Fuerzas ejercidas por campos magnéticos

Ejemplo resuelto nº 1

Se introduce un electrón en un campo magnético de inducción magnética 25 T a una velocidad de $5 \cdot 10^5$ m . s^{-1} perpendicular al campo magnético. Calcular la fuerza magnética que se ejerce sobre el electrón.

DATOS: $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Solución

Según Lorentz:

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot \text{sen}\,\alpha \quad (1)$$

Si $\vec{V}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares → $\alpha = 90^o$ → sen 90º = 1

La ecuación (1) queda de la forma:

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot 1 = q \cdot V \cdot B$$

Sustituimos datos:

$$F = 1,6 \cdot 10^{-19}\, \cancel{C} \cdot 5 \cdot 10^5\, \cancel{m} \cdot \cancel{s^{-1}} \cdot 25\, N / (\cancel{C} \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{s^{-1}})$$

$$F = 200 \cdot 10^{-14}\, N$$

Ejercicio resuelto nº 2

Una carga eléctrica 10 nC que lleva una velocidad de $\vec{V} = 4\,i + 6\,j$ dentro de un campo magnético $\vec{B} = 3\,i - 5\,j$ está bajo la acción de una fuerza magnética. Determinar el vector fuerza así como su módulo.

NOTA: Trabajamos en el S. I.

Solución

Según la ecuación de Lorentz:

$$\vec{F} = q \,.\, (\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (1)$$

Debemos conocer el producto vectorial de $\vec{V}$ por $\vec{B}$:

$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 6 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix} = \sum (\rightarrow) - \sum (\rightarrow)$$

Esta forma de resolver el cálculo matricial se conoce como la regla de Sarrus. Pero a simple vista debemos de saber de memoria muchas direcciones en los productos de los componentes de los vectores. Podemos simplificar esta regla estableciendo la siguiente matriz:

$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 6 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \\ i & j & k \\ 4 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

y ahora añadimos la 1ª y 2ª fila

$= \sum (\rightarrow) - \sum (\rightarrow) =$

$= 6 \,.\, 0 \,.\, i + 4 \,.\, (-5) \,.\, k + 3 \,.\, j \,.\, 0 -$

$(6 \,.\, 3 \,.\, k + 0 \,.\, (-5) \,.\, i \,.\, 0 \,.\, j \,.\, 4) =$

$= -20\ K - (18\ K) = - 38\ \vec{k}$

Conocido el producto vectorial nos podemos ir a la ecuación (1):

$$\vec{F} = q \,.\, (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F} = 10 \,.\, 10^{-9}\ C \,.\, (-38\ k)\ m \,.\, s^{-1} \,.\, N/C \,.\, m \,.\, s^{-1}$$

El vector fuerza magnética vale:

$$\vec{F} = -\,380 \,.\, 10^{-9}\, \vec{K}\ \text{N}$$

El módulo de la fuerza magnética:

$$|\,\vec{F}\,| = [\,(-\,380 \,.\, 10^{-9}\ \text{N})^2\,]^{1/2} = 380 \,.\, 10^{-9}\ \text{N}$$

Ejercicio resuelto nº 3

Un electrón penetra en un acelerador de partículas con una velocidad de 3 . 10^6 m/s en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de 7,5 T. Calcular el módulo de la fuerza magnética sobre el electrón. Resultado:

DATO: qe = 1,6 . 10^{-19} C

Resolución

Recordemos que:

$$F = q \,.\, V \,.\, B \,.\, sen\ \alpha \quad (1)$$

El electrón entra perpendicularmente al campo magnético:

$$\alpha = 90^{o} \rightarrow sen\ 90^{o} = 1$$

La ecuación (1) queda de la forma:

$$F = q \,.\, V \,.\, B$$

Sustituimos datos:

$$F = 1{,}6 \,.\, 10^{-19}\ \text{C} \,.\, 3 \,.\, 10^{6}\ \text{m} \,.\, \text{s}^{-1} \,.\, 7{,}5\ \text{N / C . m . s}^{-1} = 36 \,.\, 10^{-13}\ \text{N}$$

Ejercicio resuelto nº 4

Un electrón se mueve en el eje positivo de las x, con una velocidad de $V = 3.\ 10^5\ m\ .\ s^{-1}$. Entra a una región cuya campo magnético es 0,8 T en la dirección positiva del eje de la Z. ¿Cuál será la magnitud y dirección de la fuerza magnética que experimenta el electrón?

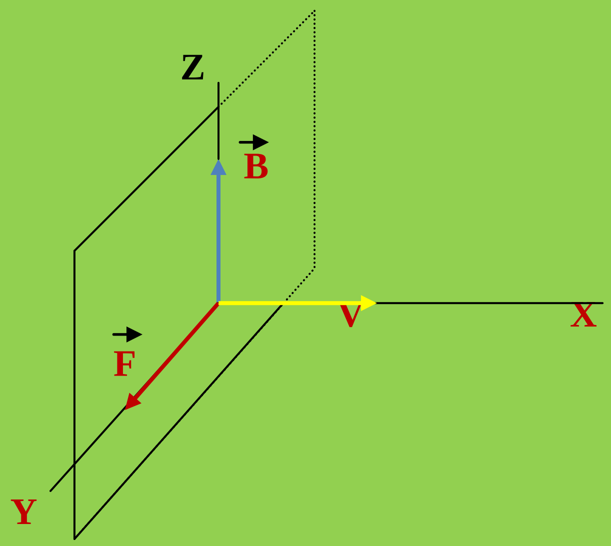
DATO: $qe = 1{,}6\ .\ 10^{-19}$ C

Resolución

Para determinar la dirección de la fuerza magnética tenemos que trabajar vectorialmente:

$\vec{V} = 3\ .\ 10^5\ \vec{i}$

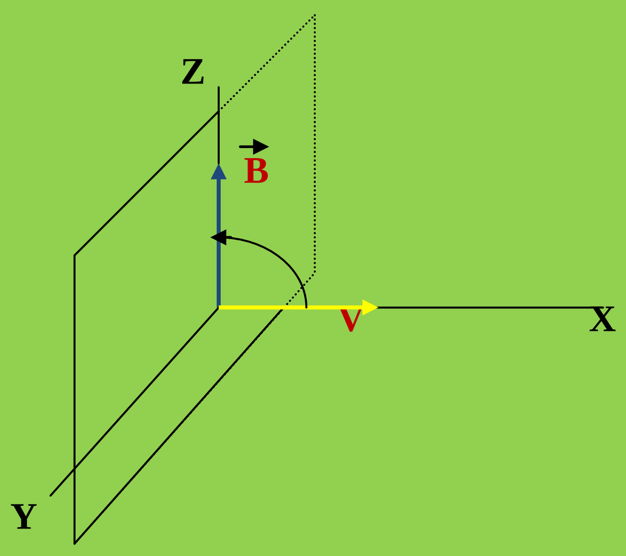
$\vec{B} = 0{,}8\ \vec{k}$



Según Lorentz la fuerza magnética es perpendicular al vector velocidad como al vector inducción magnética.

El producto vectorial de dos vectores es otro vector perpendicular a los dos iniciales. Lorentz y el cálculo vectorial se ponen de acuerdo y si multiplicamos vectorialmente V por B obtendremos la dirección y sentido del vector fuerza magnética.

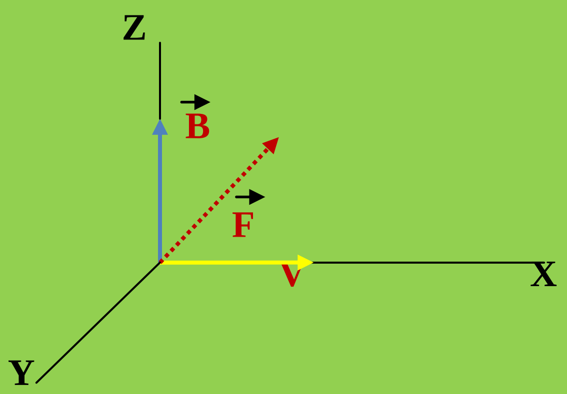
$\vec{V} = 3 \,.\, 10^5\, \vec{i}$
$\vec{B} = 0{,}8\, \vec{k}$



Realicemos $\vec{V}\ \Lambda\ \vec{B}$:

Aplicando la regla del sacacorchos (ponemos un sacacorchos en la parte posterior (negativa) del plano que contiene a $\vec{V}$ y $\vec{B}$. Lo hacemos girar de $\vec{V}$ hacia $\vec{B}$, como se indica en el dibujo, y el sacacorchos tenderá a NO salir hacia la parte anterior (positiva) del plano XY. El no salir el sacacorchos la dirección del vector $\vec{F}$ es el del eje Y en sentido negativo. La dirección, por definición, es perpendicular a $\vec{V}$ y $\vec{B}$. Nos quedaría:

$\vec{V} = 3 \,.\, 10^5\, \vec{i}$
$\vec{B} = 0{,}8\, \vec{k}$



Calculemos el vector $\vec{F}$:

Recordar que:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

Calculemos $(\vec{V} \wedge \vec{B})$:

$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \left| \begin{array}{ccc} i & j & k \\ 3 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}8 \\ i & j & k \\ 3 \cdot 10^5 & 0 & 0 \end{array} \right| = -0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^5\, j = $$

$$= -2{,}4 \cdot 10^5\, \vec{j}$$

Nos vamos a la ecuación:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

y sustituimos datos:

$$\vec{F} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot (-2{,}4 \cdot 10^5\ \vec{j}\ m \cdot s^{-1} \cdot N / C \cdot m \cdot s^{-1}) =$$

$$= -3{,}84 \cdot 10^{-14}\ \vec{j}\ N$$

El signo negativo de $\vec{F}$ pone de manifiesto la veracidad de la determinación geométrica del vector $\vec{F}$.

En lo referente al módulo de F:

$$|\vec{F}| = [(Fx^2 + Fy^2 + Fz^2)]^{1/2} =$$

$$|\vec{F}| = [(0 + (-3{,}84 \cdot 10^{-14}\ N)^2 + 0)]^{1/2} =$$

$$|\vec{F}| = [(-3{,}84 \cdot 10^{-14}\ N)^2]^{1/2} = 3{,}84 \cdot 10^{-14}\ N$$

Ejercicio resuelto nº 5

Determina la fuerza que ejerce un campo magnético de 20 T, sobre una carga de 5 . 10^{10} C que entra a la velocidad de 10^8 m . s^{-1} perpendicularmente al campo magnético.

Resolución

Según Lorentz:

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot \text{sen}\ \alpha$$

Sustituimos datos:

$$F = 5 \cdot 10^{10}\ C \cdot 10^8\ m \cdot s\text{-}1 \cdot 20\ N / C \cdot m \cdot s\text{-}1 \cdot \text{sen}\ 90º =$$

$$= 100\ N \cdot 1 = 100\ N$$

-------------------------------- O --------------------------------