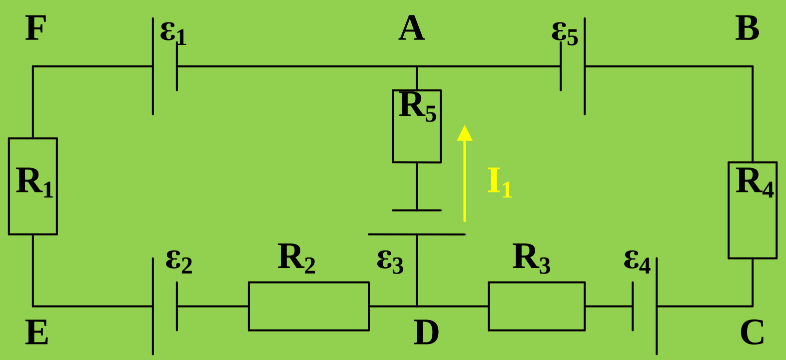
c) ***Rama*****.- Es la parte de la red comprendida entre dos nudos consecutivos y recorrida por la misma intensidad de corriente.**

Estos circuitos no se pueden resolver mediante la ley de Ohm Generalizda. Tendremos que aplicar las *reglas de Kirchhoff*.

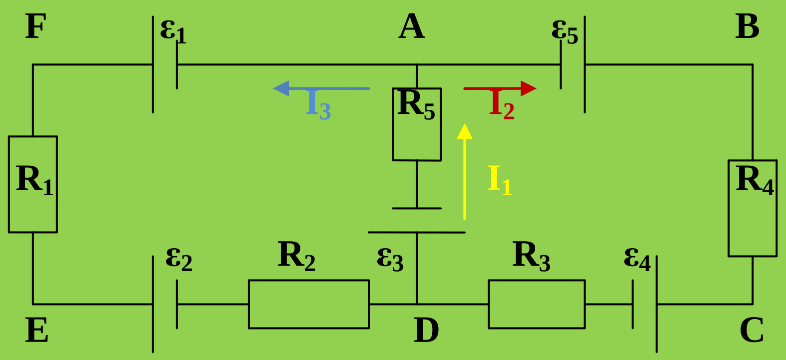
Regla de los NUDOS.- **la suma algebraica de las intensidades que concurren en un NUDO es cero:**

Supongamos la red anterior en donde no aparece ninguna intensidad de corriente. Esto es fabuloso porque puedo trabajar como yo quiera:

Supongo una intensidad de corriente que circula del nudo D al nudo A.



Cuando I_1 llegue al nudo A se descompondrá en dos intensidades la I_2 y la I_3.



Según Kirchhoff:

$$\sum I = 0$$

Como criterio de signos, para las intensidades, utilizaremos:

a) **Las intensidades que llegan a un nudo *POSITIVAS***

b) **Las intensidades que salen de un nudo *NEGATIVA***

En el nudo A:

$$I_1 + (-I_2) + (-I_3) = 0$$

$$I_1 – I_2 – I_3 = 0$$

Despejando I_1:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

De esta última ecuación podemos establecer la primera regla de Kirchhoff como:

En un nudo de una red, las intensidades de corriente eléctrica que llegan al mismo es igual a la suma de intensidades que salen.

En lo que respecta a las Mallas de la red.

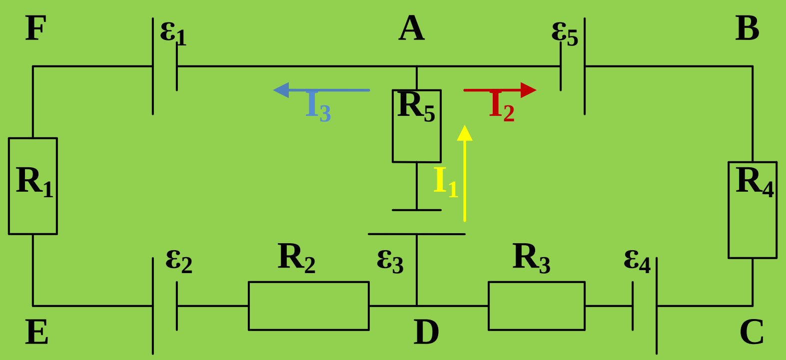
La suma de las fuerzas electromotrices en una malla cualquiera es igual a la suma de los productos de la Intensidad por las resistencias de la propia malla:

$$\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$$

Para aplicar esta segunda regla deberemos:

a) **La dirección y sentido de las intensidades de corriente eléctrica que circula por las mallas pueden venir determinadas en el dibujo de la red. Si no es así lo eligiremos nosotros de forma arbitraria.**

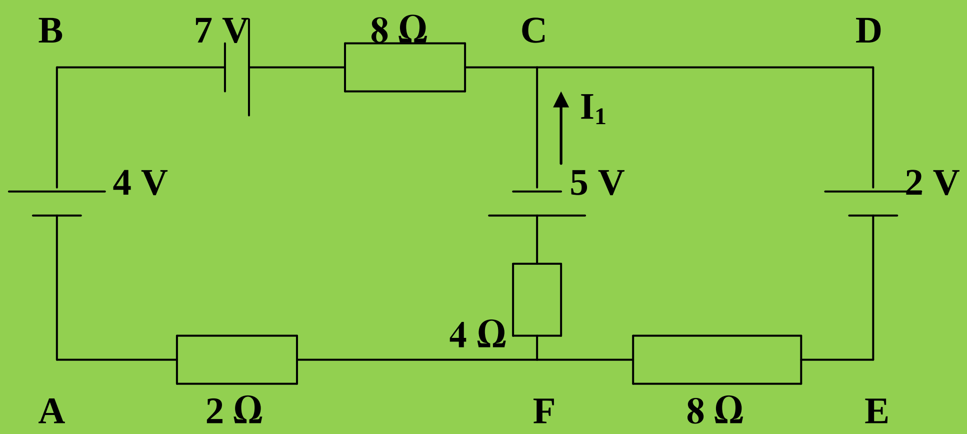
b) **La fuerza electromotriz de un generador es positiva cuando produzca una corriente positiva (del polo positivo del generador al polo negativo). Podemos utilizar una regla más simple pero que implica lo mismo: Si la intensidad de corriente entra por el polo negativo la fuerza electromotriz de la pila es *POSITIVA*, si entra por el polo positivo será *NEGATIVA*.**



Aplicando las reglas de Kirchhoff nos pueden aparecer intensidades negativas pero ello *NO ES UN ERROR* es que la intensidad de corriente circula en la malla en sentido contrario al que se le ha dado.

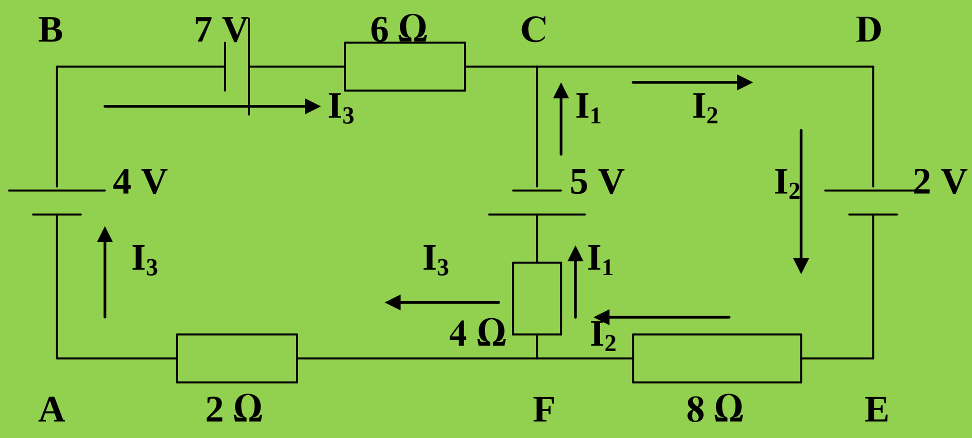
Ejercicio resuelto

Dada la red:



Resolución

Al llegar I_1 al nudo C aparecerán la I_2 y la I_3.



Nudo C: $I_1 + I_3 = I_2 \rightarrow I_1 = I_2 - I_3$; $I3 = I_2 - I_1$

Nudo F : $I_2 = I_3 + I_1$

Malla ABCFA:

$$\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$$

$$4 + 7 - 5 = 2 \cdot I_3 + 6 \cdot I_3 - 4 \cdot I_1$$

$$6 = 8\, I_3 - 4\, I_1$$

Malla FCDEF:

$$-5 - 2 = 4 \cdot I_1 + 8 \cdot I_2$$

$$-7 = 4 \cdot I_1 + 8\, I_2$$

Vamos a unir ecuaciones:

$I_1 + I_3 = I_2$

$6 = 8 \cdot I_3 - 4 \cdot I_1$ (1) En (1) sustituimos el valor de $I_3 = I_2 - I_1$

$-7 = 4 \cdot I_1 + 8 \cdot I_2$ (2) $6 = 8\,(I_2 - I_1) - 4\, I_1$

$6 = 8\, I2 - 8\, I1 - 4\, I1$; $6 = 8\, I_2 - 12\, I_1$

Formamos el sistema:

$- 7 = 4 . I_1 + 8 . I_2$ (2)

$6 = 8 I_2 – 12 I_1$

De (2) despejamos I_1:

$- 7 – 8 I_2 = 4 I_1$; $I_1 = (-7 – 8 I_2) / 4$

Y llevamos I_1 a:

$6 = 8 I_2 – 1_2 . (-7 – 8 I_2) / 4$; $6 = 8 I_2 + 21 + 96 I_2$

$-102 I_2 = 21 – 6$; $- 102 I_2 = 15$; $I_2 = 15 / (-102) = - 0,147$ A

De:

$I_1 = (-7 – 8 I_2) / 4$

podemos conocer I_1:

$I_1 = [(- 7 – 8 . (- 0,147)] / 4$; $I_1 = (-7 + 1,176) / 4 = - 1,45$ A

De:

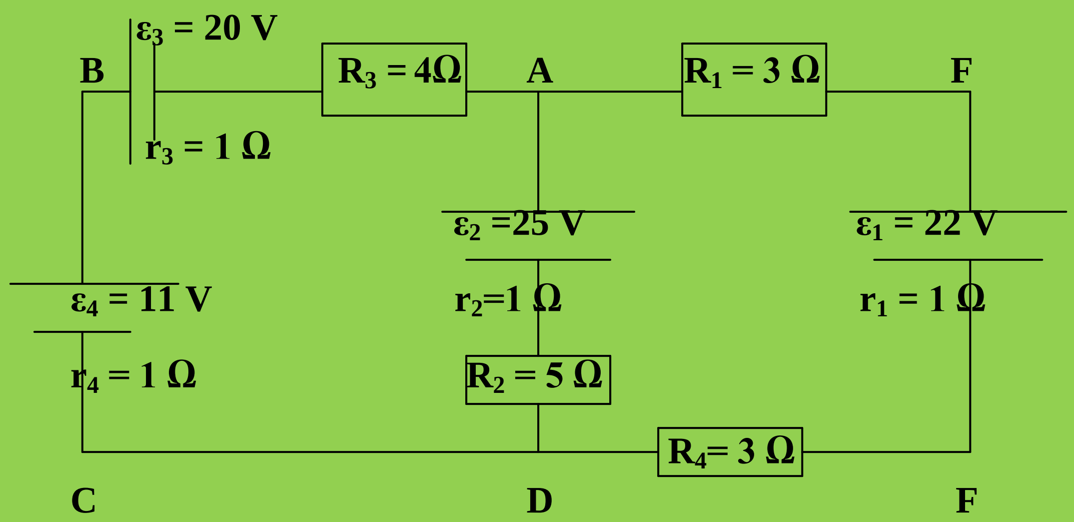
$I_3 = I_2 – I_1$

Podemos conocer I_3:

$I_3 = -0,47 – (-1,45) = 0,98$ A

Ejercicio resuelto

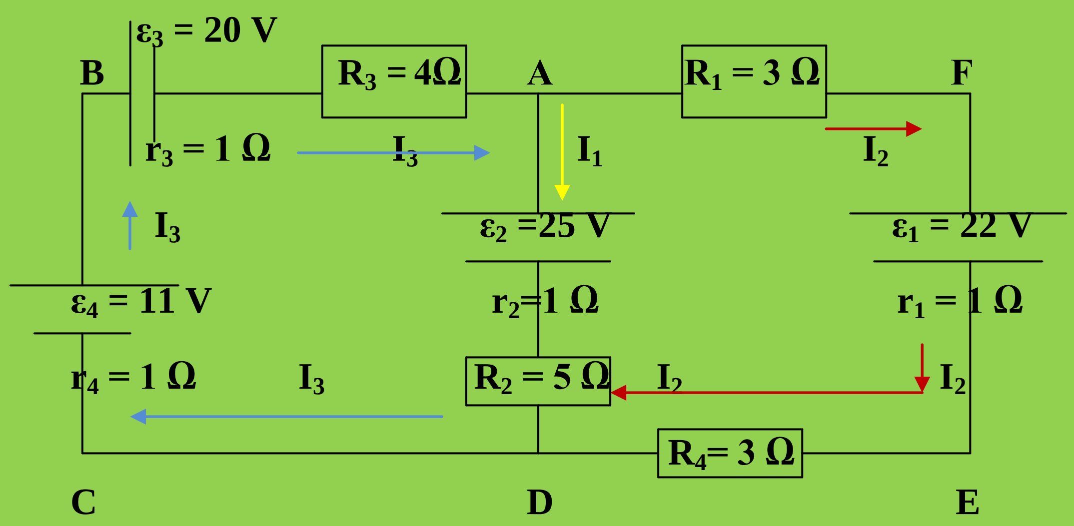
Dada la red:



Determinar la intensidad de corriente eléctrica que circula por la red.

Resolución

Estableceré la las direcciones y sentidos de las intensidades que circulan por las mallas de la red.



Ecuaciones:

NUDO A: $I_3 = I_1 + I_2$ (1)

NUDO D: $I_1 + I_2 = I_3$

MALLA AFEDA: $\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$

$$- 22 - 25 = I_2 \cdot R_1 + I_2 \cdot r_1 + I1 \cdot r_1 + I_1 \cdot R_2$$

$$- 45 = 3\, I_2 + 1 \cdot I_2 + 1\, I_1 + 5\, I_1$$

$$- 45 = 4\, I_2 + 6\, I_1 \quad (2)$$

MALLA ADCBA:

$$- 25 + 11 - 20 = I_1 \cdot r_2 + I_1 \cdot R_2 + I_3 \cdot r_4 + I_3 \cdot r_3 + I_3 \cdot R_3$$

$$-34 = 1 \cdot I_1 + 5\, I_1 + 1 \cdot I_3 + 1 \cdot I_3 + 4 \cdot I_3$$

$$-34 = 6\, I_1 + 6\, I_3$$

Unimos ecuaciones:

$I_3 = I_1 + I_2 \rightarrow I_2 = I_3 - I_1$

Y la llevamos a (2):

$- 45 = 4\, I_2 - 4\, I_1 \rightarrow -45 = 4 \cdot (I_3 - I_1) - 4\, I_1 \ ; -45 = 4\, I_3 - 4\, I_1 - 4\, I_1$

$$\left.\begin{array}{l} -45 = 4\, I_3 - 8\, I_1 \\ -34 = 6\, I_1 + 6\, I_3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 8I_1 = 4\, I_3 + 45 \rightarrow I_1 = (4\, I_3 + 45) / 8 \\ -34 = 6 \cdot (4I_3 + 45) / 8 + 6\, I_3 \ ; \end{array}$$

$$-34 = 24I_3 + 270 / 8 + 6\, I_3$$

$$-272 = 24\, I_3 + 270 + 48\, I_3$$

$$- 272 - 270 = 72\, I_3 \ ; \quad I_3 = -542 / 72 = -7{,}52\ A$$

De:

$I_1 = (4\, I_3 + 45) / 8$

Podemos conocer I_1:

$I_1 = 4 \cdot (-7{,}52) + 45 / 8 \ ; \ I_1 = 1{,}86\ A$

Llevando estos valores a:

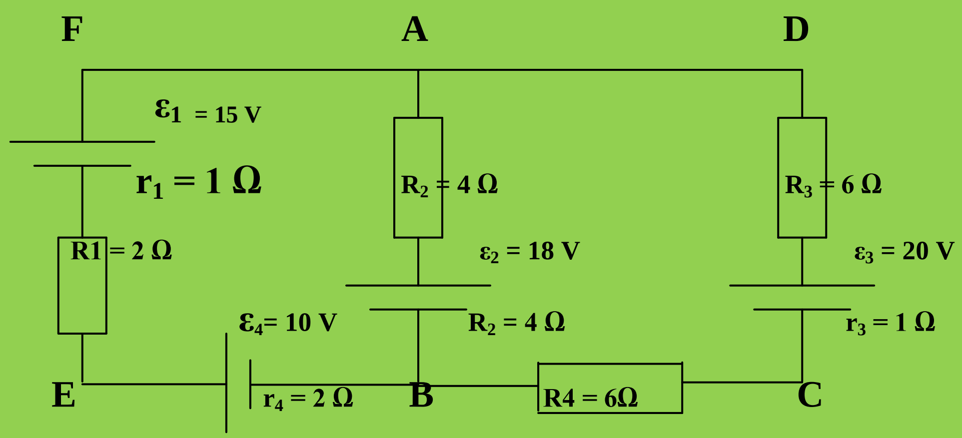
$I_2 = I_3 - I_1$

Conoceremos I_2:

I_2 = -7,52 – 1,86 = *- 9,38 A*

Ejercicio resuelto

Dada la red:



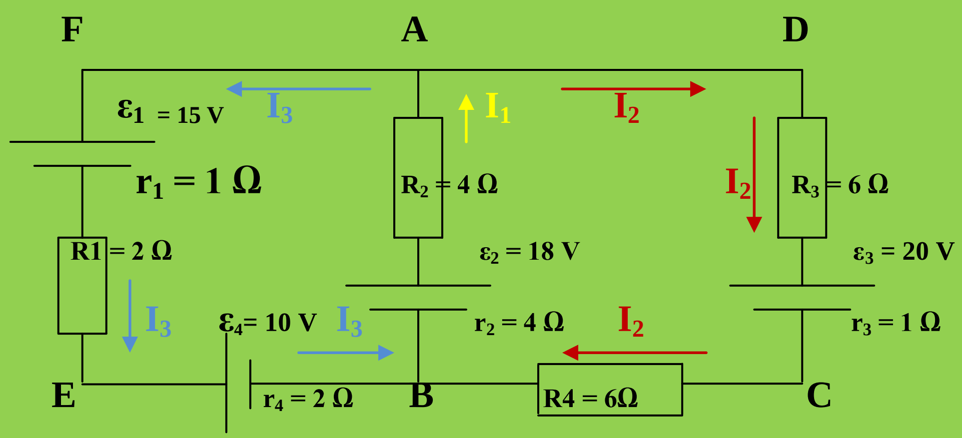
Determinar:

a) **Las intensidades que recorren las dos mallas de la red.**
b) **La diferencia de potencial entre los puntos A y B.**

Resolución

a)

Debemos establecer los sentidos de las tres intensidades que circulan por la red.



Ecuaciones:

NUDO A: $I_1 = I_2 + I_3$; $I_2 = I_1 - I_3$; $I_3 = I_1 - I_2$

Malla ABCDA: $\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$

$- 20 + 18 = I_2 \cdot R_3 + I_2 \cdot r_3 + I_2 \cdot R_4 + I_1 \cdot r_2 + I_1 \cdot R_2$

$- 2 = 6\, I_2 + 1 \cdot I_2 + 6\, I_2 + 4\, I_1 + 4\, I_1$

$- 2 = 13\, I_2 + 8\, I_1$

Malla ABEFA: $\sum \varepsilon = \sum R \cdot I$

$- 15 - 10 + 18 = I_3 \cdot r_1 + I_3 \cdot R1 + I_3 \cdot r_4 + I_1 \cdot r_2 + I_1 \cdot R_2$

$- 7 = 1 \cdot I_3 + 2 \cdot I_3 + 4 \cdot I_3 + 4 \cdot I_1 + 4 \cdot I_1$

$- 7 = 7\, I_3 + 8\, I_1$

Unimos ecuaciones:

$- 2 = 13\, I_2 + 8\, I_1 \quad (1)$

$- 7 = 7\, I_3 + 8\, I_1 \; (2)$

$I_3 = I_1 - I_2 \quad (3)$

Llevamos I_3 a la ecuación (2):

$- 7 = 7\, I_3 + 8\, I_1$; $- 7 = 7\,(I_1 - I_2) + 8\, I_1$; $- 7 = 7\, I_1 - 7\, I_2 + 8\, I_1$

$- 7 = 15\, I_1 - 7\, I_2 \; (4)$

Formamos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas uniendo la ecuación (1) con la (4):

$- 2 = 13\, I_2 + 8\, I_1 \; (1)$

$- 7 = 15\, I_1 - 7\, I_2 \; (4)$

De la ecuación (1) despejamos I_1:

$I_1 = (- 2 - 13\, I_2) / 8$

Llevamos I_1 a la ecuación (4):

$$-7 = 15 \cdot (-2 - 13\, I_2) / 8 - 7\, I_2$$

$$-56 = 15\,(-2 - 13\, I_2) - 56\, I_2$$

$$-56 = -30 - 195\, I_2 - 56\, I_2$$

$$-56 + 30 = -251\, I_2\ ;\ -26 = -251\, I_2\ ;\ I_2 = 0{,}1\ A$$

De la ecuación:

$$I_1 = (-2 - 13\, I_2) / 8$$

Podemos conocer I_1:

$$I_1 = (-2 - 13 \cdot 0{,}1) / 8 = -0{,}41\ A$$

De la ecuación:

$$I_3 = I_1 - I_2$$

Conoceremos I_3:

$$I_3 = -0{,}41 + 0{,}1 = -0{,}31\ A$$

b)

La I_1 atraviesa el generador saliendo por el polo positivo lo que nos indica que dicho generador aporta potencial al sistema. También hay que vencer la resistencia del propio generador al paso de la corriente así como vencer la resistencia R_2, existe una caída de potencial Dicho lo cual:

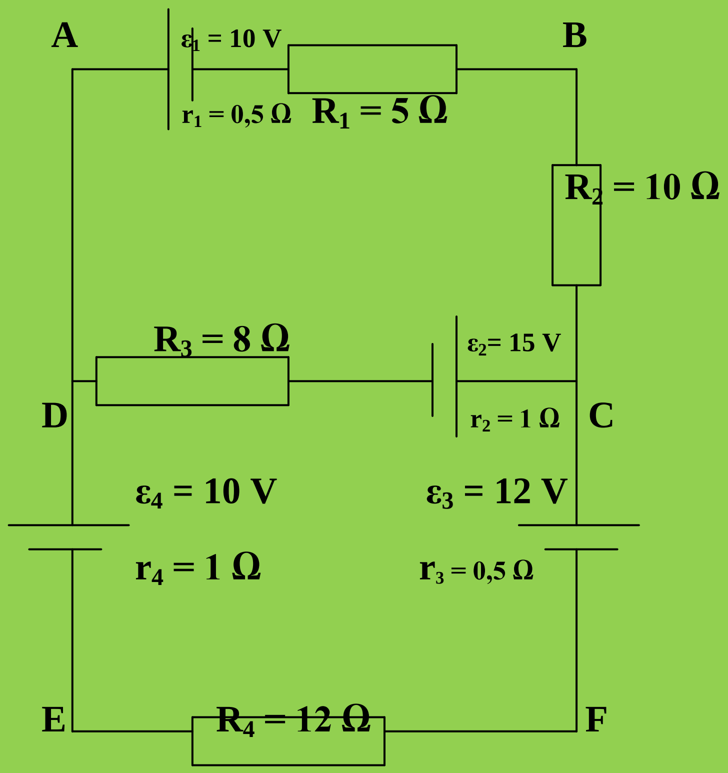
$$V_A - V_B = \varepsilon_2 - I_1 \cdot r_2 - I_2 \cdot R_2$$

$$V_A - V_B = 18\ V - (-0{,}41)\ A \cdot 4\ \Omega - (-0{,}41)\ A \cdot 4\ \Omega =$$

$$= 18\ V + 1{,}64\ V + 1{,}64\ V = 21{,}28\ V$$

Ejercico resuelto

Dada la red:

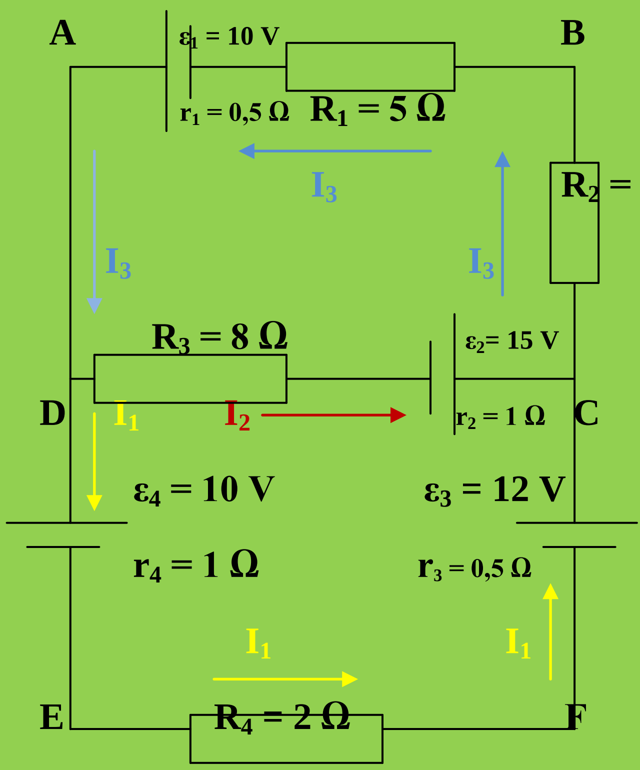


Determinar:

a) **Las intensidades que circulan por la red.**
b) **La diferencia de potencial entre los puntos C y D.**

Resolución

Vamos a establecer los sentidos de las intensidades en las malllas de la red:



Nudo C: $I_3 = I_1 + I_2$ *(1)*

de esta ecuación podemos deducir:

$I1 = I_3 – I_2$

$I_2 = I_3 – I_1$

Malla CDEFC:

$$\sum \varepsilon = \sum I \, . \, R$$

$15 + 12 – 10 = I_2.R_3+I_2.r_2 + + I_1.r_4 + I_1.R_4+I_1.r_3$

$17 = 8I_2+1I_2+1.I_1 +2\ I_1 + + 0,5I_1$

$$17 = 9\ I_2 + 3,5\ I_1 \quad (2)$$

Malla CDABC:

$$\sum \varepsilon = \sum I \, . \, R$$

$$15 + 10 = I_2\ .\ R_3 + I_2\ .\ r_2 + I_3\ .\ R_2 + I_3\ .\ R_1 + I_3\ .\ r_1$$

$$25 = 8\ I_2 + 1.I_2 + 10\ I_3 + 5\ I_3 + 0,5\ I_3$$

$$25 = 9\ I_2 + 15,5\ I_3 \quad (3)$$

Ecuaciones:

$I_1 = I_2 + I_3$ *(1)*

$17 = 9\ I_2 + 3,5\ I_1$ *(2)*

$25 = 9\ I_2 + 15,5\ I_3$ *(3)*

Llevamos (1) a (3):

$25 = 9\ I_2 + 15{,}5\ (\ I_1 + I_2)$; $25 = 9\ I_2 + 15{,}5\ I_1 + 15{,}5\ I_2$

$25 = 24{,}5\ I_2 + 15{,}5\ I_1$ (4)

Unimos (2) y (4) para formar un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$17 = 9\ I_2 + 3{,}5\ I_1$ (2)

$25 = 24{,}5\ I_2 + 15{,}5\ I_1$ (4)

De (2) despejamos I_2 y la llevamos a (4):

$I_2 = (17 – 3{,}5\ I_1) / 9$ (5)

$25 = 24{,}5\ .\ (17 – 3{,}5\ I_1)/ 9 + 15{,}5\ I_1$

$225 = 24{,}5\ .\ (17 – 3{,}5\ I_1) + 139{,}5\ I_1$

$225 = 416{,}5 – 85{,}75\ I_1 + 139{,}5\ I_1$

$-191{,}5 = 53{,}75\ I_1$; $I_1 = -\ 3{,}56\ A$

Si llevamos I_1 a (5):

$I_2 = (17 – 3{,}5\ .\ 1) / 9$; $I_2 = 1{,}5\ A$

Si llevamos I_1 y I_2 a (1):

$I_1 + I_2 = I_3$; $I_3 = -\ 3{,}56 + 1{,}5 = 2{,}06\ A$

b)

Al pasar del punto C al punto D hay una caída de potencial que se manifiesta en la ecuación:

$V_C – V_D = \varepsilon_2 – I_2\ .\ (\ R_3 + r_2)$

$V_C – V_D = 15 – 0{,}39\ .\ (\ 8 + 1)$

$V_C – V_D = 11{,}49\ V$

------------------------------ O -----------------------------------

SE ACABÓ

Antonio Zaragoza López