Electromagnetismo

Tratar de explicar y poner en palabras de qué se trata la *atracción* que se da entre dos personas, es sumamente apasionante. Por qué una persona se siente atraída por una determinada persona y no por otra, es algo muchas veces inexplicable.

La *atracción*, que también se puede definir como *"química"*, es esa *poderosa fuerza* que nos lleva a *querer estar todo el tiempo* con la otra persona *elegida* y no poder *sacárnosla* de nuestro pensamiento.

Es esa *electricidad* que podemos sentir estando en su presencia, una mezcla de *ansiedad*, *nerviosismo*, *magnetismo*, confianza, entusiasmo y total bienestar.

La *atracción física*, quizá sea la más evidente, la que no conlleva demasiado misterio, pero *la química* que podemos establecer con otra persona desde el punto de vista emocional, a partir de su personalidad, su manera de ser, de expresarse, *quizá sea la más interesante de analizar*.

La *atracción*, es esa *fuerte conexión* que podemos sentir con la *otra persona* aunque haga apenas *horas* que la conocemos.

La *atracción* es algo que escapa a la *voluntad*. Es una energía que se experimenta en todo el cuerpo y en el alma, es muy fácil de percibir a través del *lenguaje corporal* que son las señales que emitimos con nuestro cuerpo cuando nos comunicamos de manera no verbal.

La atracción que vamos a estudiar en este tema no es de la misma naturaleza, pero no por ello menos importante. A la nueva atracción le llamaremos *"atracción magnética"* y es tan importante que empieza sus aplicaciones en los avances tecnológicos de nueva generación y llega al ser vivo pasando por La Medicina. Intentaré que llegue el mensaje Magnético con los siguientes contenidos:

Contenido

Ver online las animaciones:

Laboratorio virtual sobre Electricidad y Magnetismo:
Laboratorio virtual sobre Circuitos Eléctricos
Laboratorio virtual sobre conductores y aislantes
Laboratorio virtual sobre la ley de Faraday
Laboratorio virtual sobre la ley de Lenz
Laboratorio virtual sobre Electromagnetismo
http://electricidadmag.blogspot.com.es/2011/11/laboratorio-virtual.html

Laboratorio virtual sobre Magnetismo:
Campo magnético creado por una carga
Campo magnético creado por una espira
Campo magnético creado por un solenoide
Fuerza magnética sobre una carga
Fuerza magnética sobre un conductor rectilíneo
http://rabfis15.uco.es/proyecto/simulaciones.aspx

1.- Imanes Naturales y Artificiales

Imanes Naturales y Artificiales
http://pmtrmagnetismo.blogspot.com.es/2012/04/imanes-naturales-y-artificiales.html

Imanes naturales
http://www.buenastareas.com/ensayos/Imanes-Naturales/6573278.html

Imanes
http://html.rincondelvago.com/imanes_1.html

En el siglo XIX los científicos del momento observaron una serie de fenómenos que presentaban ciertos minerales. Por ejemplo, la *magnetita* (óxido ferroso-férrico, Fe_3O_4) *es capaz de atraer* hacia ella al hierro, es decir, se producía una fuerza a distancia. A estos fenómenos se les dio el nombre de *fenómenos magnéticos* y a los minerales que los producían *IMANES*. En el caso de la magnetita, es decir, un compuesto químico capaz de producir directamente estos fenómenos se trata de un *IMÁN NATURAL*. Por frotamiento podemos hacer que un cuerpo se *imante* y actúe como *imán*, en este caso será un *IMÁN ARTIFICIAL*, este es el caso del acero que frotado con un imán natural actúa como tal.

El estudio de los fenómenos magnéticos nos dice que la acción magnética del imán es más fuerte en unos puntos del citado imán. Las atracciones tienen mayor intensidad en unos puntos del imán que se les conoce como *POLOS*. De forma arbitraria se conocen como *POLO*

NORTE y *POLO SUR*. Nombres que reciben en base a que la *brújula*, es una aguja imantada que puede girar, se orienta en base a los polos geográficos terrestres.

Con lo dicho sobre los imanes podemos decir que existe un cierto paralelismo con la electricidad:

a) La *Electrostática* y el *Magnetismo* implican *fuerzas a distancia*. Veremos más tarde que es debido a la existencia de un *CAMPO ELÉCTRICO* (ya estudiado) y un *CAMPO MAGNÉTICO*.

b) Los cuerpos se pueden *electrizar* e *imantar* por frotamiento

Los imanes también interactúan entre ellos, es decir, pueden atraer o repeler a otros imanes. Cuando se enfrentan mediante polos opuestos se produce una *atracción* entre imanes. Cuando se enfrentan entre polos iguales se produce una *repulsión* entre los imanes.

Como ya se mencionó se pudo comprobar que los *fenómenos magnéticos* en los imanes son debidos a la creación de *CAMPOS MAGNÉTICOS* (se verán más adelante).

Los imanes se pueden clasificar en base a la duración de su imantación en:

a) Un *imán permanente* es aquel que *conserva el magnetismo* después de haber sido imantado.

b) Un *imán temporal* es aquel que *no conserva su magnetismo* tras haber sido imantado.

A continuación tenemos algunos ejemplos de imanes. El de la izquierda establece la representación de un imán. El de la derecha es un imán natural y el del centro es una aplicación del electromagnetismo es la sociedad actual:

2.- Electromagnetismo

Electromagnetismo
http://www.endesaeduca.com/Endesa_educa/recursos-interactivos/conceptos-basicos/iv.-electromagnetismo

Fenómeos eléctricos
http://www.nichese.com/electricidad.html

Fenómeos magnéticos
http://curiosidades.batanga.com/2010/08/25/que-son-los-fenomenos-magneticos

Fenómenos magnéticos
http://fisicayquimicaenflash.es/campomagn/camagn02.htm

Experimento de Oersted
http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Magnetismo/Magnetismo3.htm

El *electromagnetismo* es la parte de la electricidad que estudia la relación entre los *fenómenos eléctricos* [1] y los *fenómenos magnéticos* [2]. Los fenómenos eléctricos y magnéticos fueron considerados como independientes hasta 1820, cuando su relación fue descubierta (1).

[1] Todos los *fenómenos eléctricos estudiados*, en su tema correspondiente, tuvieron una explicación científica, a finales del siglo XIX y principio del XX, a medida que se iba descubriendo como están constituidos los átomos que forman la materia.

[2] Hoy se atribuyen los *fenómenos magnéticos* a las fuerzas originadas entre cargas en movimiento, es decir las cargas móviles que ejercen fuerzas magnéticas entre sí.

Los fenómenos magnéticos nacen como consecuencia de lo que se conoce como *campo magnético* que surge cuando existe *carga en movimiento*.

(1)Así, hasta esa fecha el *magnetismo* y la *electricidad* habían sido tratados como fenómenos distintos y eran estudiados por ciencias diferentes. Sin embargo, esto cambió a partir del descubrimiento que realizó Hans Chirstian Oersted , observando que la aguja de una brújula *variaba su orientación al pasar una corriente eléctrica a través de un conductor próximo a la brújula.*

Experimento de Oersted:

Un conductor, por el que se hace circular la corriente y bajo el cual se sitúa una brújula, tal y como muestra la figura.

Oersted experimentaba moviendo la brújula cerca del cable que conducía la corriente eléctrica y observó que la aguja imantada de la brújula giraba hasta quedar en posición perpendicular a la dirección del cable.

La experiencia de Oersted demostró que la *corriente eléctrica continua* que circula por un conductor produce un *campo magnético* alrededor del mismo.

Los estudios de Oersted sugerían que la *electricidad* y el *magnetismo* eran manifestaciones de un mismo fenómeno:

> ***Las fuerzas magnéticas proceden de las fuerzas originadas entre cargas eléctricas en movimiento.***

3.- Campo magnético

Campo magnético
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/magnetic/magfie.html

Campo magnético
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/problemas/electromagnetismo/campo_magnetico.html

Campo magnético (BUENO)
http://www.proyectosalonhogar.com/Enciclopedia_Ilustrada/Ciencias/Campo_Magnetico.htm

Los *campos magnéticos* son producidos por *imanes* y *corrientes eléctricas*, las cuales pueden ser corrientes macroscópicas en cables, o corrientes microscópicas asociadas con los electrones en órbitas atómicas.

Los *campos magnéticos* ejercen *fuerzas magnéticas* que pueden atraer y orientar en el espacio partículas metálicas (limaduras de hierro) o bien a otros imanes.

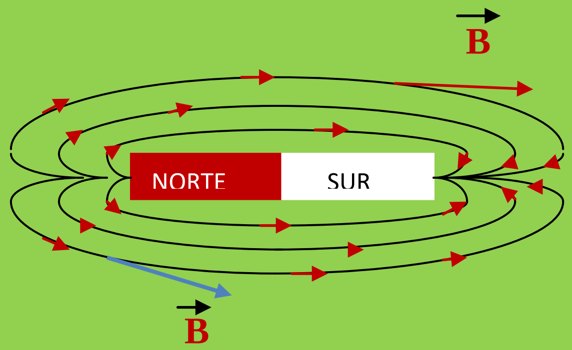
Podemos definir el campo magnético:

> ***Región del espacio en el cual se ejercen fuerzas de carácter magnético***

El campo magnético es una magnitud vectorial y por lo tanto se representa como un vector, $\vec{B}$. Al vector campo magnético también se le conoce como *Inducción Magnética*.

Hagamos la siguiente experiencia:

Sobre una cartulina que contiene un imán espolvoreamos limaduras de hierro. Estas limaduras se orientarán formando líneas cerradas entre el polo Norte y el Sur del imán. Las líneas de fuerza salen del polo Norte y entran por el polo Sur.



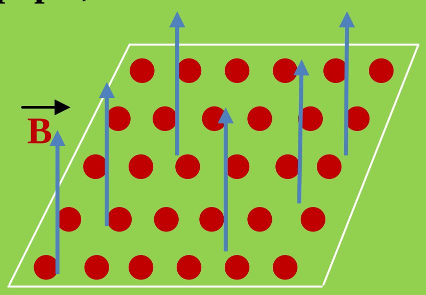
El vector campo goza de las siguientes propiedades:

a) ***Intensidad*.- Es el valor numérico del campo $|\vec{B}|$**

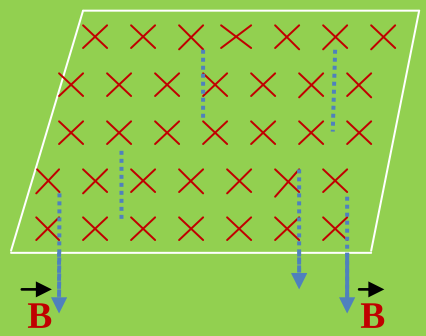
b) ***Dirección*.- Tangente a las líneas de campo y se podría definir como la *trayectoria que seguiría una masa magnética NORTE* abandonada dentro del campo magnético.**

c) ***Sentido*.- Por convenio se establece que el sentido del vector campo viene determinado por el sentido de las líneas de fuerza, es decir, del *POLO NORTE* al *POLO SUR*.**

Para saber si un vector campo sale de un plano, perpendicular al plano del papel, o entra al mismo se establece un diagrama:



Se acerca al lector y por lo tanto sale del plano



Se aleja del lector y por lo tanto entra en el al plano

4.- Intensidad de campo magnético

No es fácil establecer la *intensidad de campo magnético*. No existen las *magnitudes necesarias* para ello. Cuando se estudio el *campo gravitatorio* se podía establecer la intensidad de campo gravitatorio mediante la fuerza que actuaba sobre la *unidad de masa*, al igual que en el campo eléctrico mediante la fuerza sobre la unidad de *carga eléctrica*. Pero en el magnetismo *NO EXISTE* la unidad de *masa magnética* ni la unidad de *carga magnética*. Las experiencias realizadas nos llevan a las siguientes conclusiones:

a) Al colocar una carga eléctrica, en reposo, dentro de un campo magnético no se produce *interacción* alguna.

b) Cuando la carga eléctrica introducida en el campo magnético aparece un tipo de *fuerza* distinta a las fuerzas gravitatorias y eléctricas. La nueva fuerza le llamaremos *fuerza de carácter magnético*.

c) Midiendo en diferentes puntos del campo magnético las fuerzas magnéticas sobre diferentes cargas eléctricas con diferentes tipos de movimiento podemos establecer una relación *entre la fuerza magnética*, la *carga eléctrica* y la *velocidad* de dichas cargas.

Admitiendo estas conclusiones como válidas podemos aceptar que los electrones moviéndose en un conductor como a nivel atómico en los sus giros circulares o elípticos en las orbitas de la corteza electrónica son capaces de *crear un campo magnético* que se manifestará en el exterior y podrá ser medido.

Conclusión:

El campo magnético se podrá estudiar cuantitativamente cuando la carga eléctrica se encuentre en MOVIMIENTO

Con las experiencias de Lorentz podemos establecer:

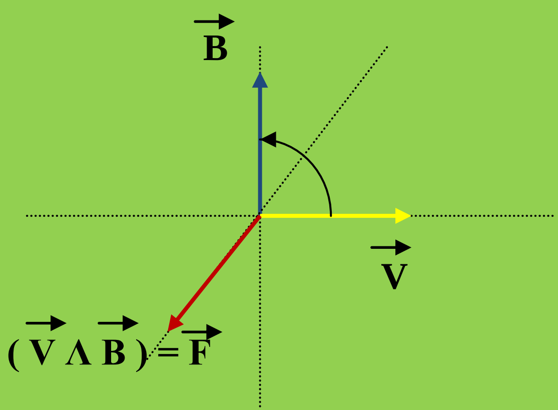
a) **La fuerza magnética ejercida sobre una carga en movimiento es proporcional a la *intensidad de carga* y a la *velocidad* de la misma.**

b) **La dirección de esta fuerza magnética, que se conoce como la *fuerza de Lorentz* es perpendicular al vector inducción magnética y al vector velocidad de la carga.**

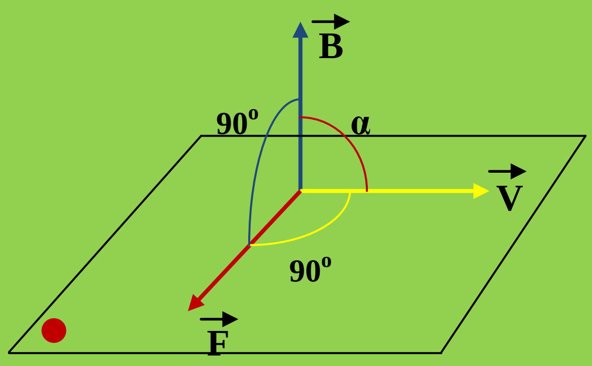
En todo lo dicho se han introducido:

a) **Fuerza magnética (carácter vectorial)**
b) **Carga eléctrica (magnitud escalar)**
c) **Velocidad (carácter vectorial)**
d) **Campo magnético (carácter vectorial)**

Lorentz en base al apartado b) de sus conclusiones y recordando el producto vectorial de dos vectores (el producto vectorial de dos vectores es otro vector perpendicular a los dos primeros, lo que se demuestra por la regla del "sacacorchos)



Si nos vamos al plano del papel:



Nos encontramos con un campo magnético saliendo del plano del papel.

Con estas implicaciones del apartado anterior Lorentz se aventuró en unir las cuatro magnitudes mediante la expresión:

$$\vec{F} = q\,(\vec{V} \wedge \vec{B})$$

Siguió experimentando en base a esta última ecuación y obtuvo nuevas conclusiones sobre el módulo de la fuerza magnética:

a) **Depende del valor de la carga "q".**
b) **De la velocidad de movimiento de la carga.**
c) **Del módulo del campo magnético.**
d) **Del ángulo que formen el vector $\vec{V}$ y el vector $\vec{B}$.**

Vamos a trabajar con la ecuación:

$$\vec{F} = q\,(\vec{V} \wedge \vec{B})$$

Si pasamos a módulos:

$$|\vec{F}| = q\,.\,|(\vec{V} \wedge \vec{B})| \quad (1)$$

Recordemos:

$$|(\vec{V} \wedge \vec{B})| = |\vec{V}|\,.\,|\vec{B}|\,.\,\text{sen}\,\alpha$$

Si llevamos esta última ecuación a la ecuación (1):

$$|\vec{F}| = q\,.\,|\vec{V}|\,.\,|\vec{B}|\,.\,\text{sen}\,\alpha$$

Si eliminamos módulos y flechas obtendremos una ecuación más manejable:

$$F = q\,.\,V\,.\,B\,.\,\text{sen}\,\alpha \quad (2)$$

Lorentz no se equivocaba cuando planteó la ecuación:

$$\vec{F} = q\ (\vec{V}\ \Lambda\ \vec{B})$$

A la ecuación (2) le podemos poner condiciones y llegar a importantes conclusiones:

$$F = q\ .\ V\ .\ B\ .\ sen\ \alpha$$

a) **Si $\alpha = 0^o$ → Los vectores V y B tienen la misma dirección, es decir, son paralelos.**

sen $0^o = 0$ → $F = q\ .\ V\ .\ B\ .\ sen\ 0^o$; $F = q\ .\ V\ .\ B\ .\ 0$

$$F = 0$$

No *EXISTE FUERZA MAGNÉTICA* y por lo tanto las características del movimiento del electrón no sufrirían cambios.

b) **Si $\alpha = 90^o$ → Los vectores $\vec{V}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares.**

Nos vamos a la ecuación:

$$F = q\ .\ V\ .\ B\ .\ sen\ \alpha$$

$$F = q\ .\ V\ .\ B\ .\ sen\ 90^o\ ;\ F = q\ .\ V\ .\ B\ .\ 1$$

$$F = q\ .\ V\ .\ B \quad (3)$$

Obtenemos la máxima fuerza magnética que ejerce un campo magnético. Máxima porque el valor máximo de cualquier ángulo es la *UNIDAD*.

Unidades de campo magnético

Con la ecuación (4) y Cálculo Dimensional podemos determinar la unidad de campo magnético:

$$F = q \cdot V \cdot B$$

Despejamos B:

$$B = F / (q \cdot V)$$

$$[B] = [F] / ([q] \cdot [V])$$

$$[B] = \text{Newton} / \text{Culombio} \cdot m \cdot s^{-1}$$

$$[B] = N / (C \cdot m \cdot s^{-1}) = \text{TESLA} (T) \text{ en S. I.}$$

La unidad de campo magnético o inducción magnética se llama *TESLA* en honor a *Nicola Tesla* por sus aportaciones dentro del campo del *electromagnetismo*. La podemos definir como:

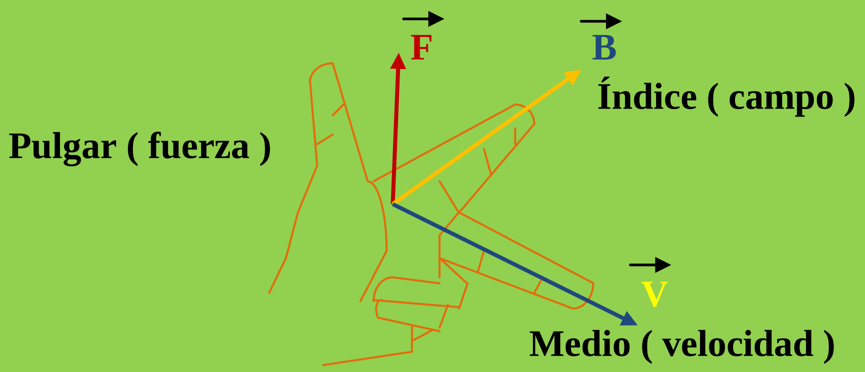
> ***La inducción de campo magnético que produce la fuerza de 1 N a una carga de 1 C, que entra en dicho campo a la velocidad de 1 m . s^{-1}, incidiendo perpendicularmente al campo magnético***

En el llamado *"Sistema Electromagnético"*, cuyas unidades mecánicas son las del Sistema Cegesimal, la unidad de Inducción Magnética es el *GAUSS* (*Gs*). Entre la unidad gauss y la unidad Tesla existe la siguiente relación:

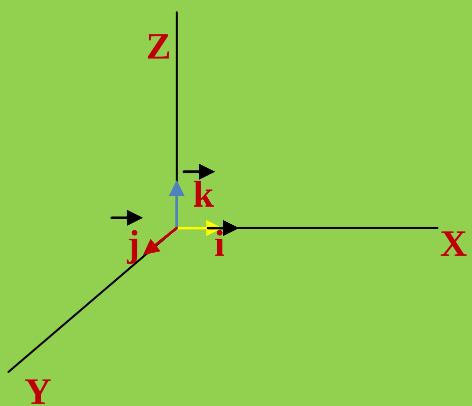
$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ Gs}$$

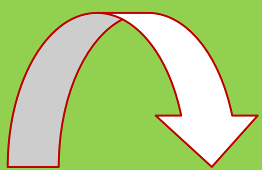
Los vectores *inducción de campo*, *fuerza magnética* y *velocidad* o dirección de la corriente de intensidad *"I"* se pueden relacionar espacialmente entre ellos mediante la llamada *"Regla de la mano Izquierda"*.

Los dedos *índice*, *medio* y *pulgar* de la *mano izquierda* forman un triedro ortogonal que permiten conocer las direcciones de los tres vectores mencionados.

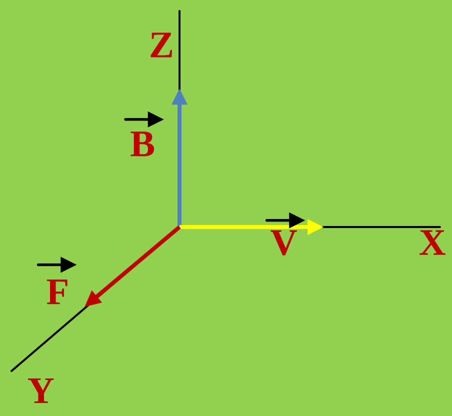


Por criterio y para no contradecirnos con la regla de la mano izquierda tomaremos como eje de coordenadas el siguiente:





En lo referente a los vectores: Campo magnético, Velocidad y Fuerza magnética quedarían de La forma:



Ejemplo resuelto

Se introduce un electrón en un campo magnético de inducción magnética 25 T a una velocidad de 5 . 10^5 m . s^{-1} perpendicular al campo magnético. Calcular la fuerza magnética que se ejerce sobre el electrón.

DATOS: q_e = 1,6 . 10^{-19} C

Solución

Según Lorentz:

$$F = q\ .\ V\ .\ B\ .\ \text{sen}\ \alpha \quad (1)$$

Si $\vec{V}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares → α = 90º → sen 90º = 1

La ecuación (1) queda de la forma:

$$F = q\ .\ V\ .\ B\ .\ 1 = q\ .\ V\ .\ B$$

Sustituimos datos:

$$F = 1{,}6\ .\ 10^{-19}\ \cancel{C}\ .\ 5\ .\ 10^{5}\ \cancel{m}\ .\ \cancel{s^{-1}}\ .\ 25\ N\ /\ (\ \cancel{C}\ .\ \cancel{m}\ .\ \cancel{s^{-1}})$$

$$F = 200\ .\ 10^{-14}\ N$$

Ejercicio resuelto

Una carga eléctrica 10 nC que lleva una velocidad de $\vec{V}$ = 4 i + 6 j dentro de un campo magnético $\vec{B}$ = 3 i – 5 j está bajo la acción de una fuerza magnética. Determinar el vector fuerza así como su módulo.
NOTA: Trabajamos en el S. I.

Solución

Según la ecuación de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (1)$$

Debemos conocer el producto vectorial de $\vec{V}$ por $\vec{B}$:

$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 6 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix} = \sum(\rightarrow) - \sum(\rightarrow)$$

Esta forma de resolver el cálculo matricial se conoce como la regla de Sarrus. Pero a simple vista debemos de saber de memoria muchas direcciones en los productos de los componentes de los vectores. Podemos simplificar esta regla estableciendo la siguiente matriz:

$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 6 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \\ i & j & k \\ 4 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

y ahora añadimos la 1ª y 2ª fila

= ∑ (→) - ∑ (→) =

= 6 . 0 . i + 4 . (-5) . k + 3 . j . 0 –

(6 . 3 . k + 0 . (-5) . i . 0 . j . 4) =

= -20 K – (18 K) = ***- 38 $\vec{k}$***

Conocido el producto vectorial nos podemos ir a la ecuación (1):

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F} = 10 \cdot 10^{-9}\ C \cdot (-38\ k)\ m \cdot s^{-1} \cdot N/C \cdot m \cdot s^{-1}$$

El vector fuerza magnética vale:

$$\vec{F} = -380 \cdot 10^{-9}\ \vec{K}\ N$$

El módulo de la fuerza magnética:

$$|\vec{F}| = [\,(-380 \cdot 10^{-9}\ N)^2\,]^{1/2} = 380 \cdot 10^{-9}\ N$$

Ejercicio resuelto

Un electrón penetra en un acelerador de partículas con una velocidad de 3 . 10^6 m/s en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de 7,5 T. Calcular el módulo de la fuerza magnética sobre el electrón. Resultado:
DATO: qe = 1,6 . 10^{-19} C

Resolución

Recordemos que:

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot sen\ \alpha \quad (1)$$

El electrón entra perpendicularmente al campo magnético:

$$\alpha = 90^o \rightarrow sen\ 90^o = 1$$

La ecuación (1) queda de la forma:

$$F = q \cdot V \cdot B$$

Sustituimos datos:

$$F = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 3 \cdot 10^{6}\ m \cdot s^{-1} \cdot 7{,}5\ N / C \cdot m \cdot s^{-1} = 36 \cdot 10^{-13}\ N$$

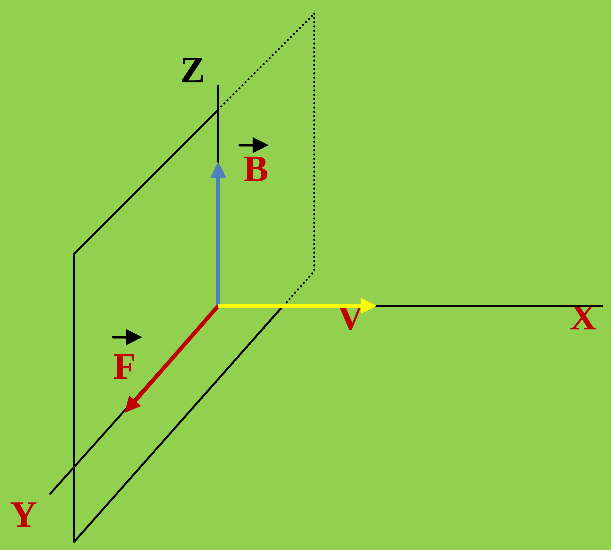
Ejercicio resuelto

Un electrón se mueve en el eje positivo de las x, con una velocidad de $V = 3 \cdot 10^{5}\ m \cdot s^{-1}$. Entra a una región cuya campo magnético es 0,8 T en la dirección positiva del eje de la Z. ¿Cuál será la magnitud y dirección de la fuerza magnética que experimenta el electrón?
DATO: $q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Resolución

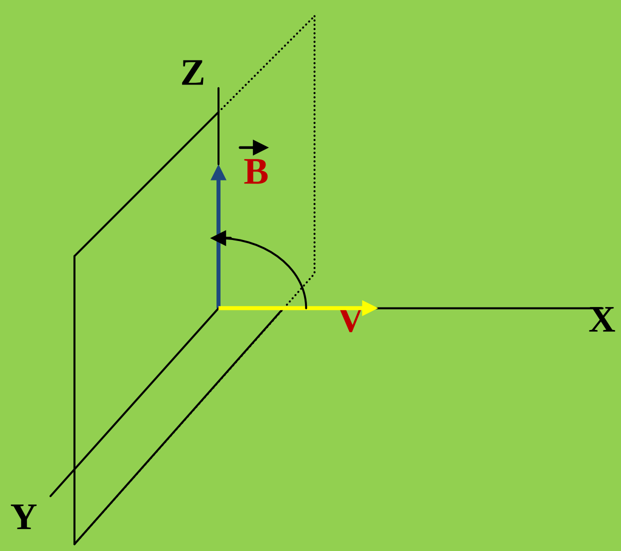
Para determinar la dirección de la fuerza magnética tenemos que trabajar vectorialmente:

$\vec{V} = 3 \cdot 10^{5}\ \vec{i}$
$\vec{B} = 0{,}8\ \vec{k}$



Según Lorentz la fuerza magnética es perpendicular al vector velocidad como al vector inducción magnética.
El producto vectorial de dos vectores es otro vector perpendicular a los dos iniciales. Lorentz y el cálculo vectorial se ponen de acuerdo y si multiplicamos vectorialmente $\vec{V}$ por $\vec{B}$ obtendremos la dirección y sentido del vector fuerza magnética.

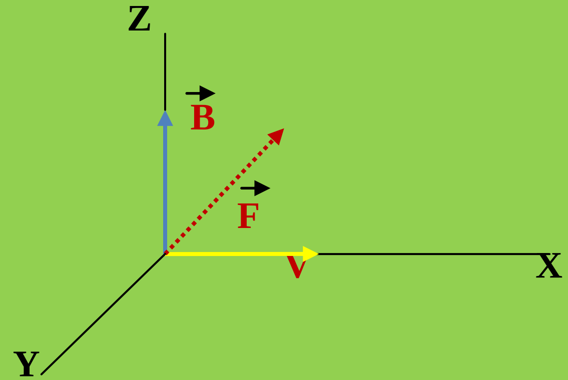
$\vec{V} = 3 \cdot 10^5\ \vec{i}$
$\vec{B} = 0{,}8\ \vec{k}$



Realicemos $\vec{V} \wedge \vec{B}$:

Aplicando la regla del sacacorchos (ponemos un sacacorchos en la parte posterior (negativa) del plano que contiene a $\vec{V}$ y $\vec{B}$. Lo hacemos girar de $\vec{V}$ hacia $\vec{B}$, como se indica en el dibujo, y el sacacorchos tenderá a NO salir hacia la parte anterior (positiva) del plano XY. El no salir el sacacorchos la dirección del vector $\vec{F}$ es el del eje Y en sentido negativo. La dirección, por definición, es perpendicular a $\vec{V}$ y $\vec{B}$. Nos quedaría:

$\vec{V} = 3 \cdot 10^5\ \vec{i}$
$\vec{B} = 0{,}8\ \vec{k}$



Calculemos el vector $\vec{F}$:

Recordar que:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

Calculemos $(\vec{V} \wedge \vec{B})$:

$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}8 \\ i & j & k \\ 3 \cdot 10^5 & 0 & 0 \end{vmatrix} = - 0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^5 \, j = \\ = \boldsymbol{- 2{,}4 \cdot 10^5 \, \vec{j}}$$

Nos vamos a la ecuación:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

y sustituimos datos:

$$\vec{F} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \, C \cdot (- 2{,}4 \cdot 10^5 \, \vec{j} \; m \cdot s^{-1} \cdot N / C \cdot m \cdot s^{-1}) =$$

$$= \boldsymbol{- 3{,}84 \cdot 10^{-14} \, \vec{j} \; N}$$

El signo negativo de $\vec{F}$ pone de manifiesto la veracidad de la determinación geométrica del vector $\vec{F}$.

En lo referente al módulo de F:

$$|\vec{F}| = [\,(Fx^2 + Fy^2 + Fz^2)\,]^{1/2} =$$

$$|\vec{F}| = [\,(0 + (-3,84 \cdot 10^{-14}\ N)^2 + 0)\,]^{1/2} =$$

$$|\vec{F}| = [(-3,84 \cdot 10^{-14}\ N)^2\,]^{1/2} = 3,84 \cdot 10^{-14}\ N$$

Ejercicio resuelto

Determina la fuerza que ejerce un campo magnético de 20 T, sobre una carga de 5 . 10^{10} C que entra a la velocidad de 10^8 m . s^{-1} perpendicularmente al campo magnético.

Resolución

Según Lorentz:

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot \text{sen}\ \alpha$$

Sustituimos datos:

$$F = 5 \cdot 10^{10}\ C \cdot 10^8\ m \cdot s\text{-}1 \cdot 20\ N / C \cdot m \cdot s\text{-}1 \cdot \text{sen}\ 90^o =$$

$$= 100\ N \cdot 1 = 100\ N$$

5.- Flujo Magnético

Flujo de campo magnético
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/magnetic/fluxmg.html

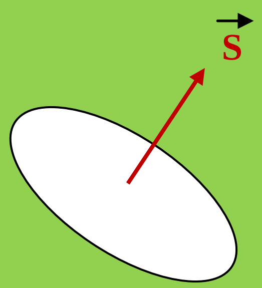
Flujo magnético
http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/magnet/ampere.html

Vector superficie
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/linea/linea.htm

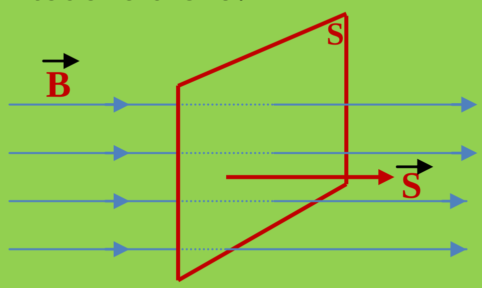
El número total de líneas de inducción magnética que atraviesan una superficie, se denomina *Flujo Magnético* (Φ).

Se trata de una magnitud escalar y procede del producto escalar del vector inducción magnética ($\vec{B}$) por el vector superficie ($\vec{S}$) [1].

[1] El vector superficie es un vector que tiene por módulo el área de dicha superficie, la dirección es perpendicular al plano que la contiene:



Por todo lo dicho:



$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

$$\Phi = |\vec{B}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

En el dibujo anterior podemos observar que $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son paralelos lo que implica un ángulo de 0^o.

$\alpha = 0^o \rightarrow \cos 0^o = 1$

La ecuación (1) toma la forma:

$$\Phi = |\vec{B}| \, . \, |\vec{S}| \, . \, 1 = |\vec{B}| \, . \, |\vec{S}|$$

Si quitamos módulos y flechas:

$$\Phi = B \, . \, S$$

De esta última ecuación y por cálculo dimensional deducimos que la unidad de Flujo Magnético es:

$[\,\Phi\,] = [\,B\,] \, . \, [\,S\,]$; $[\,\Phi\,] = \text{Tesla} \, . \, m^2$ **recibe el nombre de Weber (Wb)**

Podemos definir el Weber:

El Weber es la unidad de flujo magnético equivalente a la inducción de campo magnético de 1 T por m^2 de superficie, siendo perpendiculares entre sí (B y S)

Si la inducción magnética *NO ES UINIFORME* para poder conocer el valor del flujo magnético deberemos trabajar con superficies infinitesimales (dS), lo suficientemente pequeñas como para considerar la inducción magnética uniforme. Ya no podemos hablar de flujo magnético Φ si no de $d\Phi$:

$$d\Phi = \vec{B} \, . \, d\vec{S}$$

que mediante el cálculo integral podremos conocer el flujo magnético:

$$\Phi = \int \vec{B} \, . \, d\vec{S}$$

Ejercicio resuelto

Cuál será el flujo magnético creado por las líneas de un campo magnético uniforme de 5 T que atraviesan perpendicularmente una superficie de 30 cm^2.

Resolución

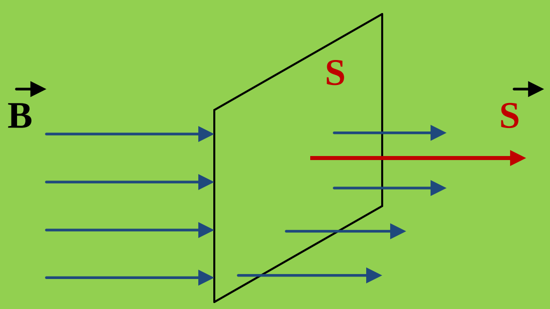
El flujo magnético viene dado por la ecuación:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \rightarrow \Phi = |\vec{B}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos\alpha \quad (1)$$

Al trabajar en el S.I. el módulo del área debe ser pasado a m^2:

$$30\ cm^2 \cdot 1\ m^2 / 10^4\ cm^2 = 30 \cdot 10^{-4}\ m^2$$

En lo referente al ángulo que forman $\vec{B}$ y $\vec{S}$, el enunciado del problema no dice nada pero teóricamente sabemos que el vector superficie es perpendicular a la superficie:



Luego el vector $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son paralelos y en ángulo que forman entre ellos es de 0º y por lo tanto cos 0º = 1

Llevamos los datos a la ecuación (1):

$$\Phi = |\vec{B}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos\alpha \ ; \ \Phi = 5\ T \cdot 30 \cdot 10^{-4}\ m^2 \cdot 1 = 150 \cdot 10^{-4}\ T \cdot m^2$$

$$\Phi = 0{,}0150\ Wb$$

Ejercicio resuelto

Calcula cual sería la inducción magnética que provocan las líneas de campo que atraviesan perpendicularmente una superficie cuadrada de área $5 \cdot 10^{-4}$ m^2 creando un flujo magnético $4 \cdot 10^{-4}$ Wb.

Resolución

Recordemos que:

$$\Phi = |\vec{B}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos \alpha$$

Por el mismo razonamiento del problema anterior $\alpha = 0^o$

$\cos 0^o = 1$

$|\vec{B}| = ?$

$\Phi = 4 \cdot 10^{-4}$ Wb

$|\vec{S}| = 5 \cdot 10^{-4}$ m^2

Si quitamos módulos y flechas la ecuación (1) quedaría:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0o \;\; ; \;\; \Phi = B \cdot S \cdot 1 \;\; ; \;\; \Phi = B \cdot S$$

De esta última ecuación despejamos la inducción magnética:

$$B = \Phi / S \;\; ; \;\; B = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} / 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = 0{,}8 \text{ T}$$

Ejercicio resuelto

La intensidad de un campo magnético es 15 T. ¿Qué flujo atravesará una superficie de 40 cm^2 en los siguientes casos:? a) El campo es perpendicular a la superficie; b) El campo y la normal a la superficie forman un ángulo de 45^o.

Resolución

a)

$$\Phi = B \, . \, S \, . \cos \alpha$$

B = 15 T
A = 40 cm^2 . 1 m^2 / 10^4 cm^2 = 40 . 10^{-4} m^2

Al ser el campo perpendicular a la superficie $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo 0º → cos 0º = 1

$$\Phi = 15 \text{ T} \, . \, 40 \, . \, 10^{-4} \text{ m}^2 \, . \, 1 = 600 \, . \, 10^{-4} \text{ Wb} = 0{,}06 \text{ Wb}$$

b)

La normal a la superficie es la dirección del vector superficie $\vec{S}$ y por lo tanto el vector $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo de 45º.

$$\Phi = B \, . \, S \cos 45^{\circ} = 15 \text{ T} \, . \, 40 \, . \, 10^{-4} \text{ m}^2 \, . \, 0{,}7$$

$$\Phi = 420 \, . \, 10^{-4} \text{ Wb}$$

Ejercicio resuelto
Una espira de 20 cm^2 se sitúa en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,2 T. Calcule el flujo magnético a través de la espira.

Resolución

$$\Phi = B \, . \, S \, . \cos \alpha$$

Al situar la espira en un plano perpendicular al campo magnético el ángulo que forman $\vec{B}$ y $\vec{S}$ es de 0º → cos 0º = 1

B = 0,2 T
S = 20 cm^2 . 1 m^2 / 10^4 cm^2 = 20 . 10^{-4} m^2

Con estos datos podremos conocer el flujo magnético:

$$\Phi = 0{,}2\ T \cdot 20 \cdot 10^{-4}\ m^2 \cdot 1 = 4 \cdot 10^{-4}\ Wb$$

6.- Movimiento de una carga en un campo magnético

Movimiento de una carga dentro de un campo magnético
http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/teoria/A_Franco/elecmagnet/mov_campo/mov_campo.html

Movimiento de cargas en un campo magnético
http://tamarisco.datsi.fi.upm.es/ASIGNATURAS/FFI/apuntes/camposMagneticos/teoria/estacionarios/estacionarios7/estacionarios7.htm

Movimiento de cargas en un campo magnético
http://fisicaelectromag.blogspot.com.es/2011/11/73-trayectoria-de-las-cargas-en.html

Movimiento de una carga dentro de un campo magnético
http://www.matematicasfisicaquimica.com/conceptos-de-fisica-y-quimica/151-conceptos-fisica-campo-magnetico-induccion-electromagnetica-electromagnetismo/965-movimiento-carga-movil-campo-magnetico-uniforme-radio.html

Movimiento de una carga dentro de un campo magnético (animación)
https://sites.google.com/site/fisicaflash/home/ciclotron

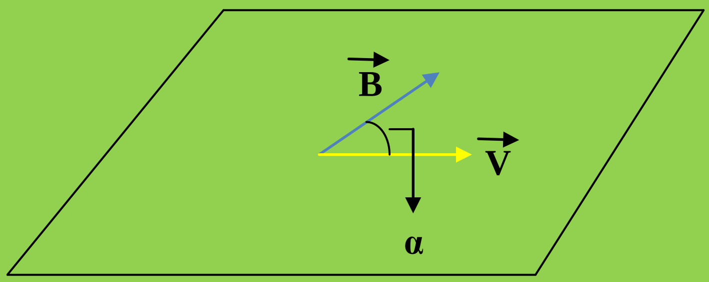
Movimiento de una carga dentro de un campo magnético
http://fisicayquimicaenflash.es/campomagn/camagn04.htm

Una partícula que se mueve en un campo magnético experimenta una fuerza dada por el producto vectorial:

$$\vec{F} = q\ (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

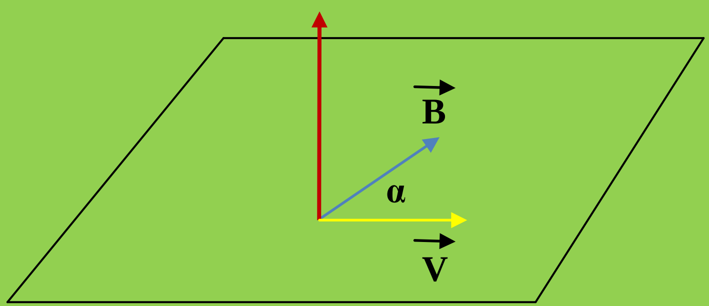
El resultado del producto de $\vec{V}$ por $\vec{B}$ es un vector perpendicular al plano que contiene los vectores $\vec{V}$ y $\vec{B}$ y por lo tanto perpendicular a los vectores $\vec{V}$ y $\vec{B}$.

Gráficamente:



El producto ($\vec{V}$ Λ $\vec{B}$) nos proporciona, por la regla del *"sacacorchos"* un vector Fuerza magnética, $\vec{Fm}$:

$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \vec{Fm}$$



- **El módulo de F viene dado por:**

$$|\vec{Fm}| = q \cdot |\vec{V}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen}\ \alpha$$

- **Dirección perpendicular al plano formado por los vectores velocidad y campo.**
- **El sentido se obtiene por la denominada regla del sacacorchos. Si la carga es positiva el sentido es el del producto vectorial ($\vec{V}$Λ$\vec{B}$).**

La fuerza Fm según Dinámica es:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

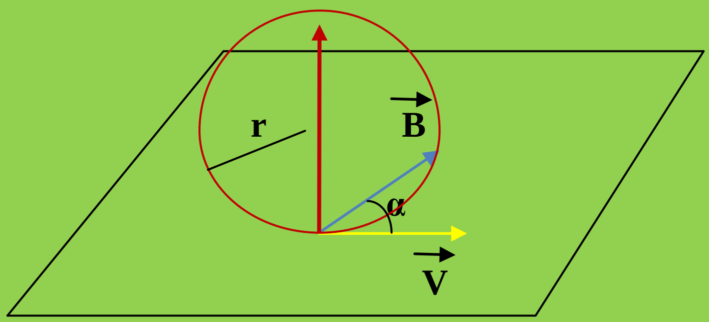
Al ser $\vec{Fm}$ perpendicular al vector $\vec{V}$ solo posee componente normal y no tangencial.

$$|\vec{Fm}| = \vec{m} \cdot |\vec{a}_n|$$

$$|\vec{a}_n| = V^2 / R$$

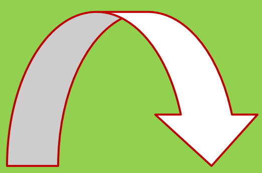
La fuerza $\vec{Fm}$ solamente puede variar la dirección del vector velocidad pero no su módulo. $\vec{Fm}$ hace posible que la carga positiva de masa "m" describa una trayectoria circular:

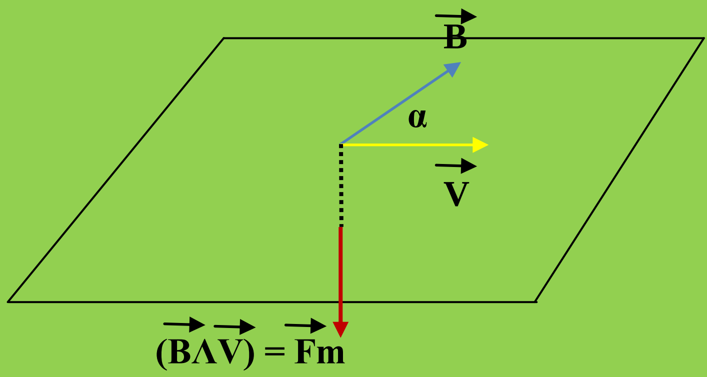
$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \vec{Fm}$$



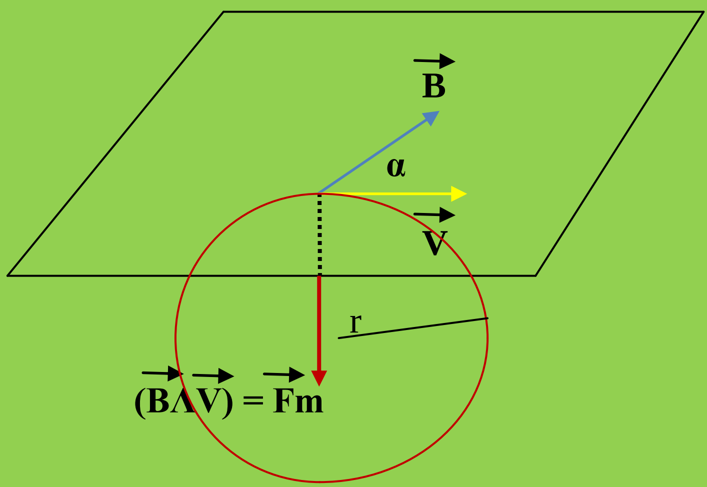
Si la carga es negativa el sentido de la fuerza es contrario al del producto vectorial $(\vec{V} \wedge \vec{B})$, es decir, el producto vectorial se realizará de la forma $(\vec{B} \wedge \vec{V})$

Obteniendo por la regla del sacacorchos el vector $\vec{Fm}$ pero en sentido contrario al obtenido anteriormente:

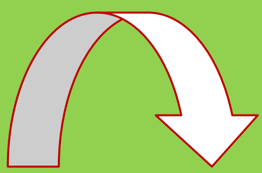


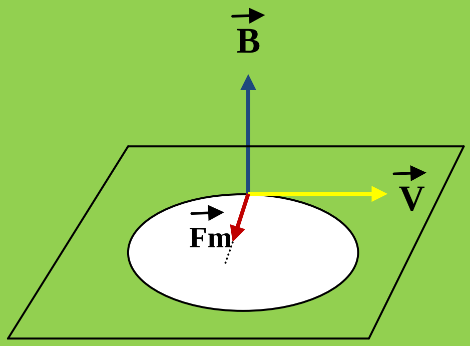


Se cumplen las condiciones de Fm, es decir, por ser perpendicular al vector velocidad la aceleración únicamente tiene componente normas. La Fm producirá una variación de la dirección del vector velocidad, nunca en su módulo y la carga describe una trayectoria circular, lógicamente en sentido contrario a la carga positiva:



Si hubiéramos trabajado con la regla de *"la mano izquierda"* el vector perpendicular al plano seria el campo magnético y la $\vec{Fm}$ se encontraría en el plano con el vector velocidad. La $\vec{Fm}$ haría lo mismo que lo anteriormente pero la trayectoria circular estaría en el plano donde se encuentra $\vec{V}$ y $\vec{Fm}$:





Toda partícula, positiva o negativa, en un campo magnético uniforme y perpendicular a la dirección de la velocidad describe una órbita circular ya que la fuerza y la velocidad son mutuamente perpendiculares. El radio de dicha órbita puede obtenerse a partir de la aplicación de la ecuación de la dinámica del movimiento circular uniforme: fuerza igual a masa por aceleración normal:

$$|\vec{Fm}| = m \cdot |\vec{a}_n|$$

Si eliminamos módulos y flechas:

$$Fm = m \cdot V^2 / r \quad (1)$$

Por otra parte sabemos que, eliminando módulos y flechas:

$$Fm = q \cdot V \cdot B \cdot \text{sen}\ \alpha$$

como $\vec{V} \perp \vec{B} \rightarrow \alpha = 90^o \rightarrow \text{sen}\ 90^o = 1$

la ecuación anterior quedaría de la forma:

$$Fm = q \cdot V \cdot B \quad (2)$$

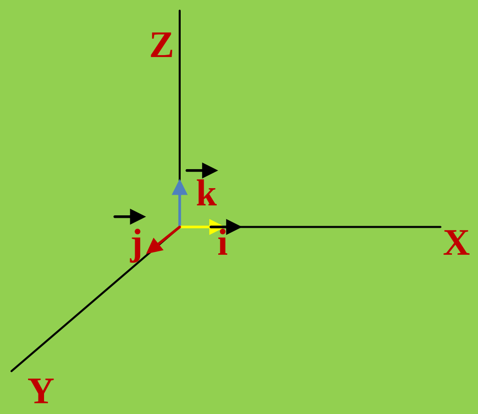
Las ecuaciones (1) y (2) tienen los miembros de la izquierda iguales lo que implica la igual de los miembros de la derecha de ambas ecuaciones:

$$m \cdot V^2 / r = q \cdot V \cdot B$$

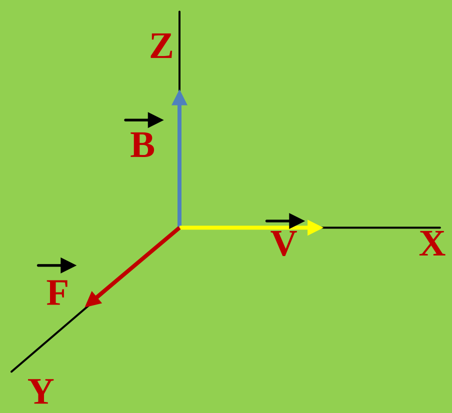
$$m \cdot V/r = q \cdot B$$

Ecuación que nos permitirá conocer las incógnitas del movimiento de una carga dentro de un campo eléctrico.

Por criterio y para no contradecirnos con la regla de la mano izquierda tomaremos como eje de coordenadas el siguiente:



En lo referente a los vectores: Campo magnético, Velocidad y Fuerza magnética quedarían de La forma:



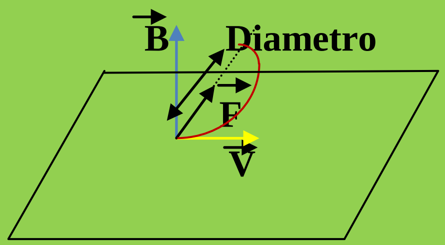
Ejercicio resuelto

Un electrón penetra perpendicularmente desde la izquierda en un campo magnético uniforme vertical hacia el techo con una velocidad de $3,00\times10^{6}$ m . s^{-1}. El electrón sale a 9,00 cm de distancia horizontal del punto de entrada. Calcula: El modulo, dirección y sentido del campo magnético.

Datos: $m_e = 9,11\times10^{-31}$ kg; $q_e = -1,60\times10^{-19}$ C.

Resolución

El croquis del fenómeno, según la regla de la mano izquierda podría ser, teniendo presente que la carga que entra es negativa:



La distancia de 9,00 cm es el diámetro de la trayectoria circular que describe el electrón dentro del campo magnético. El radio valdrá D/2 = 4,5 cm . 1 m / 100 cm = 0,045 m

Con el dibujo anterior hemos determinado la dirección y el sentido del campo magnético.

En lo referente al módulo:

$$m \,.\, V/r = q \,.\, B \;\; ; \;\; B = m \,.\, V / (r \,.\, q)$$

$$B = 9{,}11 \,.\, 10^{-31}\ Kg \,.\, 3 \,.\, 10^{6}\ m \,.\, s^{-1} / (\ 0{,}045\ m \,.\, 1{,}6 \,.\, 10^{-19}\ C)$$

El signo de la carga solo se utiliza para los esquemas y determinación de los vectores. En este ejercicio no se corresponde el enunciado con la realidad puesto que lo que entra dentro del campo es una carga negativa y el campo nunca podría tener el sentido hacia el techo. Tendría la misma dirección pero sentido contrario.

$$B = 27{,}33 \,.\, 10^{-25}\ Kg \,.\, m \,.\, s^{-1} / 0{,}072 \,.\, 10^{-19}\ m \,.\, C =$$

$$= 375{,}58 \,.\, 10^{-6}\ T = 3{,}75 \,.\, 10^{-4}\ T$$

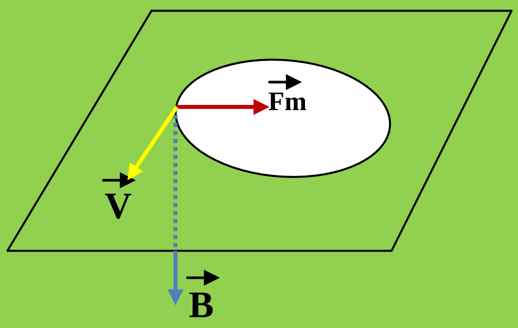
Ejercicio resuelto

Un deuterón de masa 3,34 . 10^{-27} kg y carga +e recorre una trayectoria circular de 6,96 mm de radio en el plano xy, en el que hay un campo magnético de inducción B= -2,50 k T.

Calcular:

a) El módulo de la velocidad del deuterón. Resultado:
b) La expresión vectorial de la fuerza magnética en el punto A de la trayectoria (parte inferior de la circunferencia.
c) El tiempo necesario para completar una revolución.

Resolución



DATOS: $m = 3,34 \cdot 10^{-27}$ Kg ; $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

$R = 6,96$ mm . 1 m / 1000 mm $= 6,96 \cdot 10^{-3}$ m

a)

Recordar:

$$m \cdot V / r = q \cdot B$$

$V = q \cdot B \cdot r / m = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 2,50\ T \cdot 6,96 \cdot 10^{-3}\ m / 3,34 \cdot 10^{-27}\ Kg$

$= 8,33 \cdot 10^{5}\ m \cdot s^{-1}$

b)

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

$V = 8,33 \cdot 10^{5}\ \vec{i}$

$B = -\,2,50\ \vec{k}$

$$(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \left| \begin{array}{ccc} i & j & k \\ 8,33 \cdot 10^{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\,2,50 \\ i & j & k \\ 8,33 \cdot 10^{5} & 0 & 0 \end{array} \right| = -\,(-\,2,50 \cdot 8,33 \cdot 105\ j)$$

$$= 20,82 \cdot 10^{5}\ \vec{j}$$

$$\vec{F} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20,82 \cdot 10^{5}\ j = 3,3 \cdot 10^{-13}\ \vec{j}$$

Lo del valor de $\vec{F}$ en el punto A de la parte baja de la trayectoria circular, en mi opinión, lo que hace es confundir al alumno puesto que el módulo de $\vec{F}$ es constante y además solo puede estar donde está.

c)

En Cinemática nos decían que:

Velocidad lineal = velocidad angular x el radio

$$V = W \cdot r$$

$$\omega = V / r = 8,33 \cdot 10^{5}\ m \cdot s^{-1} / 6,96 \cdot 10^{-3}\ m = 1,19 \cdot 10^{8}\ rad.s^{-1}$$

$$W = 1,19 \cdot 10^{8}\ s^{-1}$$

También nos dijeron en Cinemática que:

$$\omega = 2\ \pi / T$$

En donde T se conoce como *PERIODO* y se define como el tiempo que se tarda en realizar una vuelta completa, luego:

$$T = 2\ \pi / \omega\ \ ; \quad T = 2\ \pi / 1,19 \cdot 10^{8}\ s^{-1} = 5,27 \cdot 10^{-8}\ s$$

Ejercicio resuelto

Un haz de electrones es acelerado a través de una diferencia de potencial de 30000 voltios, antes de entrar en un campo magnético perpendicular a la velocidad. Si el valor de la intensidad de campo es $B = 10^{-2}$ Teslas, determinar el radio de la órbita descrita por los electrones.

DATOS: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $q_e = - 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Resolución

Recordemos que el trabajo eléctrico viene dado por la ecuación:

$$W = q\ .\ (V_A - V_B)$$

$$W = 1{,}6\ .\ 10^{-19}\ C\ .\ 30000\ V = 4{,}8\ .\ 10^{-15}\ J$$

Este trabajo se transmitirá a los electrones en forma de Energía Cinética:

$$E_C = 1 / 2\ .\ m\ .\ V^2$$

$$4{,}8\ .\ 10^{-15}\ J\ .\ 2 = 9{,}1\ .\ 10^{-31}\ Kg\ .\ V^2$$

$$V = (4{,}8\ .\ 10^{-15}\ J\ .2 / 9{,}1\ .\ 10^{-31}\ Kg)^{1/2} = (\ 1{,}05\ .\ 10^{16}\ )1/2 =$$

$$= 1{,}024\ .\ 10^{8}\ m\ .\ s^{-1}$$

Recordemos:

$$m\ .\ V / r = q\ .\ B\ .\ sen\ 90^o \rightarrow m\ .\ V /r = q\ .\ B$$

$$r = m\ .\ V / (q\ .\ B) =$$

$$= 9{,}1\ .\ 10^{-31}\ Kg\ .\ 1{,}024\ .\ 10^{8}\ m\ .\ s^{-1}/1{,}6\ .\ 10^{-19}\ C\ .\ 10^{-2}\ T =$$

$$= 5{,}82\ .\ 10^{-2}\ m$$

Ejercicio resuelto
Un protón se mueve en un círculo de radio 3,48 cm que es perpendicular a un campo magnético de módulo B = 3 T. Calcular:

a) **La velocidad del protón al entrar en el campo.**
b) **El periodo de giro del protón.**

Resolución

DATOS: r = 3,48 cm . 1 m / 100 cm = 0,0348 m

q_{p+} = 1,6 . 10-19 C

B = 3 T

$m_{p+} = 1,6 . 10^{-27}$ kg

a)

m . V / r = q . B . sen 90 ; m . V / r = q . B

V = q . B . r / m = $1,6 . 10^{-19}$ C . 3 T . 0,0348 / $1,6 . 10^{-27}$ Kg =

= *10^7 m . s^{-1}*

b)

Recordemos:

V = ω . r ; ω = 2 π / T → V = 2 π / T . r → T = 2 π r/ V

T = 6,28 . 0,0348 m / 10^7 m . s-1 = *2,1 10^{-8} s*

T = tiempo que se tarda en dar una vuelta completas

Ejercicio resuelto

Un electrón penetra en un acelerador de partículas con una velocidad de 3 . 10^6 i m/s en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de 7,5 k T. Calcular:

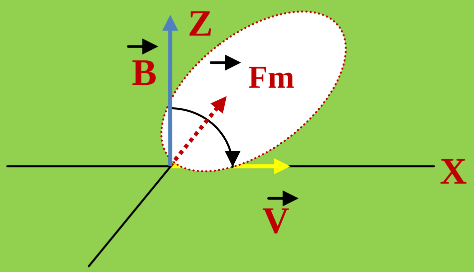
a) El módulo de la fuerza magnética sobre el electrón. Resultado: F = 3,6 10^{-12} N
b) El radio de la circunferencia que describe.
c) El periodo del giro que describirá.

Resolución

a)

Datos: $\vec{V}$ = 3 . 10^6 i m . s-1 ; B = 7,5 $\vec{k}$ T ; q_{e-} = 1,6 . 10^{-19} N

Como lo que entra es una carga negativa:



$\vec{V} = 3 \cdot 10^6\ \vec{i}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\vec{B} = 7,5\ \vec{k}\ \text{T}$

$|\vec{V}| = (Vx^2 + Vy^2 + Vz^2)^{½} = [(3 \cdot 10^6\ \text{m .s-1})^2 + 0 + 0]^{1/2} = 3 \cdot 10^6\ m \cdot s^{-1}$
$|\vec{B}| = (Bx^2 + By2 + Bz^2)^{1/2} = [0 + 0 + (7,5\ \text{T})^2]^{1/2} = 7,5\ T$

El valor de la fuerza magnética viene dado por la expresión:

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot \cos \alpha$$

$\alpha = 90^o \rightarrow \cos 90^o = 1$

$$F = 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 3 \cdot 10^6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 7,5\ \text{T} \cdot 1 = 36 \cdot 10^{-13}\ N$$

b)

$m_{e-} = 9,1 \cdot 10^{-31}$ **Kg**

Recordemos la ecuación:

$$m \cdot V / r = q \cdot B$$

Despejamos "r":

$r = m \cdot V / q \cdot B = 9,1 \cdot 10^{-31}\ \text{Kg} \cdot 3 \cdot 10^6\ \text{m . s-1} / 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 7,5\ \text{T} =$

$$= 2,275 \cdot 10^{-6}\ m$$

c)

Cinemática:

$$V = \omega \cdot r \; ; \; \omega = 2\pi / T \rightarrow V = (2\pi / T) \cdot r$$

Despejamos T:

$$T = 2\pi \cdot r / V = 6{,}24 \cdot 2{,}275 \cdot 10^{-6} / 3 \cdot 10^{6}\ m \cdot s^{-1} = 4{,}73 \cdot 10^{-12}\ s$$

Ejercicio resuelto

Un protón penetra perpendicularmente en una región donde existe un campo magnético uniforme de valor 10^{-3}T y describe una trayectoria circular de 10 cm de radio. Realiza un esquema de la situación y calcula:

a) **La fuerza que ejerce el campo magnético sobre el protón e indica su dirección y sentido ayudándote de un diagrama.**

b) **La energía cinética del protón. Resultado: Ec=7,66 10^{-20} J**

c) **El número de vueltas que da el protón en 10 s.**
Resultado: n = 152470 vueltas

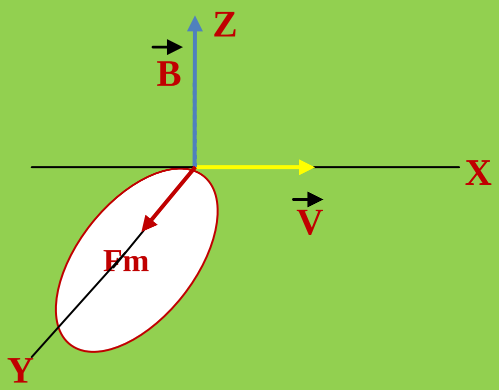
Datos: q_p= 1.6 10^{-19} C; m_p= 1.67 10^{-27} kg

Resolución

a)

$$F = q \cdot V \cdot B \cos \alpha$$

Entra una carga positiva:



10^{-3}T y describe una trayectoria circular de 10 cm de radio

$m \cdot V / r = q \cdot B \rightarrow V = q \cdot B \cdot r / m =$

$= 1,6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 10^{-3}\ T \cdot 0,1\ m / 1,67 \cdot 10^{-27}\ Kg = 0,95 \cdot 10^{4}\ m \cdot s^{-1}$

Volvemos a la ecuación:

$$F = q \cdot V \cdot B \cos \alpha$$

$F = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 0,95 \cdot 10^{4}\ m .s\text{-}1 \cdot 10^{-3}\ T \cdot \cos 90^{o} = 1,52 \cdot 10^{-18}\ N$

b)

Recordemos el tema de Energías:

$$Ec = 1/2 \cdot m \cdot V^2$$

$Ec = ½ \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}\ Kg \cdot (0,95 \cdot 10^{4}\ m \cdot s\text{-}1)^2 =$

$= 0,75 \cdot 10^{-19}\ J$

c)

Se trata de un M.C.U y por tanto:

$$\theta = \omega \cdot t$$

θ = Espacio angular dado en radianes

Recordemos que:

$$V = \omega \cdot r \quad ; \quad \omega = V / r$$

r = 10 cm . 1 m / 100 cm = 0,1 m

$\omega = 0,95 \cdot 10^{4}\ m \cdot s^{-1} / 0,1 = 0,95 \cdot 10^{5}\ rad \cdot s^{-1}$

Volvemos a:

$\theta = \omega \cdot t = 0{,}95 \cdot 10^5 \text{ rad} \cdot s^{-1} \cdot 10 \text{ s} = 0{,}95 \cdot 10^6 \text{ rad}$

0,95 . 106 rad . 1 vuelta / 2 π rad = 0,15 . 106 vueltas =

= *15 . 10^4 vueltas*

Ejercicio resuelto

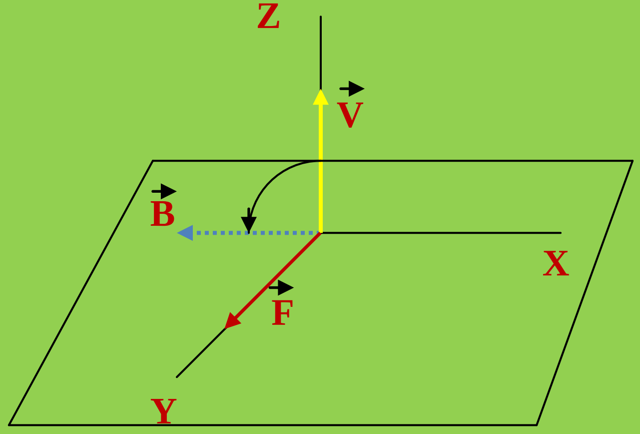
En un punto P del espacio existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje X, y dado por B = - $1{,}4\cdot10^{-5}$ i (T).

a) Calcula la fuerza magnética que actúa sobre una partícula de carga q = $2\cdot10^{-6}$ C que pasa por el punto P, cuando su velocidad es:
   1) $v_1 = 4\cdot10^4$ k (m/s)
   2) v_2 = 5·104 j (m/s)
   3) v_3 = 7,5·104 i (m/s).

b) Halla el radio de la órbita descrita por la partícula de carga q = $2\cdot10^{-6}$ C y masa m = $6\cdot10^{-15}$ kg cuando su velocidad es v_1 = 4·104 k (m/s). Resultado: r=8,57 m

Resolución

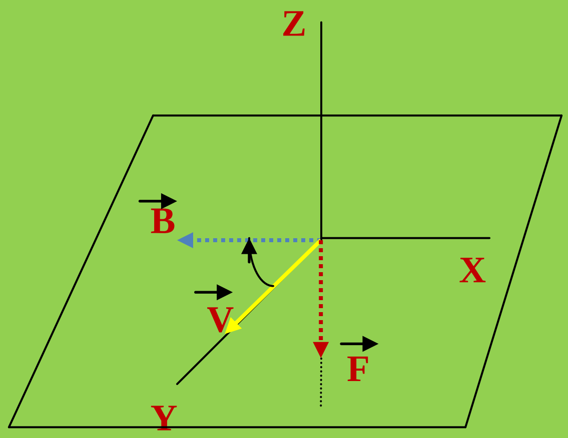
1.-



$F = q \cdot V \cdot B \cdot \text{sen}\,\alpha = q \cdot V \cdot B \cdot \text{sen}\,90^\circ = q \cdot V \cdot B$

$$F = 2 \,.\, 10^{-6}\ C \,.\, 4 \,.\, 104\ m \,.\, s^{-1} = 8 \,.\, 10^{-2}\ N$$

2.-

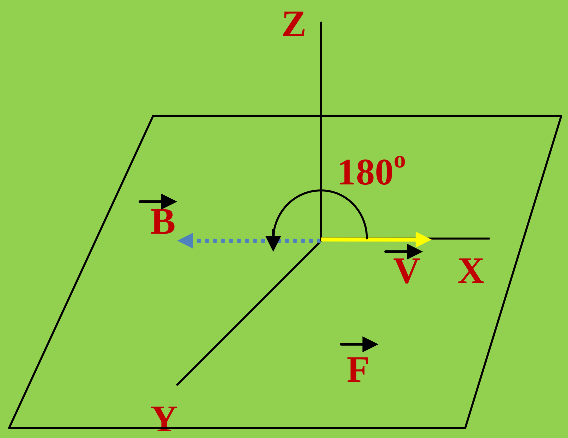


$$F = q \,.\, V \,.\, B \,.\, sen\ 90^o = 2 \,.\, 10^{-6}\ C \,.\, 5 \,.\, 10^4\ m\,.s\text{-}1 \,.\, 1{,}4 \,.\, 10^{-5}\ T \,.\, 1 =$$

$$= 14 \,.\, 10^{-7}\ N$$

3.-

B = - 1,4·10^{-5} i (T)   q = 2·10^{-6} C ; V3 = 7,5 . 104 i



$\alpha = 180^o \rightarrow sen\ 180^o = 0$

$$F = q \,.\, V \,.\, B \,.\, sen\ \alpha = q \,.\, V \,.\, B \,.\, sen\ 180^o = q \,.\, V \,.\, B \,.\, 0 = 0\ N$$

En este caso el campo magnético *NO EJERCERÍA* fuerza alguna sobre la carga.

b)
Recordemos:

$$m \cdot V / r = q \cdot B$$

Despejamos el "r":

$$r = m \cdot V / (q \cdot B)$$

$$r = 6 \cdot 10^{-15} \text{ Kg} \cdot 4 \cdot 10^{4} \text{ m} \cdot \text{s-1} / (2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ T}) =$$

$$= 8{,}57 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto

Un electrón con una energía cinética de 3,0 eV recorre una órbita circular dentro de un campo magnético uniforme cuya intensidad vale $2{,}0 \cdot 10^{-4}$ T, dirigido perpendicularmente a la misma según se indica en la figura. Calcula:

a) El radio de la órbita del electrón.
b) El período del movimiento.
c) El módulo de la aceleración del electrón.

Datos: e = 1,60 × 10–19 C ; me = 9,11 × 10–31 kg ;
1 eV = 1,60 × 10–19 J

Resolución

a)

Sabemos que:

$$m \cdot V / r = q \cdot B$$

Despejamos el radio:

$$r = m \cdot V / (q \cdot B)$$

Para conocer la V recurriremos a la energía:

$$\mathbf{Ec = ½ . m . V^2}$$

$$\mathbf{Ec = 3{,}0\ eV . 1{,}60 . 10^{-19}\ J / 1\ eV = 4{,}8 . 10^{-19}\ J}$$

$$\mathbf{4{,}8 . 10^{-19}\ J = ½ . 9{,}11 . 10^{-31}\ Kg . V^2}$$

$$\mathbf{V = (2 . 4{,}8 . 10^{-19}\ J / 9{,}11 . 10^{-31})^{1/2}}$$

$$\boldsymbol{V = 1{,}02 . 10^{6}\ m . s^{-1}}$$

Volvemos a la ecuación:

$$\mathbf{r = m . V / (q . B)}$$

$$\boldsymbol{r} \mathbf{= 9{,}11 . 10^{-31}\ Kg . 1{,}02 . 10^{6}\ m . s^{-1} / (1{,}6 . 10^{-19}\ C . 2{,}0 . 10^{-4}\ T) =}$$

$$\mathbf{=} \boldsymbol{2{,}9 . 10^{-2}\ m}$$

b)

El electrón describirá una trayectoria circular con un M.C.U.

Recordemos que:

$$\mathbf{V = \omega . r \quad ; \quad \omega = 2\ \pi / T \rightarrow V = (2\ \pi / T) . r}$$

$$\mathbf{T = 2\ \pi . r / V \quad ; \quad T = 6{,}28 . 2{,}9 . 10^{-2}\ m / \ 1{,}02 . 10^{6}\ m . s^{-1}}$$

$$\boldsymbol{T = 17{,}85 . 10^{-8}\ s}$$

c)

El movimiento del electrón, M.C.U, implica la existencia de una componente de la aceleración, la componente normal, a_n. El valor de a_n viene dado por la ecuación:

$$a_n = V^2 / r$$

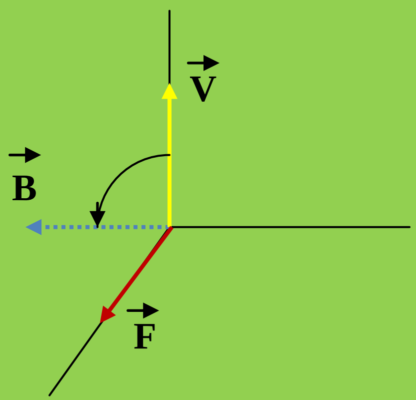
$$a_n = (1{,}02 \cdot 10^6 \ m \cdot s\text{-}1)^2 / 2{,}9 \cdot 10^{-2} \ m$$

$$a_n = 3{,}58 \cdot 10^{13} \ m \cdot s^{-2}$$

Ejercicio resuelto

En un punto P del espacio existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje X y dado por B = -1,4 ×10-5 i (T). Calcula la fuerza magnética que actúa sobre una partícula de carga $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C que pasa por el punto P, cuando su velocidad es v = 4 ×104 k (m / s)

Resolución



Recordemos:

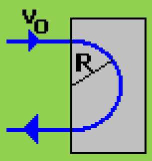
$$F = q \cdot V \cdot B \cdot sen\ \alpha$$

$\alpha = 90^o$ → sen 90^o = 1

$$F = 2 \cdot 10^{-6}\ C \cdot 4 \cdot 10^{4}\ m \cdot s\text{-}1 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot 1 =$$

$$= 11{,}2 \cdot 10^{-7}\ N$$

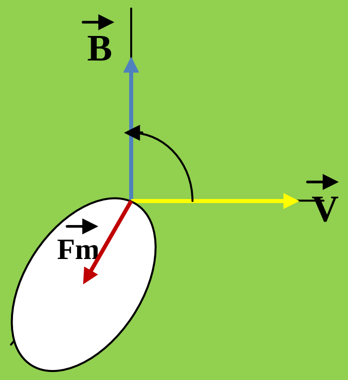
Ejercicio resuelto



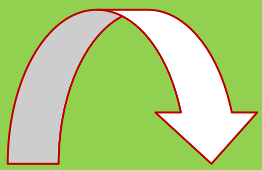
Un electrón que viaja con velocidad vo = 107 m/s penetra en la región sombreada de la figura, donde existe un campo magnético uniforme. Se observa que el electrón realiza una trayectoria semicircular de radio R = 5 cm dentro de dicha región, de forma que sale en dirección paralela a la de incidencia, pero en sentido opuesto. Sabiendo que la relación carga / masa del electrón es 1'76.1011 C/kg, determinar el módulo, dirección y sentido del campo magnético que existe en esa región.

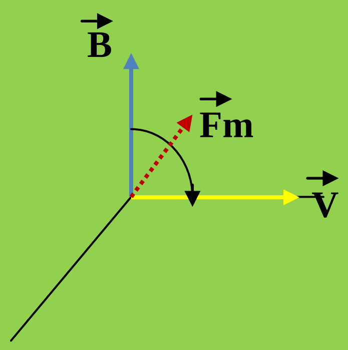
Resolución

Según dibujo, del movimiento del electrón dentro del campo magnético, este describe una semicircunferencia de derecha a izquierda. Gráficamente, para que sea posible esta trayectoria los vectores campo, velocidad y fuerza magnética tendrían la siguie disposición:

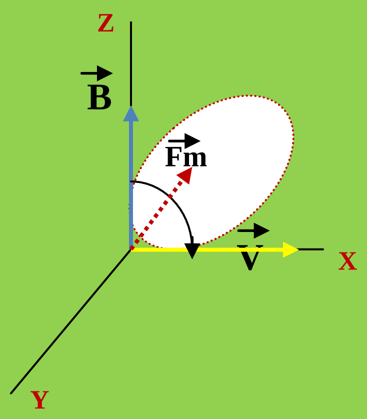


Al entrar una carga negativa la trayectoria tiene sentido contrario, lo que se consigue realizando el producto vectorial en el orden ($\vec{B} \Lambda \vec{V}$):

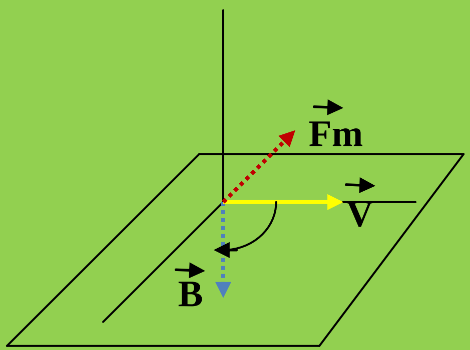




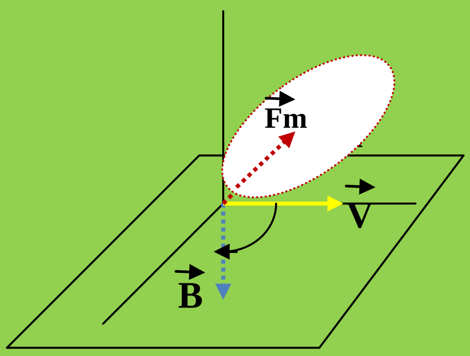
La trayectoria sería:



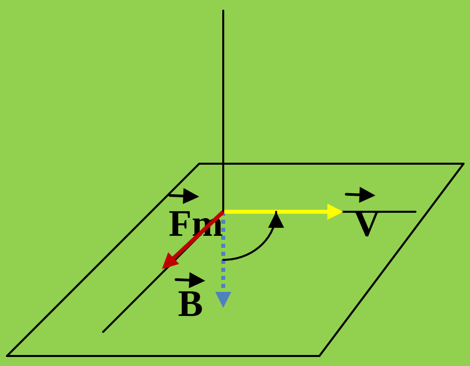
Esto nos quiere decir que en el dibujo del enunciado el electrón entra al campo por la trayectoria contraria. Esta trayectoria contraria se podría conseguir suponiendo que el vector campo se encuentra en la parte negativa del eje de las Z, es decir, el campo entraría en forma perpendicular por el plano del papel alejándose de los de los observadores.



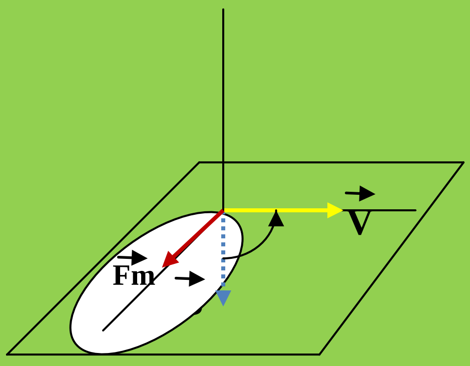
La trayectoria sería:



Al entrar la carga negativa cambia el orden del producto vectorial:

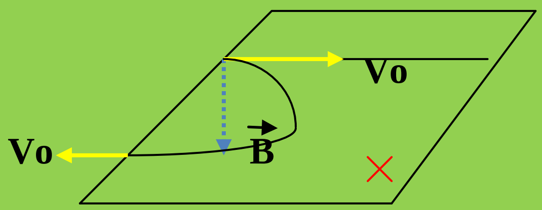


La trayectoria sería entonces:



que coincide con la del enunciado.

El vector campo, B, está en la *dirección del eje Z* y de *sentido hacia abajo* (parte negativa del eje Z).



En lo referente al módulo:

vo = 10^7 m/s
R = 5 cm . 1 m / 100 cm = 0,05 m
Carga / masa = 1'76.10^{11} C/kg → Carga = 1,76 . 10^{11} C/kg . m

masa / carga = 1 / (1,76 . 10^{11} C/Kg) = 0,56 . 10^{-11} Kg / C

Recordemos la ecuación:

$$m \cdot V / r = q \cdot B$$

Despejamos B:

$$B = m \cdot V / q \cdot r$$

$$B = (m / q) \cdot V / r =$$

B = 0,56 . 10-11 Kg / C . 107 m . s-1 / 0,05 m =

= 11,2 . 10^{-4} T

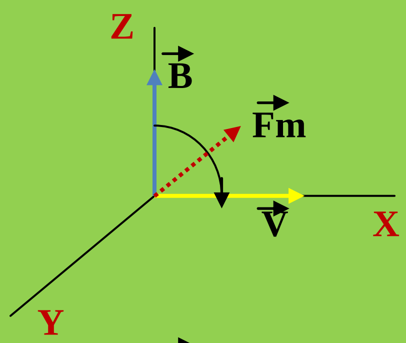
$$\vec{B} = - 11{,}2 \cdot 10^{-4}\ \vec{k}\ \ T$$

Ejercicio resuelto

Un electrón se mueve en el eje positivo de las x, con una velocidad de V = 3,0 . 10^5 m . s-1. Entra a una región cuya campo magnético es 0.8T en la dirección positiva del eje de la z. ¿Cuál será la magnitud y dirección de la fuerza magnética que experimenta el electrón?

Resolución

Como la carga que entra dentro del campo es negativa el producto vectorial del vector velocidad por el vector campo se realizará en el orden (BΛV), por lo que la fuerza magnética tendrá la dirección y el sentido que marque la ley del sacacorchos:



En lo referente al módulo de $\vec{Fm}$:

$$Fm = q \,.\, V \,.\, B \,.\, sen\ \alpha$$

α = 90º → sen 90º = 1

$$F = 1{,}6 \,.\, 10^{-19}\ C \,.\, 3{,}0 \,.\, 10^{5}\ m \,.\, s^{-1} \,.\, 0{,}8\ T = 3{,}84 \,.\, 10^{-14}\ N$$

El vector $\vec{Fm}$:

$$\vec{Fm} = -\ 3{,}84 \,.\, 10^{-14}\ \vec{j}\ N$$

Cuestión resuelta

Un protón penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme. Explique qué tipo de trayectoria describirá el protón si su velocidad es: a) paralela al campo; b) perpendicular al campo.

1.¿Qué sucede si el protón se abandona en reposo en el campo magnético?
2.¿En qué cambiarían las anteriores respuestas si en lugar de un protón fuera un electrón?

Resolución

a)

En el primer caso, siendo el vector V paralelo al vector B, el módulo de la fuerza se hace 0, ya que :

$$F = q \,.\, V \,.\, B \,.\, sen\ \alpha$$

$\alpha = 0^o \rightarrow$ sen $0^o = 0 \rightarrow F = q \,.\, V \,.\, B \,.\, 0 = 0$

El protón NO SUFRE FUERZA ALGUNA y su trayectoria no varía con respecto a la que entró en el campo magnético.

b)

En el segundo apartado se nos plantean que los vectores Velocidad y campo son perpendiculares, es decir, $\alpha = 90 \rightarrow$ sen $90^o = 1$

La fuerza sobre el protón será:

$$F = q \,.\, V \,.\, B\ sen\ 90^o = q \,.\, V \,.\, B$$

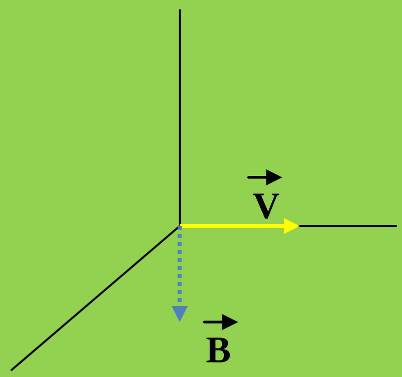
Esta fuerza solo tiene componente normal y el protón describirá un M.C.U.

1.- Para que el campo actúe sobre una carga esta debe estar en movimiento. Como está en reposo no actúa ninguna fuerza sobre el protón. Sigue estando en reposo.

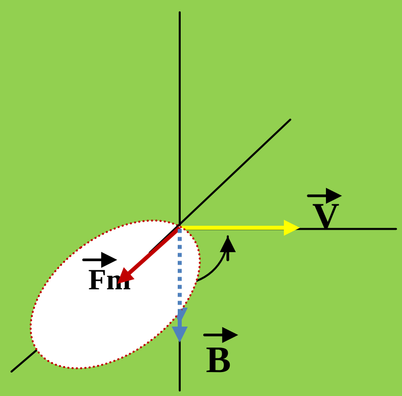
2.- El protón al ser perpendicular al vector campo describía un M.C.U. El protón es positivo pero ahora lo que entra al campo es un electrón que tiene carga negativa esto hace que el electrón describa también un M.C.U pero en sentido contrario al del protón.

Ejercicio resuelto

Una partícula de carga q = $- 1.6\ 10^{-19}$ C y masa m = $1.7\ 10^{-27}$ kg entra con una velocidad v = v i en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme B = - 0.5 k (T). El radio de la trayectoria circular que describe es R = 0.3 m. Dibujar la fuerza que ejerce el campo sobre la partícula en el instante inicial y la trayectoria que sigue ésta. Calcular la velocidad "v" con la que entró al campo.



Como la carga que entra en el campo es negativa el producto vectorial se realizará en el orden ($\vec{B} \wedge \vec{V}$):



q = - 1.6 10- 19 C ; m = 1.7 10- 27 kg ; B = - 0.5 k (T) ; v = v i

R = 0.3 m

La ecuación:

$$m \cdot V / r = q \cdot B$$

Nos permite conocer la velocidad:

$V = q \cdot B \cdot r / m = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 0{,}5\ T \cdot 0{,}3\ m / 1{,}7 \cdot 10^{-27}\ Kg =$

$= 0{,}14 \cdot 10-11\ m \cdot s-1$

7.- Fuerza ejercida por un Campo Magnético sobre un conductor rectilíneo recorrido por una corriente eléctrica

Fuerza sobre una corriente rectilínea
http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/magnet/fuerzamag2.html

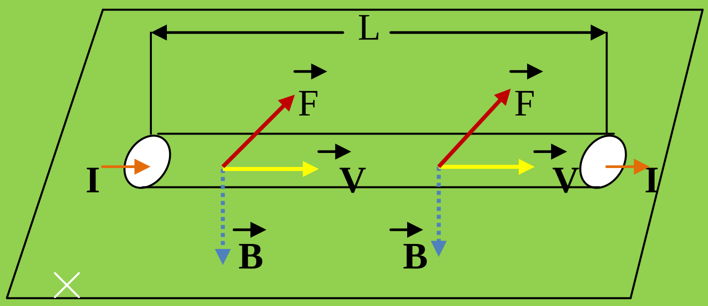
Fuerza sobre una corriente rectilínea
http://www.matematicasfisicaquimica.com/conceptos-de-fisica-y-quimica/151-conceptos-fisica-campo-magnetico-induccion-electromagnetica-electromagnetismo/966-fuerza-ejercida-campo-magnetico-conductor-corriente-electrica.html

Fuerza sobre una corriente rectilínea
http://www.sociedadelainformacion.com/departfqtobarra/magnetismo/lorenz/lorenz.html

Fuerza sobre una corriente rectilínea
http://rabfis15.uco.es/proyecto/Fund_teoricos/fuerza%20ejercida%20por%20campo.htm

Tenemos un conductor recorrido por una intensidad de corriente I y situado dentro de un capo magnético que supondremos perpendicular al conductor y de sentido entrante al plano del papel:

Según la regla de la mano izquierda los vectores campo, velocidad y fuerza magnética quedarían de la siguiente forma:



Los electrones circulan por el conductor con una velocidad V. El Tiempo que tardan los electrones en atravesar la longitud L del conductor viene dada por la ecuación:

$$L = V \cdot t \;\; ; \;\; t = L / V$$

La intensidad de corriente que atraviesa el conductor viene expresada por:

$$I = Q / t$$

Llamaremos "Q" la carga eléctrica que atraviesa el conductor y que viene dada por la ecuación:

$$Q = I \cdot t$$

Según Lorentz la fuerza magnética que actúa sobre el conductor es:

$$F = Q \cdot V \cdot B \cdot sen\ \alpha$$

A esta última ecuación podemos llevar el valor de "Q":

$$F = I \cdot t \cdot V \cdot B \cdot sen\ \alpha$$

Por otra parte anteriormente se dedujo:

$$t = L / V$$

que llevado a la ecuación anterior nos quedaría:

$$F = I \cdot L / V \cdot V \cdot B \cdot sen\ \alpha \rightarrow F = I \cdot L \cdot B \cdot sen\ \alpha$$

Siendo α el ángulo que forman el conductor con el vector campo.

Según la última ecuación podemos concluir que la fuerza magnética que ejerce un campo magnético sobre un conductor rectilíneo depende de:

a) **De la Intensidad de corriente.**
b) **De la longitud del conductor.**
c) **Del ángulo entre el conductor y el vector campo magnético.**

La ecuación anterior puesta en forma vectorial sería:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \wedge \vec{B})$$

que se conoce como la Primera ley de Laplace.

Ejercicio resuelto

Un conductor rectilíneo de 15 cm de longitud, por el que circula una corriente eléctrica de intensidad 20 A, se encuentra dentro de un campo magnético de 5 T. Determinar la fuerza que ejerce dicho campo sobre el conductor en los siguientes casos:

a) **El vector longitud y el vector campo son paralelos.**
b) **Los vectores anteriores forman un ángulo de 30º.**
c) **Los vectores anteriores forman un ángulo de 60º.**
d) **Los vectores longitud y campo son perpendiculares.**

Resolución

Según Laplace:

$$F = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}\ \alpha$$

a) $\vec{L} \parallel \vec{B} \rightarrow \alpha = 0 \rightarrow \text{sen}\ 0^{o} = 0$

$$F = 20\ A \cdot 0{,}15\ m \cdot 5\ T \cdot 0 = 0\ N$$

El conductor NO SUFRE FUERZA ALGUNA.

b) $\alpha = 30^{o} \rightarrow \text{sen}\ 30^{o} = 0{,}5$

$$F = 20\ A \cdot 0{,}15\ m \cdot 5\ T \cdot 0{,}5 = 7{,}5\ N$$

c) **$\alpha = 60^o \rightarrow$ sen $60^o = 0{,}87$**

$$F = 20\ A\ .\ 0{,}15\ m\ .\ 5\ T\ .\ 0{,}87 = 13{,}05\ N$$

d) **$\vec{L} \perp \vec{B} \rightarrow \alpha = 90^o \rightarrow$ sen $90^o = 1$**

$$F = 20\ A\ .\ 0{,}15\ m\ .\ 5\ T\ .\ 1 = 15\ N$$

Cuestión resuelta

Un hilo recto y conductor de longitud L y corriente I , situado en un campo magnético B , sufre una fuerza de módulo I·L·B :

A) Si I y B son paralelos y del mismo sentido.

B) Si I y B son paralelos y de sentido contrario.

C) Si I y B son perpendiculares.

Resolución

Según la ley de Laplace:

$$F = I\ .\ L\ .\ B\ .\ sen\ \alpha$$

Para que el módulo de F sea igual al producto de (I . L . B) el sen α tiene que ser igual a la unidad lo que implicaría que el ángulo formado por los vectores $\vec{L}$ y $\vec{B}$ deben ser perpendiculares y por lo tanto $\alpha = 90^o$.

a) **Si los vectores $\vec{L}$ y $\vec{B}$ sin paralelos el ángulo formado por ambos vectores es de $0^o \rightarrow$ sen $0^o = 0$:**

$$F = I\ .\ L\ .\ B\ .\ 0 = 0\ N$$

FALSO

b) **El ángulo sería de $180^o \rightarrow$ sen $180^o = 0$**

$$F = I\ .\ L\ .\ B\ .\ 0 = 0$$

FALSO

c) Si la fuerza tiene por módulo:

F = I . L . B

Es debido a que sen α = 1 → $\vec{L}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares

VERDADERO

Ejercicio resuelto

Un cable rectilíneo de longitud L = 0,5 m transporta una corriente eléctrica I = 2 A. Este cable está colocado perpendicularmente a un campo magnético uniforme B = 0,25 T. Calcula el módulo de la fuerza que sufre dicho cable.

Resolución

$\vec{L} \perp \vec{B}$ → α = 90º → sen 90º = 1

Laplace nos dice:

F = I . L . B . sen α

F* = 2 A . 0,5 m . 0,25 T . 1 = *0,25 N

Ejercicio resuelto

Un vector longitud viene dado por la expresión $\vec{L} = 5\,\vec{i} + 3\,\vec{j} - 2\,\vec{k}$ (m) y el vector inducción magnética $\vec{B} = -3\,\vec{i} + 6\,\vec{j} + 4\,\vec{k}$ (T). Por el conductor circula una corriente de intensidad I = 5 A. Determinar el ángulo que forman $\vec{L}$ y $\vec{B}$.

Resolución

Recordemos que:

$$|\vec{F}| = I \cdot |\vec{L}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen}\,\alpha$$

Si conociéramos el módulo de $\vec{F}$ el problema sería directo, pero no lo conocemos y es en lo que debemos centrarnos.

Debemos buscar el vector $\vec{F}$:

$$\vec{F} = I \, . \, (\vec{L} \wedge \vec{B})$$

Vamos a conocer el vector F:

$$(\vec{L} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 3 & -2 \\ -3 & 6 & 4 \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 12\,i + 30\,k + 6\,j - (-9\,k - 12\,i + 20\,j) = 24\,\vec{i} - 14\,\vec{j} + 39\,\vec{k}$$

$$\vec{F} = 5\,A \, . \, (24\,i - 14\,j + 39\,k) = 120\,\vec{i} - 70\,\vec{j} + 195\,\vec{k}$$

$$|\vec{F}| = [\,(120)^2 + (-70)^2 + (195)^2\,]^{1/2} =$$

$$F = (14400 + 4900 + 38025)^{1/2} = 240\ N$$

Volvemos a la ecuación:

$$F = I \, . \, L \, . \, B \, . \, \text{sen}\ \alpha$$

Debemos conocer los módulos de $\vec{L}$ y de $\vec{B}$:

$|\vec{L}| = [\,(5)^2 + 3^2 + (-2)^2\,]^{1/2} = 6,16\ m$

$|\vec{B}| = [\,(-3)^2 + 6^2 + 4^2]^{1/2} = 7,81\ N$

Volvemos a la última ecuación:

$$240 = 5\ A \, . \, 6,16\ N \, . \, 7,81\ N \, . \, \text{sen}\ \alpha$$

$$240 = 240,5\ \text{sen}\ \alpha$$

$$\text{sen}\ \alpha = 240 / 240,5 \approx 1 \rightarrow \alpha = 90^o$$

Ejercicio resuelto

Un conductor largo horizontal por el que circula una corriente de 5 A, se encuentra en el interior de un campo magnético vertical uniforme de 3 T. Calcula la fuerza magnética por unidad de longitud del conductor.

Resolución

$$F/L = I \cdot B \cdot \text{sen}\ \alpha \quad (1)$$

Sabemos por el enunciado que el campo magnético se encuentra en la parte positiva del eje Z. De la longitud (vector) no sabemos nada por lo que supondremos que los vectores L y B son perpendiculares:

$L \perp B \rightarrow \alpha = 90^o \rightarrow \text{sen}\ 90^o = 1$

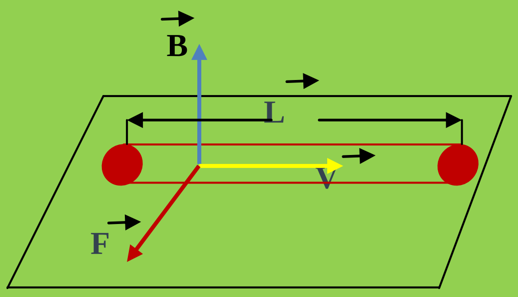
Volvemos a la ecuación (1):

$$F/L = 5\ A \cdot 3\ T = 15\ N/m$$

Ejercicio resuelto

Un conductor de 20 cm por el que circula una corriente de 8 A se sitúa en un campo magnético de 0,6 T perpendicular a él. Halla la fuerza que actúa sobre él, si la corriente circula en el sentido positivo del eje X y el campo actúa sobre el eje Z en el sentido positivo.

Resolución



$|\vec{L}| = 20\ cm \cdot 1\ m / 100\ cm = 0,20\ m$

$\alpha = 90^o \rightarrow \text{sen}\ 90^o = 1$

En función de la primera ecuación de Laplace:

$$F = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}\ 90^o$$

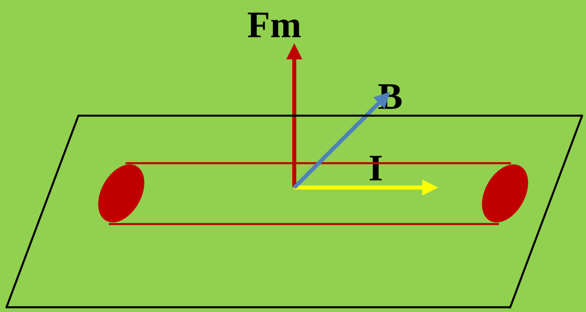
$$F = 8\ A \cdot 0,20\ m \cdot 0,6\ T \cdot 1 = 0,96\ N$$

Ejercicio resuelto

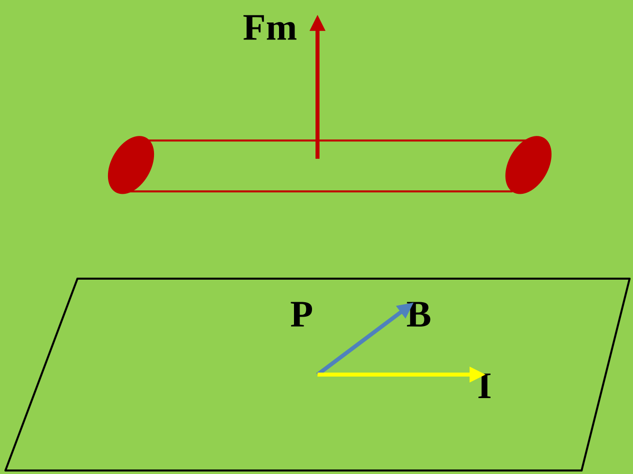
Una varilla conductora de 75 cm se coloca en el interior de un campo magnético de 5 T. Por el interior de la varilla conductora pasa una intensidad de corriente eléctrica de 2 A. Por acción del campo magnético la varilla sufre la acción de una fuerza, que dentro del campo magnético, la va elevando hasta que se para y queda en equilibrio en su nueva posición. Intenta realizar un esquema del fenómeno y determina la masa de la varilla para que se establezca dicho equilibrio.

Resolución

La fuerza que ejerce el campo magnético tendrá la dirección y el sentido positivo de eje Z. El enunciado no nos dice nada sobre la posición entre campo y varilla por lo que supondremos que son perpendiculares. El esquema será:



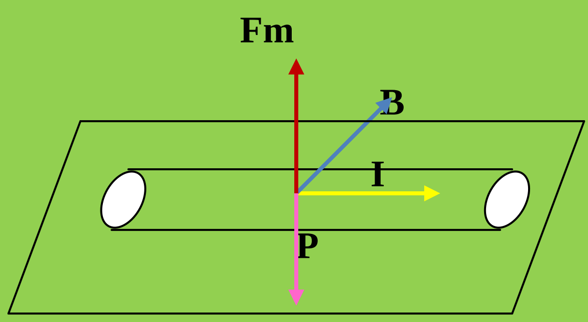
La varilla debería ascender como consecuencia de la fuerza magnética:



Sin embargo la varilla se queda en el plano en estado de equilibrio estático. Para que esto ocurra y según la Dinámica el conjunto de todas las fuerzas que actúan sobre la varilla se deben de anular:

$$\sum F = 0 \quad (1)$$

Otra fuerza que actúa sobre la varilla es el *PESO* de la misma:



Si aplicamos (1):

$$Fm + (-P) = 0 \rightarrow Fm - P = 0 \rightarrow Fm = P$$

Por la condición de perpendicularidad del vector longitud y del vector campo la ley de Laplace nos dice:

$$Fm = I \,.\, L \,.\, B$$

El peso de los cuerpos:

$$P = m \,.\, g$$

Igualando las dos ecuaciones nos queda:

$$I \,.\, L \,.\, B = m \,.\, g$$

despejando la masa:

$$m = I \,.\, L \,.\, B / g = 2\ A \,.\, 0{,}75\ m \,.\, 5\ T / 9{,}8\ m \,.\, s^{-2} = 0{,}76\ Kg$$

8.- Acción de un campo magnético sobre una espira

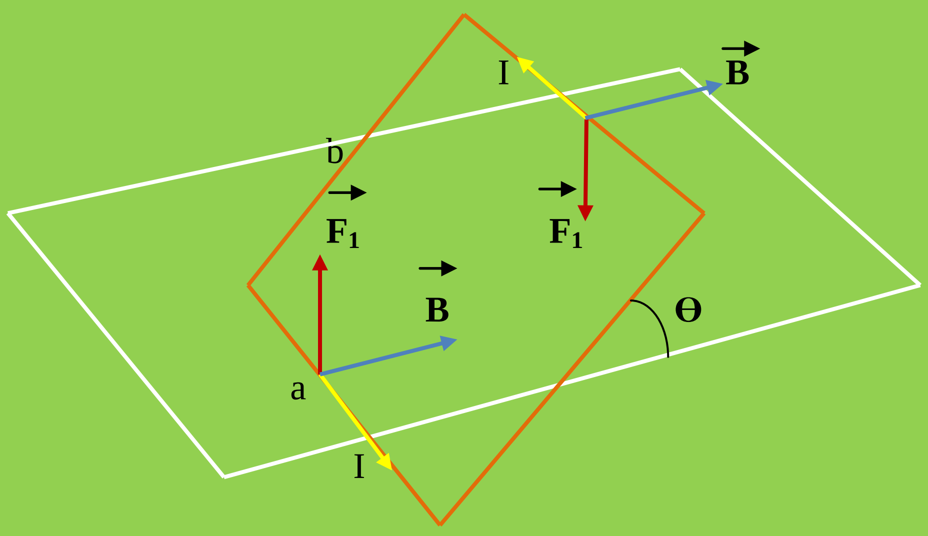
Acción de un capo magnético sobre una espira
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_magnetico/momento/momento.htm

Acción de un capo magnético sobre una espira
http://www.fisicanet.com.ar/fisica/magnetismo/ap08_fuerza_de_campo_magnetico.php

Acción de un capo magnético sobre una espira
http://jmas.webs.upv.es/ffi/Unit%206/Tema%206.%20Fuerzas%20magn%C3%A9ticas.pdf

Fuerza sobre cada lado de la espira

En la figura adjunta nos encontramos con una espira rectangular de lados "a" y "b". La espira es recorrida por una corriente eléctrica de intensidad I y forma un ángulo ϴ con el plano horizontal. Por la regla de la mano izquierda podemos establecer los vectores $\vec{F}$ y los vectores $\vec{B}$.



La espira está situada dentro de un campo magnético $\vec{B}$.

Vamos a calcular la fuerza que se ejerce sobre cada uno de los lados de la espira:

La fuerza F_1, su módulo, lo podemos conocer mediante la ecuación:

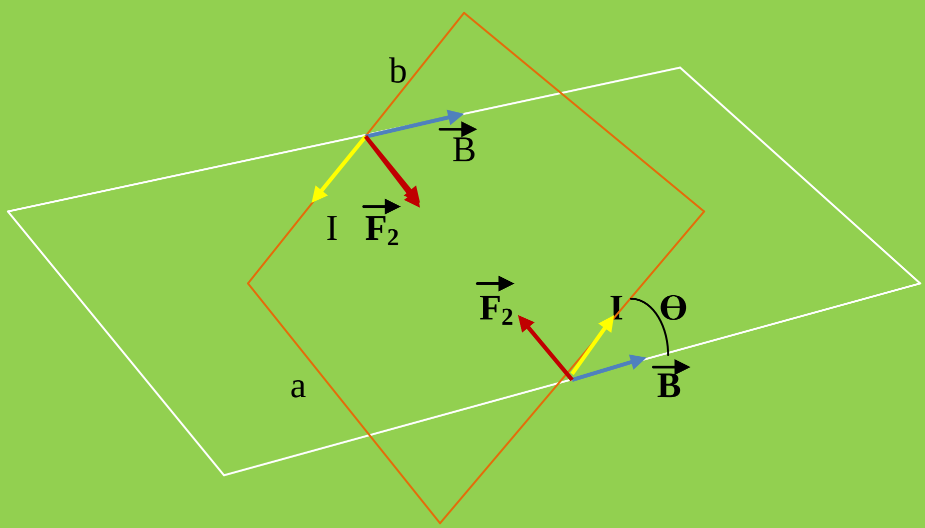
$$F_1 = I \,.\, L \,.\, B \,.\, sen\ \alpha \qquad ; \quad L = a$$

$$F_1 = I \,.\, a \,.\, B\ sen\ 90^o$$

sen $90^o = 1$

$$F_1 = I \,.\, a \,.\, B$$

La fuerza F_2 sobre cada uno de los lados de longitud "*b*", es:



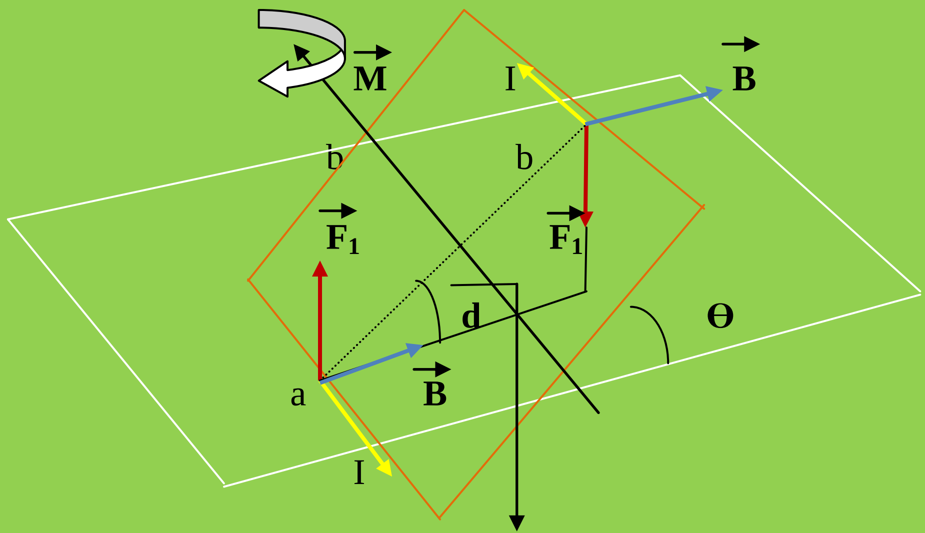
$$F_2 = I \,.\, b \,.\, B \,.\, sen\ \Theta$$

Si observamos bien el dibujo veremos que las F_2 se anulan cuando la espira está contenida en el plano ($\Theta = 0^o$). Cuando la espira es perpendicular al plano ($\Theta = 90^o$) la F_2 es máxima.

La fuerza resultante sobre la espira es NULA. Las F_1 son de la misma dirección y de sentido contrario. Igual ocurre con las F_2.

$$\sum F_{espira} = 0$$

En el caso de las F_1 al no tener la misma línea de acción pueden formar un par de fuerzas que constituirán un Momento (M):



$$M = F_1 \cdot d \quad (1)$$

d = la distancia entre ambas fuerzas siempre es la más corta y esta condición se produce cuando las dos fuerzas se encuentran en el mismo plano.

$$\cos(90 - \Theta) = d / b \;;\quad \cos(90 - \Theta) = \text{sen}\,\Theta$$

$$\text{sen}\,\Theta = d / b \quad ; \quad d = b \cdot \text{sen}\,\Theta$$

Siendo "d" la distancia mínima entre las direcciones de las dos fuerzas que constituyen el par.

Otras veces el módulo del momento viene dado en función del coseno:

$$M = F \cdot L \cdot \cos\alpha$$

Todo depende del esquema del dibujo.

Si nos vamos a (1)

$$M = I \cdot a \cdot B \cdot b \cdot \text{sen}\,\Theta$$

Reagrupamos términos:

$$M = I \cdot a \cdot b \cdot B \cdot \text{sen}\, \Theta$$

a . b = S = Área de la espira

$$M = I \cdot S \cdot B\ \text{sen}\, \Theta$$

Vectorialmente:

$$\vec{M} = I \cdot (\vec{S} \wedge \vec{B})\ (1)$$

La dirección momento $\vec{M}$ es la del eje de rotación de la espira, y el sentido viene dado por la regla del sacacorchos aplicada en la dirección de la corriente eléctrica.

Todo lo visto para una espira rectangular también se puede aplicar a una espira circular:

a) **Aunque la fórmula del momento $\vec{M}$ se ha obtenido para una espira rectangular, es válida para una espira circular o de cualquier otra forma.**
b) **Si se trata de una bobina o solenoide con N espiras el M vendrá dado por la ecuación:**

$$\vec{M} = N \cdot I \cdot (\vec{S} \wedge \vec{B})$$

Una parte de esta expresión de la ecuación (1):

$$I \cdot \vec{S}$$

se conoce como Momento Magnético de la espira:

$$\vec{m} = I \cdot \vec{S}$$

Podríamos escribir la ecuación:

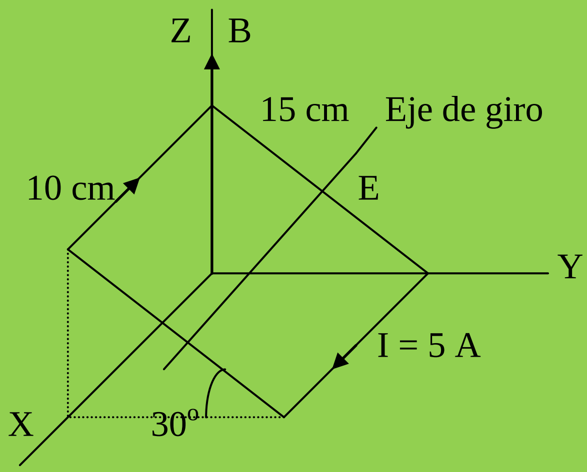
$$\vec{M} = I \cdot (\vec{S} \wedge \vec{B})$$

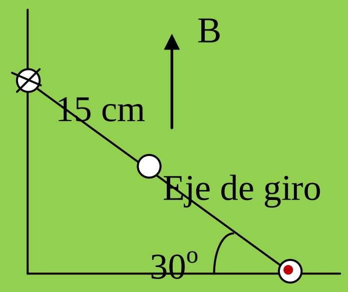
de la forma:

$$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

Ejercicio resuelto

Una espira rectangular por las que circula una corriente de 5 A, de dimensiones 10 y 15 cm está en una región en la que hay un campo magnético uniforme B=0.02 T a lo largo del eje Z, la espira forma un ángulo de 30º con el plano XY tal como se indica en la figura:



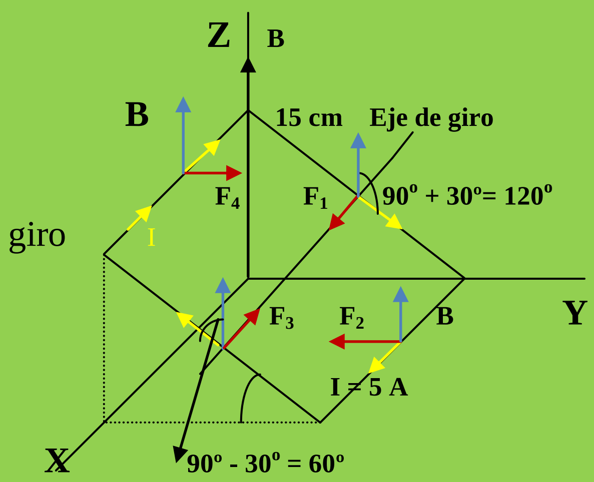


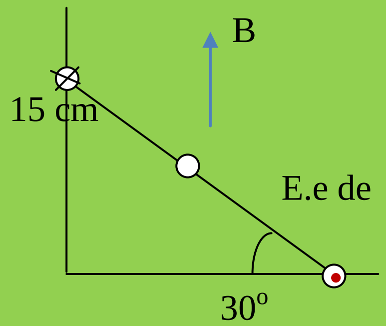
- **Dibujar las fuerza sobre cada uno de los lados de la espira, calcular su módulo**

- **Hallar el momento (módulo, dirección y sentido) de las fuerzas respecto del eje de rotación.**

Resolución

a)



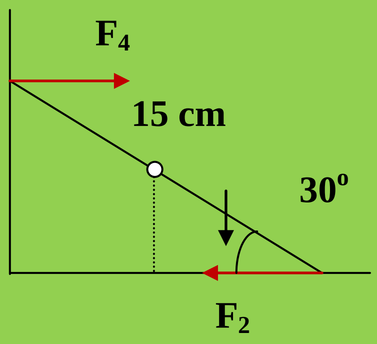


$|F_2| = |F_4| = 5\ A.\ 0{,}1\ m\ .\ 0{,}02\ T\ .\ \text{sen}\ 90^o = 0{,}01\ N$

$|F_1| = 5 \text{ A} . 0{,}15 \text{ m} . 0{,}02 \text{ T} . \text{sen } 120^o = 0{,}013 \text{ N}$

$|F_3| = 5 . \text{A} . 0{,}15 \text{ m} . 0{,}02 \text{ T} . \text{sen } 60^o = 0{,}013 \text{ N}$

b)



=

$M = I . S . B . \text{sen } 30$

$S = 0{,}10 \text{ m} . 0{,}015 \text{ m} = 0{,}015 \text{ m}^2$

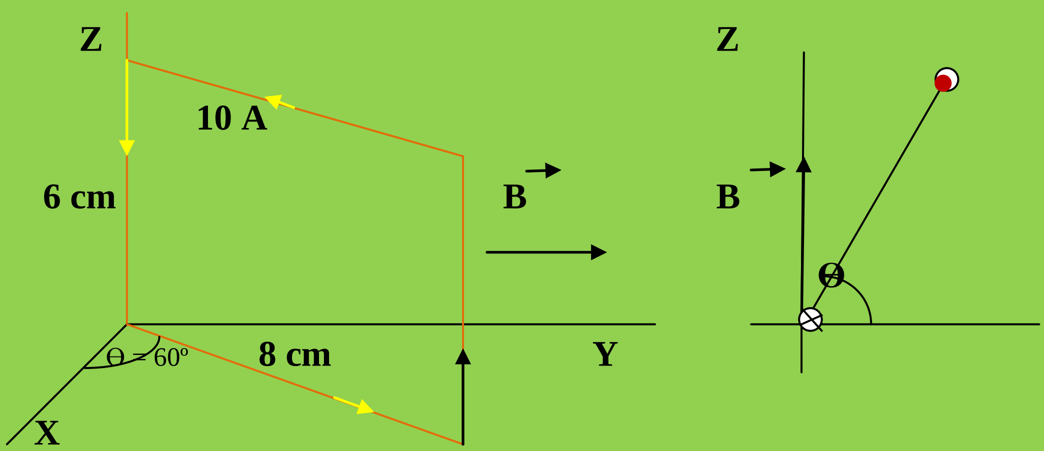
$M = 5 \text{ A} . 0{,}015 \text{ m}^2 . 0{,}02 \text{ T} . 0{,}5$

$= 7{,}5 . 10^{-4} \text{ N} . \text{m}$

La dirección del giro de la espira se produce, según el dibujo, en el eje OX y el sentido negativo determinado por la aplicación de la "regla del sacacorcho" en el sentido de circulación de la corriente eléctrica en la espira.

Ejercicio resuelto

Por una espira rectangular de la de lados 6 y 8 cm circula una corriente de 10 A en el sentido indicado en la figura. Está en el seno de un campo magnético uniforme B=0,2 T dirigido a lo largo del eje Y tal como se muestra en las figuras. La espira está orientada de modo que el ángulo θ=60º.



a) **Calcular la fuerza sobre cada lado de la espira dibujando su dirección y sentido tanto en el espacio (figura de la izquierda) como en la proyección XY (derecha).**

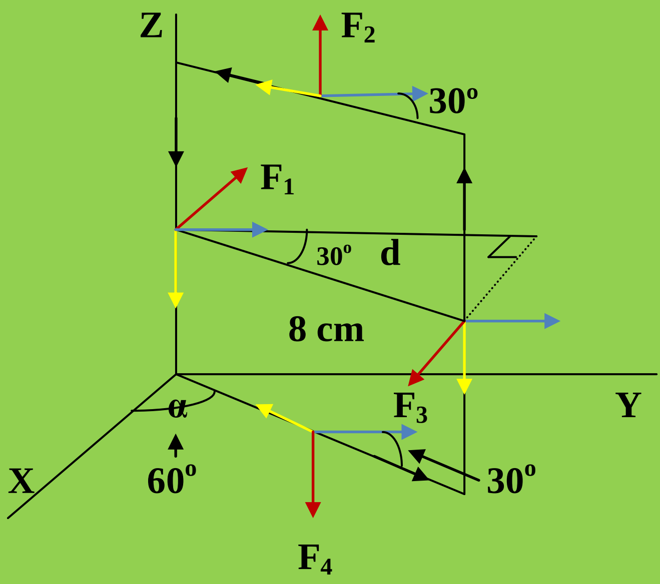
b) El momento de dichas fuerzas (módulo, dirección y sentido) respecto del eje de rotación Z.

Resolución

a)

A lo largo del eje Y es sinónimo de paralelo de la eje Y.

Calcularemos los módulos de las fuerzas que actúan sobre cada una de los lados de la espira y determinares las fuerzas que crean el Momento:



Las fuerzas F_2 y F_4 tienen la misma dirección, sentido contrario e igual módulo por lo que se anularán, es decir $F_2 = F_4$.

Las fuerzas F_1 y F_3 tienen igual módulo, dirección y sentido contrario y por lo tanto también se anularán. Estas fuerzas al no tener la misma línea de acción crean un "Par de fuerzas" y por lo tanto el vector Momento.

$F_1 = I \,.\, L \,.\, B \,.\, \text{sen}\ \alpha = 10\ A \,.\, 0{,}06\ m \,.\, 0{,}2\ T \,.\, \text{sen}\ 90^o = 0{,}12\ N$

$F_2 = I \,.\, L \,.\, B \,.\, \text{sen}\ 30^o = 10\ A \,.\, 0{,}08\ m \,.\, 0{,}2\ T \,.\, 0{,}5 = 0{,}08\ N$

$F_3 = I \,.\, L \,.\, B \,.\, \text{sen}\ 90^o = 10\ A \,.\, 0{,}06\ m \,.\, 0{,}2\ T \,.\, 1 = 0{,}12\ N$

$F_4 = I \,.\, L \,.\, B \,.\, \text{sen}\ 30^o = 10\ A \,.\, 0{,}08\ m \,.\, 0{,}2\ T \,.\, 0{,}5 = 0{,}08\ N$

b)

El módulo del momento:

$$M = I \cdot S \cdot B \cdot sen\ 60^o$$

S = a . b = 0,06 m . 0,08 m = 4,8 . 10^{-3} m^2

$$M = 10\ A \cdot 4,8 \cdot 10^{-3}\ m^2 \cdot 0,2\ T \cdot 0,87 =$$

$$= 8,5 \cdot 10^{-3}\ N \cdot m$$

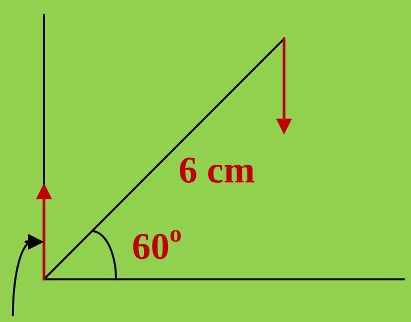
Otra forma de calcular el momento sería:

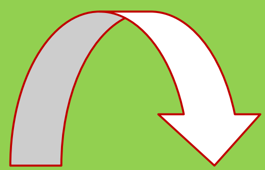
$$M = F \cdot d$$

cos 30º = d / 0,08 m ; *d* = cos 30º . 0,08 m = 0,069 *m*

$$M = 0,12\ N \cdot 0,069\ m = 8,35 \cdot 10^{-3}\ N \cdot m$$

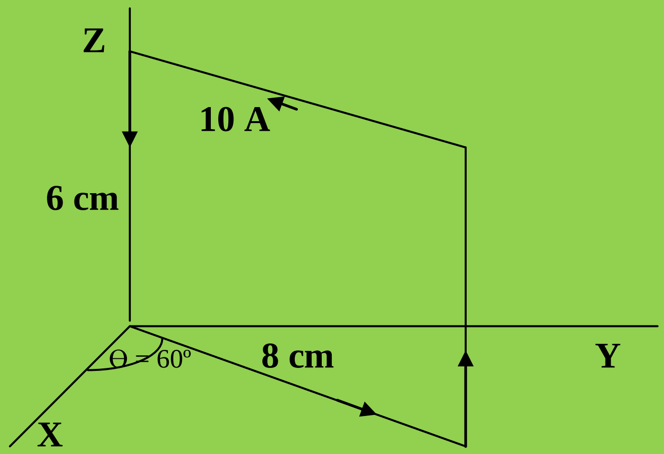
En función de la "regla de sacacorchos" el giro sería en la dirección del eje Y y sentido negativo.





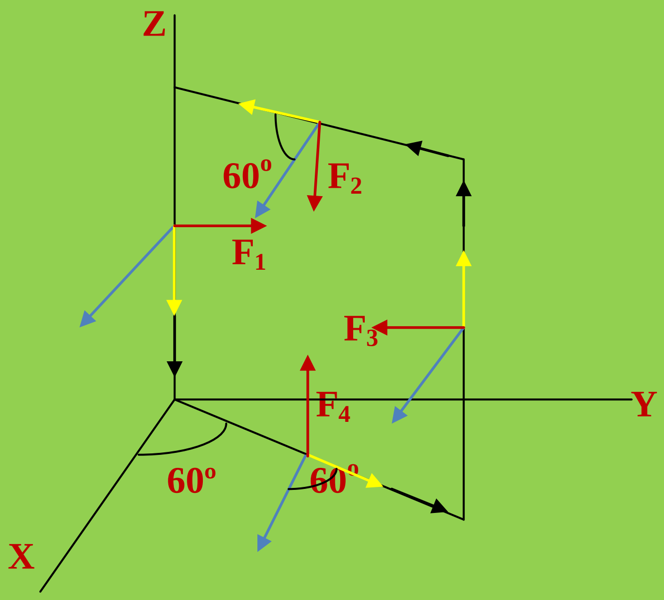
Ejercicio resuelto

Del ejercicio anterior cuando el campo es paralelo al eje X



Resolución

a)



Cálculo de las fuerzas ejercidas sobre los lados de la espira:

F_1 = I . L . B . sen α = 10 A . 0,06 cm . 0,2 T . sen 90º = *0,12 N*

F_2 = I . L . B . sen α = 10 A . 0,08 m . 0,2 T . sen 60º = *0,13 N*

F_3 = I . L . B . sen α = 10 A . 0,06 m . 0,2 T . sen 90º = *0,12 N*

F_4 = I . L . B . sen α = 10 A . 0,08 m . 0,2 T . sen 60º = *0,13 N*

Las fuerzas F_2 y F_4 se anulan por tener el mismo modulo, dirección y sentido contrario. Las fuerzas F_1 y F_3 cumplen las mismas condiciones pero tienen distintas líneas de acción por lo que constituirán el "par de fuerzas" y por lo tanto el Momento. El módulo del omento lo podemos conocer por la formula:

$$\mathbf{M = I \cdot S \cdot B \cdot sen\ \alpha}$$

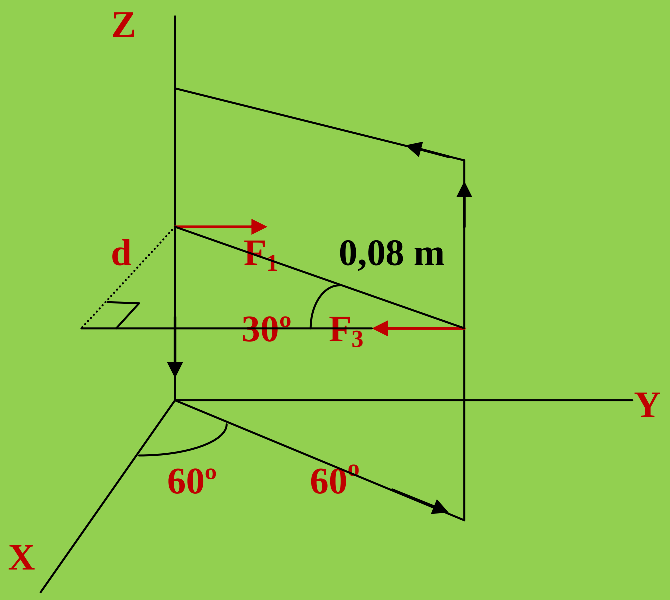
S = a . b = 0,06 m . 0,08 m = 0,0048 m²

$$\mathbf{M = 10\ A \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-3}\ m^2 \cdot 0{,}2\ T \cdot sen\ 60^o}$$

$$\boldsymbol{M = 8{,}35 \cdot 10^{-3}\ N \cdot m}$$

Me gusta comprobar el resultado aplicando la fórmula:

$$\mathbf{M = F \cdot d\ (1)}$$



sen 60º = d/0,08   ;   d = 0,08 . sen 60o = 0,069

Volviendo a la ecuación (1):

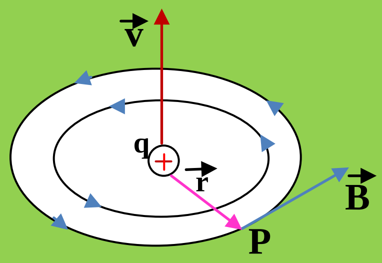
$$\boldsymbol{M = 0{,}12\ N \cdot 0{,}069 = 8{,}35 \cdot 10^{-3}\ N \cdot m}$$

9.- Campo magnético creado por una carga eléctrica en movimiento

Campo magnético creado por una carga eléctrica en movimiento
http://www.sociedadelainformacion.com/departfqtobarra/magnetismo/biot/cargas/cargas.htm

Campo magnético creado por una carga eléctrica en movimiento
http://www.fisicalab.com/apartado/campo-magnetico-creado-por-carga-puntual/experto

Estudiamos en su momento la acción de un campo magnético sobre una carga eléctrica que entraba dentro de dicho campo. Ahora nos disponemos a estudiar el campo magnético creado por una carga eléctrica en movimiento. Podemos observar, nuevamente, la gran conexión que existe entre estas dos disciplinas, Electricidad y Magnetismo. Cuando una carga puntual "q" se mueve con velocidad $\vec{v}$, se produce un campo magnético $\vec{B}$ en un punto P del espacio:



El campo magnético creado por una carga eléctrica en movimiento, experimentalmente, depende:

a) **Del medio donde se encuentre la carga eléctrica**
b) **De la velocidad que lleve la carga eléctrica. Vector velocidad ($\vec{V}$)**
c) **De la distancia de la carga al punto donde se produce el campo. Vector posición ($\vec{r}$)**

Todas estas dependencias quedan reflejadas en la ecuación vectorial:

$$\vec{B} = K \cdot q \cdot (\vec{v} \wedge \vec{r}) / r^3$$

Podemos conocer el módulo del vector campo:

$$|\vec{B}| = K \, . \, q \, . \, |\vec{v}| \, . \, |\vec{r}| \, \text{sen}\, \alpha / r^3$$

Si eliminamos módulos y flechas nos queda que el valor del campo magnético es:

$$B = K \, . \, q \, . \, v \, . \, r \, . \, \text{sen}\, \alpha / r^3$$

Eliminando términos comunes:

$$B = K \, . \, q \, . \, v \, . \, \text{sen}\, \alpha / r^2$$

Según la ecuación anterior, el campo magnético creado por una carga móvil tiene las siguientes características :

1. **La magnitud *"B"* es proporcional a la carga *"q"* y a la velocidad *"v"* y varía inversamente con el cuadrado de la distancia desde la carga al punto del campo.**
2. **El campo magnético es cero a lo largo de la línea de movimiento de la carga ($\alpha = 0^o \rightarrow \text{sen}\, 0^o = 0$). En otros puntos del espacio es proporcional al *"sen α"* , siendo *"α"* el ángulo formado por el vector velocidad $\vec{v}$ y el vector $\vec{r}$ desde la carga al punto del campo.**
3. **La dirección *"B"* es perpendicular al plano constituido por el $\vec{v}$ y $\vec{r}$.**
4. **El sentido del vector campo lo determina la *"regla de la mano derecha"*.**
5. **La constante de proporcionalidad *"K"* nos relaciona el medio con el campo magnético. Su valor viene determinado por:**

$$K = \mu_o / 4\pi$$

μ_o = Permeabilidad magnética en el vacío

Su valor en el S. I. :

$$\mu_o = 4\pi \, . \, 10^{-7} \; T \, . \, m / A = 4\pi \, . \, 10^{-7} \; N / A^2$$

Si no trabajamos en el vacio K tomaría el valor:

$$K = \mu / 4\pi$$

μ = Permeabilidad magnética del medio considerado

$\mu_{aire} \approx \mu_o$

Si nos proporcionan la *"permeabilidad magnética relativa"* (μ_r), se cumple:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_o$$

La ecuación:

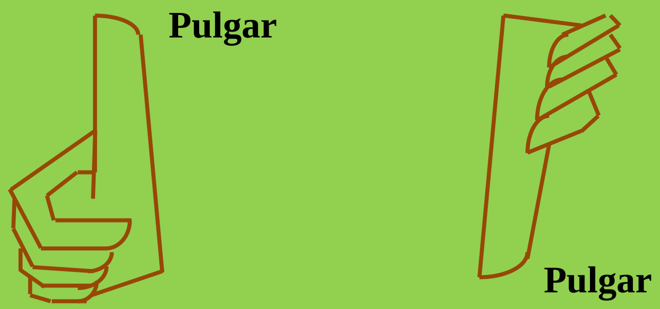
$$B = K \cdot q \cdot v \cdot sen\ \alpha / r^2$$

se transformaría en:

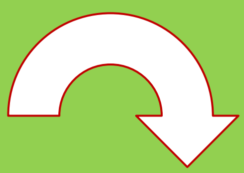
$$B = \mu o/4\pi \cdot q \cdot v \cdot sen\ \alpha / r^2$$

Regla de la mano derecha

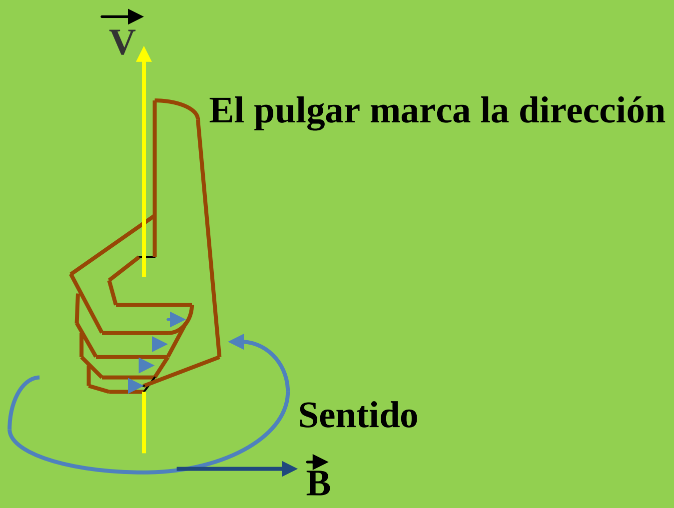
Dispongamos la mano derecha de la siguiente forma:



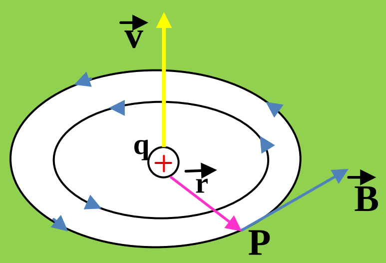
La intención ha sido buena.



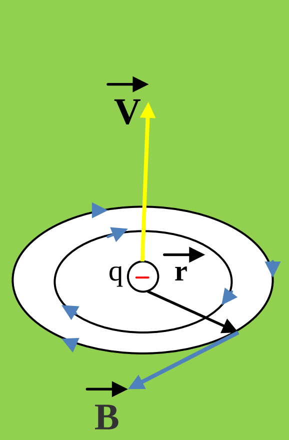
Un ejemplo podría ser el campo creado por una carga positiva:

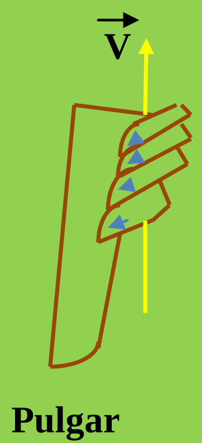


La mano derecha rodea al vector velocidad. El dedo pulgar nos determina la dirección del vector velocidad. El resto de los dedos nos determinan el sentido y dirección del vector campo.



Si la carga fuera negativa la mano derecha rodea al vector velocidad pero con el pulgar hacia abajo. El resto de los dedos nos determinan la dirección y sentido del vector campo:





La regla de la mano derecha es muy útil en los conductores rectilíneos pues no determinan la dirección de la corriente eléctrica (el dedo pulgar) y el resto de los dedos, como ya hemos visto, el sentido de las líneas de campo magnético que crea la corriente rectilínea.

$$B = \mu o/4\pi \, . \, q \, . \, v \, . \, sen\, \alpha \, / \, r^2$$

$\mu_o = 4\pi \, . \, 10^{-7}$ T . m / A $= 4\pi \, . \, 10^{-7}$ N / A^2

Ejercicio resuelto

Un protón lleva una velocidad de 50 m . s^{-1}. A una distancia de 3 . 10^{-3} cm de la carga creadora del campo. Determinar:

a) Un esquema de lo que está realizando el protón.

b) El módulo del campo magnético creado por el protón.

DATOS: q_{p+} = 1,6 . 10^{-19} C ; μo = 4π . 10^{-7} N / A^2 = 4π . 10^{-7} T . m / A

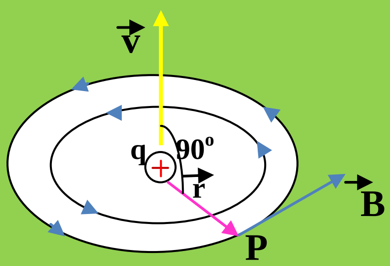
Resolución

a)

v = 50 m . s^{-1}

d = 3 . 10^{-3} cm . 1 m/100 cm = 3 . 10^{-5} m

q_{p+} = 1,6 . 10^{-19} C ; μo = 4π . 10^{-7} N / A^2 = 4π . 10^{-7} T . m / A



$$B = \mu o/4\pi \, . \, q \, . \, v \, . \, sen\, \alpha \, / \, r^2$$

α = 90º → sen 90º = 1

B = [(4π . 10^{-7} T . m/A) /4π] . 1,6 . 10^{-19} C . 50 m . s^{-1} . 1 / (3 . 10^{-5} m)^2=

= 80 . 10^{-26} / 9 . 10^{-10} = *8,9 . 10^{-16} T*

Ejercicio resuelto

Un electrón es capaz de producir un campo magnético de 0,5 T en un punto situado a 0,5 cm del electrón. Si trabajamos en el vacío:

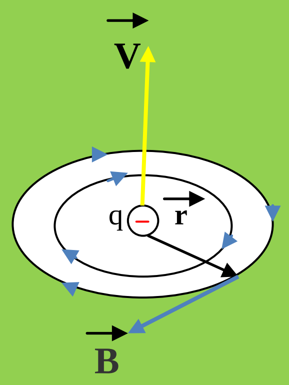
a) **Realizar un croquis en donde se pongan de manifiesto todos los vectores implicados en el fenómeno.**

b) **Determinar la velocidad del electrón.**

DATOS: $q_{e-} = - 1,6 \cdot 10^{-19}$ C ; $\mu o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N / A^2 = $4\pi \cdot 10^{-7}$ T . m / A

Resolución

a)



b)

$$B = \mu o/4\pi \cdot q \cdot v \cdot sen\ \alpha / r^2$$

B = 5 T

q = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C

$\alpha = 90^o \rightarrow sen\ 90^o = 1$

r = 0,5 cm . 1 m / 100 cm = $5 \cdot 10^{-3}$ m

$$5\ T = [\ 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A / 4\pi) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot v \cdot 1 /(5 \cdot 10^{-3}\ m)^2$$

$$5 = 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot v / 25 \cdot 10^{-6} \ ; \ v = 5 \cdot 25 \cdot 10^{-6} / 1,6 \cdot 10^{-26}$$

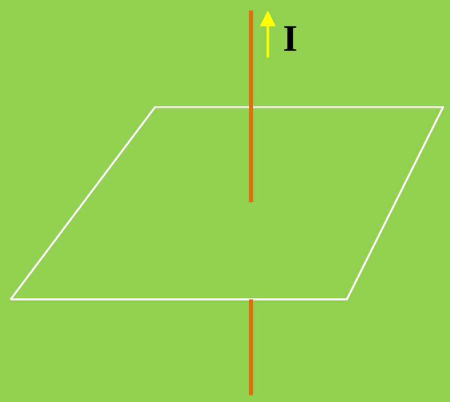
$$V = 78,125 \cdot 10^{20}\ m \cdot s^{-1}$$

10.- Campo magnético creado por un conductor rectilíno. Ley de Biot y Savart

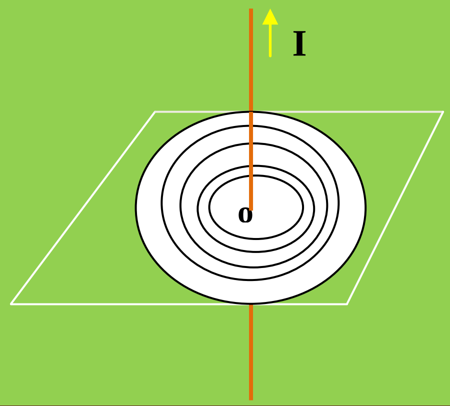
Campo magnético creado por un elemento de corriente
http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/magnet/campomag2.html

Campo magnético creado por un elemento de corriente
http://www.fisicalab.com/apartado/campo-magnetico-creado-corriente-electrica/experto#campo-magnetico-corriente-cualquiera

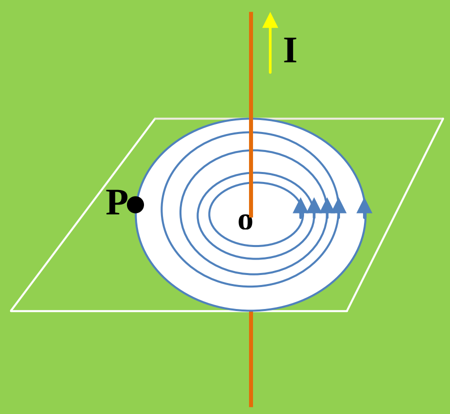
Tenemos un conductor rectilíneo vertical y de longitud teóricamente infinita. Dicho conductor atraviesa, en un punto "O" una hoja de cartón perpendicularmente y por el que circula una intensidad de corriente "I":



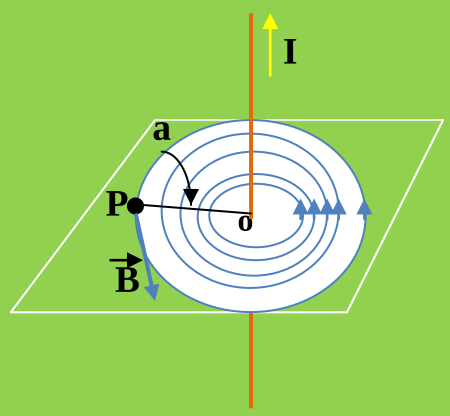
Realizado el montaje anterior esparcimos por la hoja de cartón limaduras de hierro. Estas limaduras de hierro rodearán al conductor en circunferencias concéntricas que son las líneas de campo del campo magnético creado por el conductor:



El sentido de las líneas de campo viene determinado por la regla de la “mano derecha”:



Aparecerá en el punto “P” un campo magnético tangente a la línea de campo y en el sentido de la misma



Biot y Sabart estudiaron la cuantificación del campo magnético creado por el conductor rectilíneo y llegaron a la conclusión de dicho campo tenía un módulo directamente proporcional al valor de “I” e inversamente al valor de la distancia entre el punto “O” y el punto “P”.

$$|\vec{B}| = K \cdot I / a$$

El cálculo de $|\vec{B}|$ lo abordaremos dos pasos:

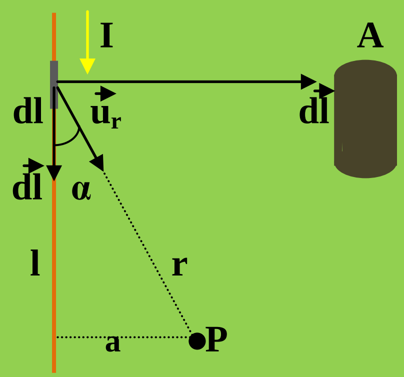
a) **Campo magnético creado por un elemento de longitud *"dl"* de un conductor indefinido**
b) **Campo magnético creado por todo el conductor rectilíneo**

a)

Una *corriente eléctrica* es un conjunto de cargas desplazándose por un material conductor.

Elemento de longitud

de sección A



Si la carga *"dq"* es la carga contenida en el elemento de longitud. Dicha carga lleva una velocidad determinada *"v"* y el tiempo necesario para trasladarnos una longitud *dl* viene dado por la ecuación:

De Cinemática sabemos que:

$$e = v \cdot t \rightarrow dl = v \cdot dt \rightarrow dt = dl / v$$

Si recordamos Electrocinética :

$$I = q / t$$

podemos escribir:

$$I = dq / dt \rightarrow dq = I \cdot dt$$

$$dq = I \cdot dl / v$$

El *volumen* de un elemento del conductor de longitud *"l"* es $V = A \cdot l$.

Si *"N"* representa el número de portadores de carga móvil por unidad de volumen, entonces el número de portadores de carga móvil en el elemento de volumen es:

$$\text{Nº de cargas} = N \cdot A \cdot l$$

Si conocemos que cada partícula tiene una carga *"q"*:

la carga Q en este elemento es:

$$Q = (N \cdot A \cdot l) \cdot q$$

Si los portadores de cargas se mueven con una velocidad *"v"* la distancia que se mueven en un tiempo *"t"* es:

$$l = v \cdot t$$

En consecuencia, podemos escribir que:

$$Q = (N \cdot A \cdot v \cdot t) \cdot q$$

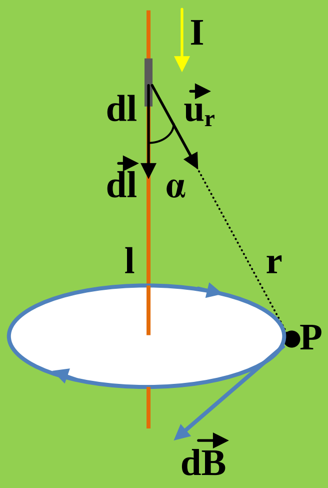
Si dividimos ambos lados de la ecuación por *"t"*:

$$Q / t = n \cdot A \cdot v \cdot t \cdot q / t$$

vemos que la corriente en el conductor está dada por:

$$I = N \cdot q \cdot v \cdot A$$

El campo magnético *"dB"* que crea el elemento de longitud *"dl"* en un punto *P* del espacio es:



Para calcular $\vec{dB}$ partiremos de su expresión vectorial:

$$\vec{dB} = \mu o/4\pi \cdot q \cdot (\vec{v} \times \vec{u}_r)/r^2) \cdot N \cdot A \cdot dl$$

Reagrupando:

$$\vec{dB} = \mu o/4\pi \cdot \underbrace{q \cdot v \cdot N \cdot A}_{I} (\vec{dl} \times \vec{u}_r) / r^2$$

$$\vec{dB} = [\mu o/4\pi \cdot I (\vec{dl} \times \vec{u}_r)] / r^2$$

$$(\vec{dl} \times \vec{u}_r) = |\vec{dl}| \cdot |\vec{u}_r| \cdot \text{sen } \alpha$$

$\vec{u}_r$ = Vector unitario en la dirección del vector posición (respecto al elemento de longitud)

$$|\vec{dl} \times \vec{u}_r| = |\vec{dl}| \cdot 1 \cdot \text{sen } \alpha$$

Si eliminamos los módulos:

$$(\vec{dl} \times \vec{u}_r) = dl \cdot \text{sen } \alpha$$

Volvemos a la ecuación:

$$\vec{dB} = [\mu o/4\pi \, . \, I \, (\vec{dl} \times \vec{u_r})] \, / \, r^2$$

y sustituimos el producto vectorial:

$$\boxed{dB = (\mu o/4\pi \, . \, I \, . \, dl \, . \, sen\ \alpha)/r^2}$$

Ecuación de la ley de Biot y Sabart

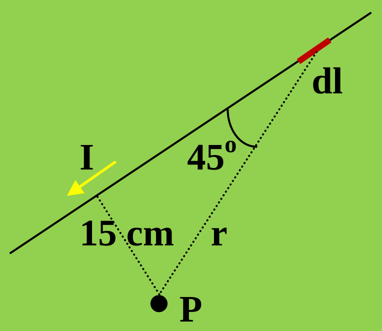
Si estamos en un medio distinto aire o al vacío, la ecuación de dB será:

$$dB = (\mu o/\mu \, . \, I \, . \, dl \, . \, sen\ \alpha \,)/r^2$$

Donde *"μ_o"* es la *permeabilidad* en el vacío y *"μ"* en el espacio libre.

Ejercicio resuelto

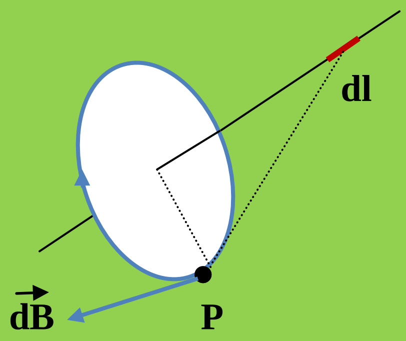
En el esquema de la figura adjunta:



Sabiendo que la I = 0,75 A y dl = 5 . 10^{-5} cm. Determinar grafica y numéricamente el valor del campo magnético creado en el punto.

Resolución

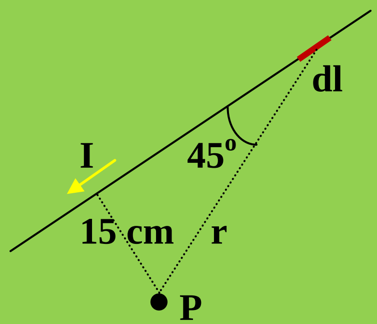
Aplicando la regla de la MANO DERECHA el dedo pulgar nos determina la dirección de la intensidad y el resto de los dedos nos dicen que las líneas de fuerza del campo magnético tienen el sentido de izquierda a derecha:



Para determinar el valor de $\vec{dB}$ utilizaremos la fórmula:

$$dB = (\mu o/4\pi \,.\, I \,.\, dl \,.\, sen\ \alpha)/r^2 \quad (1)$$

Todos los datos de la ecuación anterior son conocidos excepto el valor de *"r"*. Para determinar el valor de *"r"* nos iremos al esquema inicial:



del triángulo rectángulo podemos deducir:

$$sen\ 45^o = 0{,}15 / r \ ;\ r = 0{,}15 / sen\ 45^o \ ;\ r = 0{,}15/0{,}7 = 0{,}21\ m$$

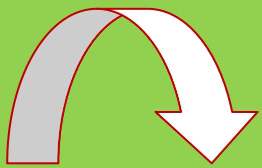
Sustituimos valores en la ecuación (1):

$$dl = 5 \,.\, 10^{-5}\ cm \,.\, 1\ m/100\ cm = 5 \,.\, 10^{-7}\ m$$

$$dB = \mu o/4\pi \,.\, 0{,}75\ A \,.\, 5 \,.\, 10^{-7}\ m \,.\, 0{,}7 / (0{,}21\ m)^2 =$$

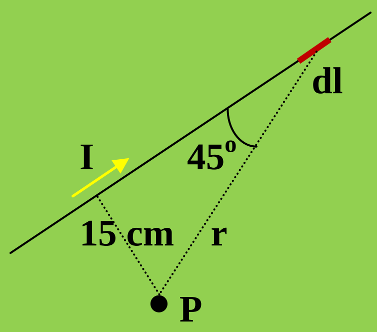
$$= 4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, m/A\ /4\pi \,.\, 0{,}75\ A \,.\, 5 \,.\, 10^{-7}\ m \,.\, 0{,}7 / 0{,}044\ m^2 =$$

$$= 2{,}62 \,.\, 10^{-14}\ T / 0{,}044 = 59{,}65 \,.\, 10^{-14}\ T$$



Ejercicio resuelto

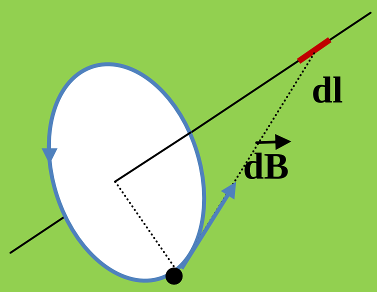
Igual al ejercicio anterior para el esquema:



Resolución

La obtención gráfica de $\vec{dB}$ la resolveremos aplicando la regla de la mano derecha:

En este caso el pulgar tiene la dirección ascendente y el resto de los dedos nos determinan el sentido de las líneas de campo magnético dirigidas de derecha a izquierda:



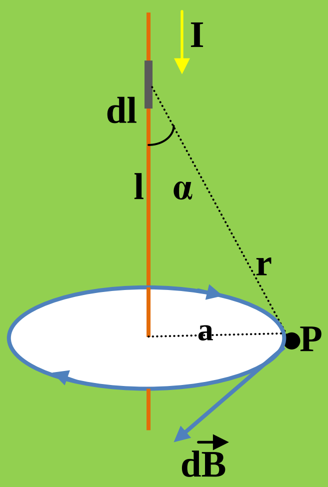
El valor de $\vec{dB}$ lo obtenemos de igual forma que en el ejercicio anterior.

b)

Si queremos conocer el campo creado por todo el conductor sumaremos todos los elementos de longitud que constituyen la longitud del conductor. Matemáticamente esta suma se realiza por integración de la ecuación:

$$dB = (\mu_o/4\pi \,.\, I \,.\, dl \,.\, sen\ \alpha)/r^2 \quad (1)$$

Para integrar necesitamos uno de los dibujos iniciales:



Del triángulo rectángulo de la figura podemos deducir:

$$\text{sen } \alpha = a/r \ (2) \quad ; \quad \text{tag } \alpha = a/l \ (3)$$

De la ecuación (2) despejamos "r" y elevamos al cuadrado toda la expresión:

$$r = a/\text{sen } \alpha \rightarrow r^2 = a^2/(\text{sen } \alpha)^2 \rightarrow r^2 = a^2/\text{sen}^2 \alpha \ (4)$$

De la (3) despejamos "l":

$$l = a/\text{tag } \alpha \ (5)$$

Vamos a derivar tag α:

$$y = \text{tag } \alpha = \text{sen } \alpha/\cos \alpha$$

$$y' = \cos \alpha \cdot \cos \alpha - \text{sen } \alpha (- \text{sen } \alpha)/\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha /\cos^2 \alpha =$$

$$= 1 / \cos^2 \alpha$$

Ahora diferenciaremos (que no es derivar)la ecuación (5):

$$l = a/\text{tag } \alpha$$

$$dl = (\text{tag } \alpha \cdot 0 - a \cdot 1/\cos^2 \alpha)/\text{tag}^2 \alpha$$

$$dl = - a/\cos^2\alpha/(\text{sen}^2\alpha/\cos^2\alpha)$$

$$dl = - a/sen^2\alpha \,.\, d\alpha \quad (6)$$

Vamos a llevar la ecuación (4) y (6) a la ecuación (1):

$$dB = (\mu_o/4\pi \,.\, I \,.\, dl \,.\, sen\ \alpha)/r^2$$

$$r^2 = a^2/sen^2\ \alpha \ \ ; \ \ dl = - a/sen^2\alpha \,.\, d\alpha$$

$$dB = \mu_o/4\pi \,.\, I \,.\, (- \cancel{a}/\cancel{sen^2}\ \alpha \,.\, d\alpha) \,.\, sen\ \alpha / (\cancel{a^2}/\cancel{sen^2}\ \alpha)$$

$$dB = - \mu_o/4\pi \,.\, I \,.\, d\alpha \,.\, sen\ \alpha / a = - \mu o/4\pi \,.\, I \,.\, sen\ \alpha\ d\alpha / a$$

Procedemos a la integración de la última ecuación:

$$\int dB = \int - \mu_o/4\pi \,.\, I \,.\, sen\ \alpha\ d\alpha / a$$

$$B = - \mu o/4\pi \,.\, I / a \int sen\ \alpha\ d\alpha$$

Estamos trabajando con un conductor indefinido. Para eliminar esta condición tenemos que establecer los límites del conductor que vendrán reflejados en los límites de la integral.

La integral da como resultado cos α. El coseno de un ángulo tiene un valor

determinado por el intervalo [- 1 , 1] que corresponde a un intervalo en ángulo en radianes [π , 0]. Pasamos estos límites a la integral:

$$B = - \mu o/4\pi \,.\, I / a \int_{\pi}^{0} sen\ \alpha\ d\alpha = - \mu o/4\pi \,.\, I / a \left[- \cos\alpha \right]_{\pi}^{0} =$$

$$B = - \mu o/4\pi \,.\, I /a\ [- (\cos 0 - \cos \pi)] =$$

$$= - \mu o/4\pi \,.\, I /a\ [- (1 - (- 1)] = - \mu o/4\pi \,.\, I /a \,.\, (- 2) =$$

$$= 2 \,.\, \mu o/4\pi \,.\, I / a = 2 \,.\, \mu o/4\pi \,.\, I / a = \mu o/2\pi \,.\, I / a$$

$$B = \mu_o/2\pi \; . \; I \,/\, a$$

a = Distancia perpendicular del punto mal conductor rectilinero

Ley de Biot y Savart:

"El valor del campo magnético creado por una corriente rectilínea, en un determinado punto, es directamente proporcional a la intensidad de la corriente e inversamente proporcional a la distancia de separación entre el conductor y el punto considerado"

Si estamos en un medio distinto al aire o al vacío la ecuación del campo magnético es:

$$B = \mu/2\pi \; . \; I \,/\, a$$

μ = permeabilidad magnética del medio

Ejercicio resuelto

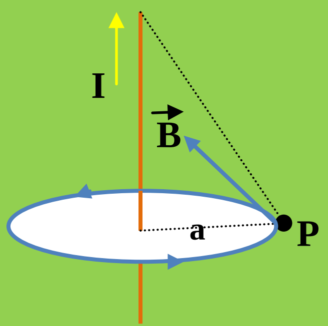
Determinar gráfica y numéricamente el valor de la inducción magnética creada por un conductor rectilíneo por el pasa una corriente de 450 A en un punto situado a 650 cm del conductor.

Resolución

Desde el punto de vista gráfico nos encontramos con dos situaciones:

a) Que la corriente sea ascendente
b) Que la corriente sea descendente

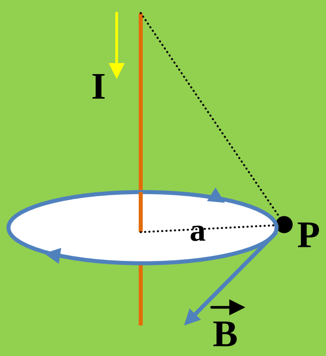
a)



El conductor rectilíneo crea un campo magnético en el punto P que por la regla de la "mano derecha" queda determinado en el esquema

b)

Procediendo como en el apartado anterior:



En lo referente al módulo del vector campo sabemos que es INDEPENDIENTE del sentido de la corriente y su valor lo podemos calcular mediante la ecuación:

$$B = \mu_o/2\pi \cdot I/a$$

650 cm . 1 m/100 cm = 6,50 m

$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ **T . m/A**

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A\ \cancel{/\ 2\pi} \cdot 450\ A\ /\ 6{,}50\ m = \cancel{2} \cdot 10^{-7} \cdot 450\ /\ 6{,}50\ T =$$

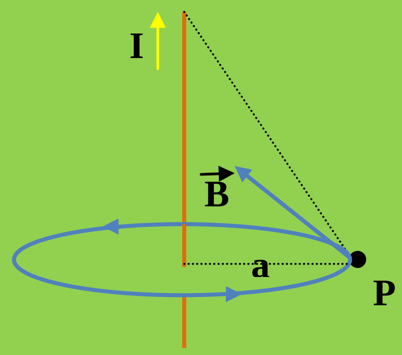
$$= 138{,}46 \cdot 10^{-7}\ T = 1{,}38 \cdot 10^{-5}\ T$$

Ejercicio resuelto

Una corriente de 200 A circula por un conductor rectilíneo de 5 m de longitud. Determinar el valor del campo magnético a 2 m del conductor y en el aire. Realiza un esquema del fenómeno electromagnético que estamos analizando.

Resolución

El esquema del fenómeno electromagnético es:
Como el valor del campo magnético es independiente del sentido de la corriente, supondremos que el sentido es ascendente



Aplicando la regla de la "mano derecha"

Determinación del valor del la inducción magnética:

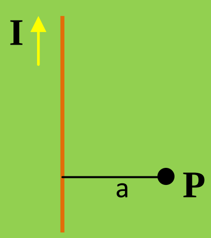
$$B = \mu o/2\pi \cdot I / a$$

$B = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T . m/A/2π . 200 A/2m = 200 . 10^{-7} T = $2 \cdot 10^{-5}$ T

Ejercicio resuelto

Determinar la distancia de un punto "P" a un conductor rectilínio sabiendo que es recorrido por una intensidad de corriente de 5 A . En el punto se produce inducción magnética de 2,5 . 10^{-5} T.

Resolución



$B = \mu o/2\pi \cdot I/a$; $a = \mu_o/2\pi \cdot I / B$

$a = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T . m/A/2π . 5 A / 2,5 . 10^{-5} T =

= 4 . 10^{-2} m . 100 cm/ 1 m = *4 cm*

Recordemos que con la integración obteníamos la ecuación:

$$B = \mu o/2\pi \cdot I/a$$

2,5 . 10^{-5} T = (4π . 10^{-7} T . m/A /2π) . 5 A/a

2,5 . 10^{-5} T = 2 . 10^{-7} T . m/A . 5 A/a ;

$$a = 2 \cdot 10^{-7}\ T \cdot m \cdot 5/2{,}5 \cdot 10^{-5}\ T$$

$$a = 4 \cdot 10^{-2}\ m$$

10.1. – Interacción entre dos corrientes rectilíneas y paralelas

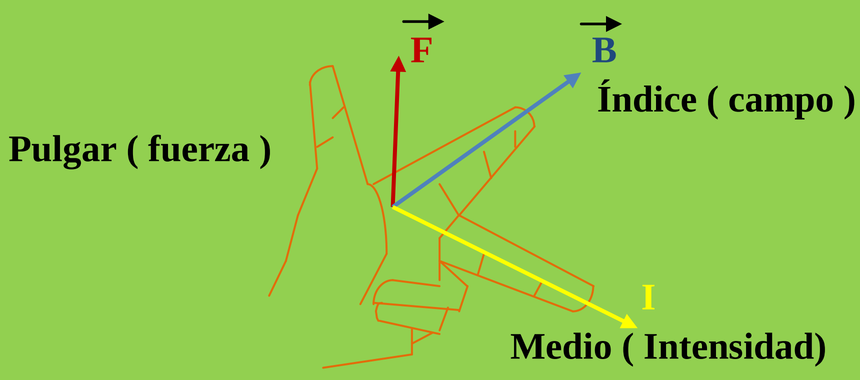
Toda corriente rectilínea crea un campo magnético que actúa sobre la otra corriente rectilínea mediante una fuerza.

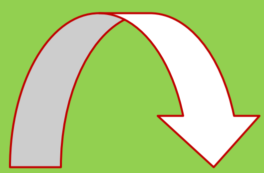
Nos encontramos con dos circunstancias:

a) **Corrientes paralelas y del mismo sentido.**
b) **Corrientes paralelas y de sentido contrario.**

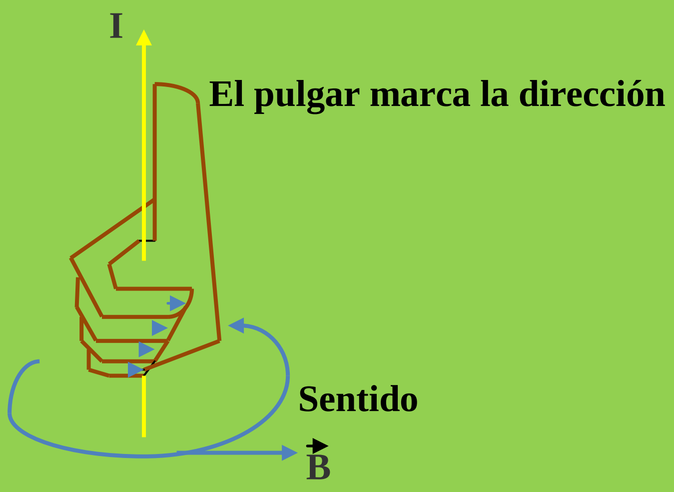
Vamos a utilizar la regla de la "mano izquierda" y la de la "mano derecha", por ello considero oportuno recordarlas.

Regla de la "mano izquierda:



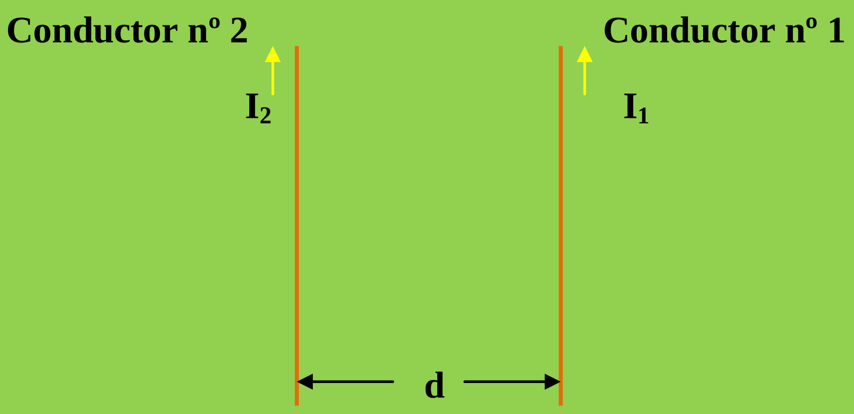


Regla de la "mano derecha":

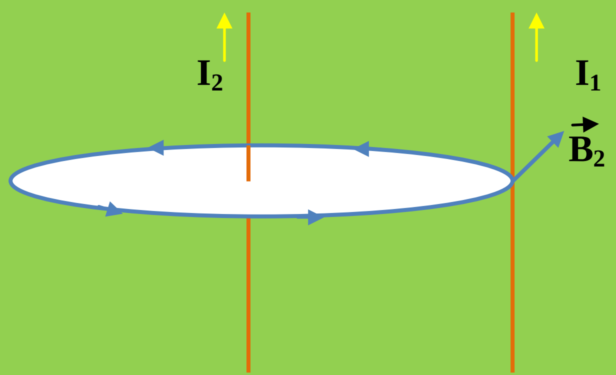


Vamos a estudiar el apartado correspondiente a corrientes paralelas y del mismo sentido.

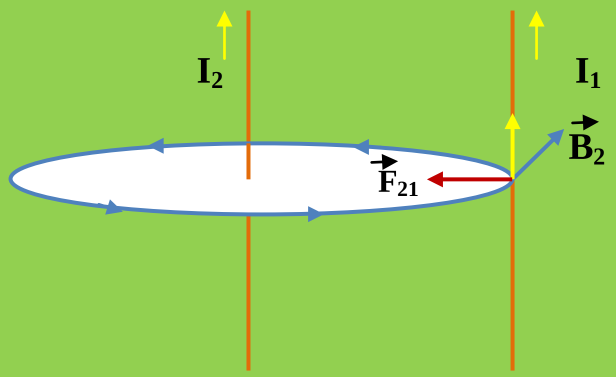
Tenemos dos conductores a una distancia *"d"*:



Vamos hacer actuar al conductor nº 2 estableciendo su campo magnético mediante la regla de la "mano derecha":

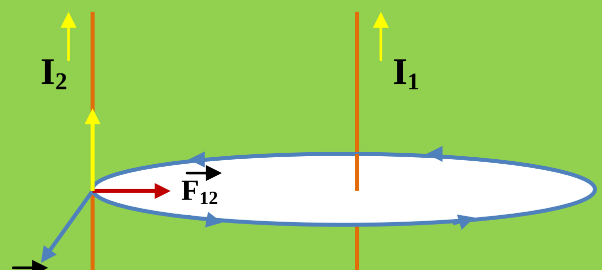


Apliquemos la regla de la "mano izquierda" en el origen de B_2:



F_{21} = Fuerza que ejerce la corriente nº 2 sobre la corriente nº 1

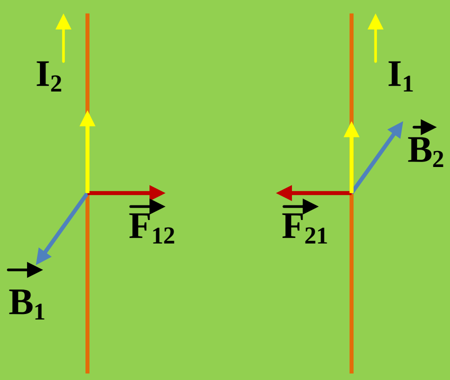
Ahora trabajará el conductor nº 1:



F_{12} es la fuerza que ejerce

la corriente nº 1 sobre la nº 2

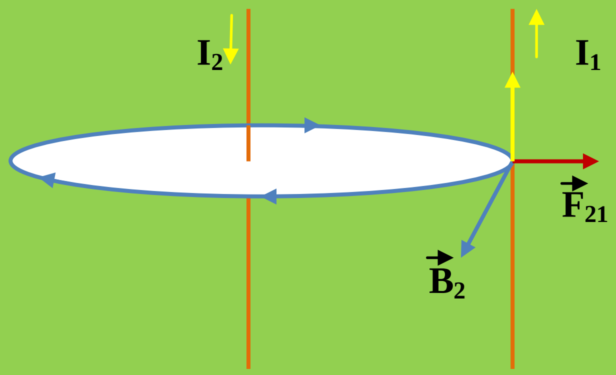
El esquema final quedará de la forma:

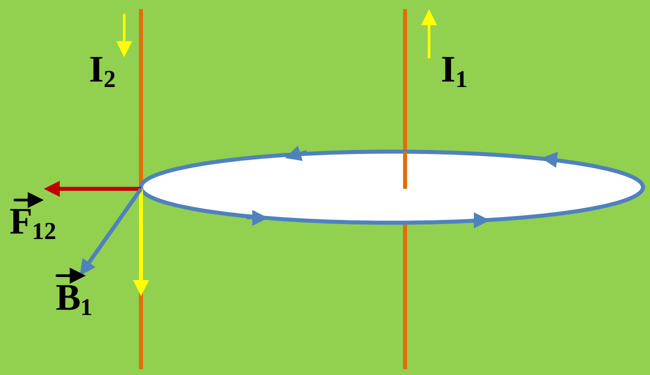


Conclusión:

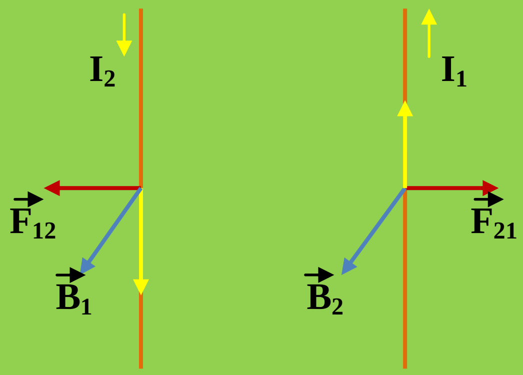
Dos corrientes paralelas y del mismo sentido interactúan entre sí mediante FUERZAS ATRACTIVAS.

Corrientes paralelas y de sentido contrario:





El esquema final será de la forma:



Interactúan mediante FUERZAS REPULSIVAS.

Cuantificación de las fuerzas

En el punto nº 7 del tema (Acción de un campo magnético sobre un conductor rectilíneo) se demostró que un conductor rectilíneo cae bajo la acción de una fuerza originada por un campo magnético. Esta fuerza quedaba expresada por la lay de Laplace:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \times \vec{B})$$

I = Intensidad de corriente que circula por el conductor

L = Longitud del conductor

B = Campo que crea la fuerza

Desarrollando la ley de Laplace podemos conocer el módulo de la fuerza:

$$|\vec{F}| = I \cdot |\vec{L}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen}\ \alpha$$

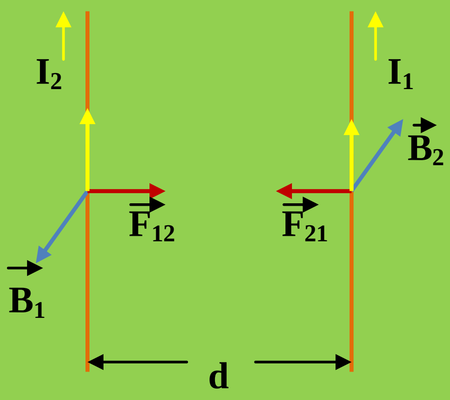
α = Ángulo que forma el vector $\vec{L}$ con el vector $\vec{B}$

En nuestro caso $\vec{L}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares → $\alpha = 90^o$ → sen $90^o = 1$

quedando el valor de la fuerza, sin flechas y sin módulos de la forma:

$$F = I \cdot L \cdot B \cdot 1 = I \cdot L \cdot B$$

Si nos vamos a nuestros conductores:



Tomamos una misma longitud para los dos conductores.

$$F_{21} = I_1 \,.\, L \,.\, B_2 \quad ; \quad F_{12} = I_2 \,.\, L \,.\, B_1$$

Por otra parte sabemos que:

$$B_1 = \mu_o/2\pi \,.\, I/d \quad ; \quad B_2 = \mu_o/2\pi \,.\, I_2/d$$

Llevamos los valores de los campos a las fuerzas correspondiente:

$$F_{21} = I_1 \,.\, L \,.\, \mu_o/2\pi \,.\, I_2/d$$

$$F_{12} = I_2 \,.\, L \,.\, \mu_o/2\pi \,.\, I_1/d$$

Siendo las fuerzas F_{21} y F_{12} de acción y reacción podemos admitir que:

$$F_{21} = F_{12} = F$$

Si llevamos a la ecuación:

$$F_{21} = I_1 \,.\, L_1 \,.\, B_2 \rightarrow F = I_1 \,.\, L \,.\, B_2$$

y llevamos a la última ecuación el valor de B_2:

$$F = I_1 \,.\, L \,.\, \mu o/2\pi \,.\, I_2/d$$

reagrupando términos:

$$F = \mu_o/2\pi \,.\, I_1 \,.\, I_2/d \,.\, L$$

de donde podemos obtener la fuerza por unidad de longitud:

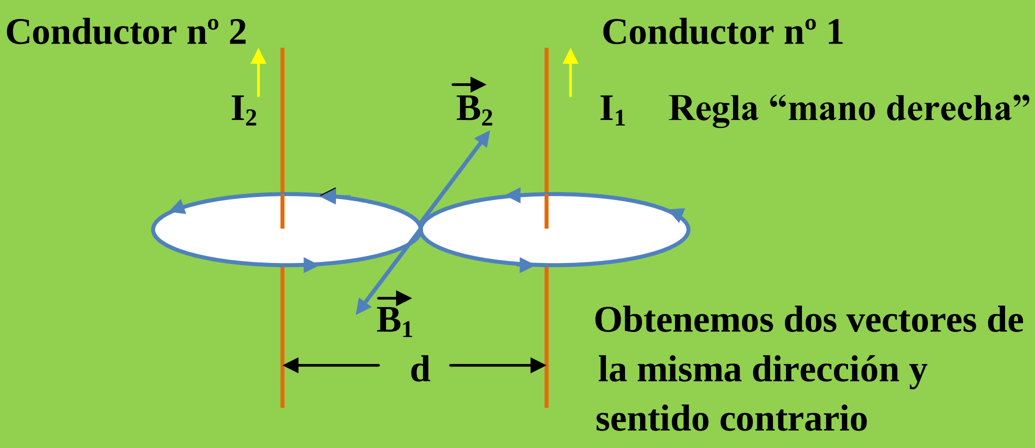
$$F/L = \mu_o/2\pi \,.\, I_1 \,.\, I_2/d$$

10.2.- Campo magnético resultante en el punto medio de dos conductores rectilíneos y paralelos

Nos encontramos con dos posibilidades:

a) **Que los conductores sean paralelos y las corrientes del mismo sentido**
b) **Que los conductores sean paralelos y las corrientes de de sentido contrario**

a)



La resultante de dos vectores (módulos) de la misma dirección y sentido contrario es:

$$\vec{B}_T = \sum \vec{B}$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_2 + (-\vec{B}_1)$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_2 - B_1$$

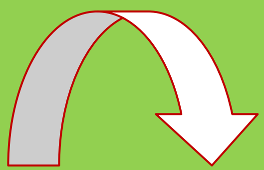
o bien

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + (-\vec{B}_2)$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 - \vec{B}_2$$

Para no liarnos con los vectores trabajamos con sus módulos:

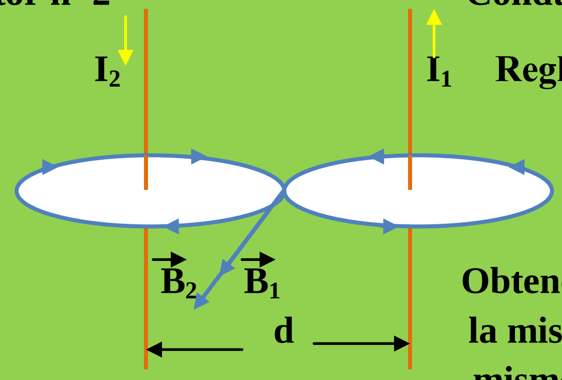
$$B_T = B_{mayor} - B_{menor}$$



b)

Corrientes rectilíneas de la misma dirección y sentido contrario:

Conductor nº 2 **Conductor nº 1**



Regla "mano derecha"

Obtenemos dos vectores de la misma dirección y mismo sentido

$$\vec{B}_T = \sum \vec{B}$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Con módulos:

$$B_T = B_1 + B_2$$

Una vez que hemos estudiado la acción que se ejercen mutuamente dos conductores rectilíneo podemos definir el AMPERIO como unidad de Intensidad de Corriente:

Amperio es la intensidad de corriente eléctrica constante, que, mantenida en dos conductores paralelos rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados en el vacío a una distancia de un metro uno del otro, produce entre estos dos conductores una fuerza igual a 2 . 10^{-7} Newton por metro de longitud

Ejercicio resuelto

Por dos conductores rectilíneos paralelos, separados una distancia de 45 cm, en donde el más pequeño de ambos mide 60 cm pasan corrientes de intensidad 5 y 7 A del mismo sentido. Trabajando en el aire determinar:

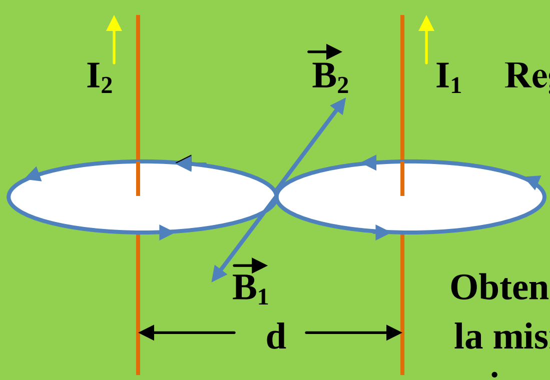
a) Campo creado en el punto medio de la distancia que une los dos conductores.

b) Naturaleza de las fuerzas que se ejercen mutuamente y su valor.

NOTA: Realizar un esquema del fenómeno electromagnético que estamos estudiando.

Resolución

a)

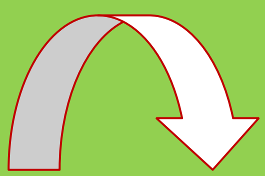


Regla "mano derecha"

Obtenemos dos vectores de la misma dirección y mismo sentido.

$$B_T = B_{mayor} - B_{menor}$$

$I_1 = 7$ A
$I_2 = 5$ A
d = 45 cm . 1 m / 100 cm = 0,45 m
Punto medio = ½ 0,45 m = 0,225 m
$\mu \approx \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2 = $4\pi \cdot 10^{-7}$ T . m/A



Calculemos los campos B_1 y B_2:

$\color{red}{B_1}$ = $\mu_o/2\pi \cdot I_1/a$; $B_1 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T . m/A/2π . 7 A / 0,225 m = $\color{red}{62,2 \cdot 10^{-7}\ T}$

$\color{red}{B_2}$ = $\mu_o/2\pi \cdot I_2$ / a ; $B_2 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m/A/2π . 5 A / 0,225 m = $\color{red}{44,4 \cdot 10^{-7}\ T}$

Nos vamos a la ecuación:

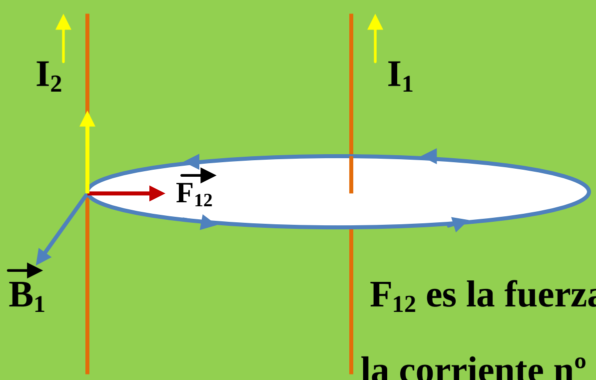
$$\color{red}{B_T = B_{mayor} - B_{menor}}$$

y sustituimos valores:

$$B_T = 62,2 \cdot 10^{-7}\ T - 44,4 \cdot 10^{-7}\ T$$

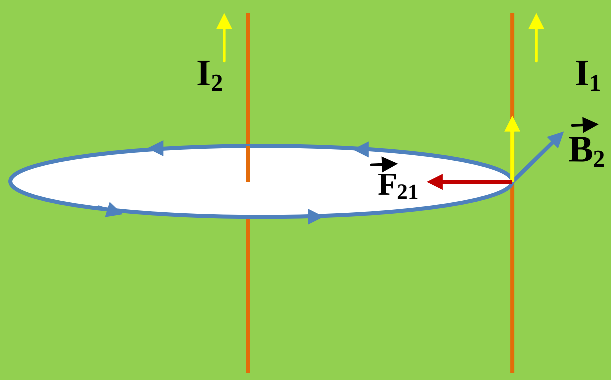
$$\color{red}{B_T} = (\ 62,2 - 44,4\ )\ T \cdot 10^{-7} = \color{red}{17,8 \cdot 10^{-7}\ T}$$

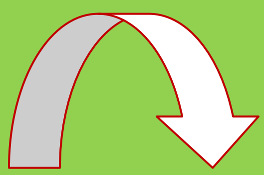
b)

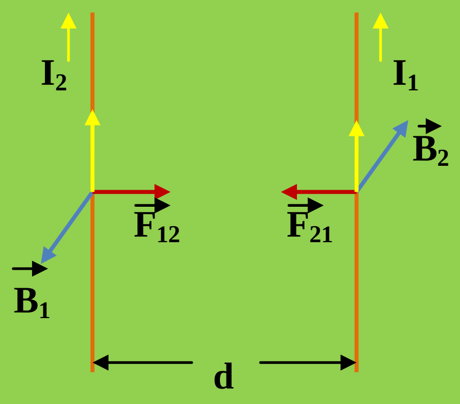


F_{12} es la fuerza que ejerce

la corriente nº 1 sobre la nº 2







Se trata de FUERZAS ATRACTIVAS. Su valor:

Tomaremos como valor de la longitud de los conductores la correspondiente al conductor más pequeño:

60 cm . 1 m/100 cm = 0,60 m

$$F_{12} = F_{21} = F = \mu o/2\pi \cdot I_1 \cdot I_2 /d \cdot L$$

$$F = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N/A^2 / 2\pi \cdot 7\ A \cdot 5\ A / 0{,}45\ m \cdot 0{,}60\ m$$

$$F = 93{,}3 \cdot N \cdot A^2 \cdot m / A^2 \cdot m = 93{,}3\ N$$

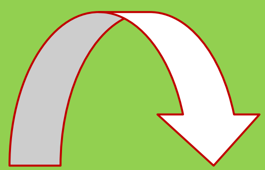
Ejercicio resuelto

Dos corrientes paralelas y de sentido contrario, separadas entre sí una distancia de 150 cm tienen de intensidades 8 y 15 A respectivamente. Calcular:

a) Campo magnético resultante en el punto medio de la línea que las une.

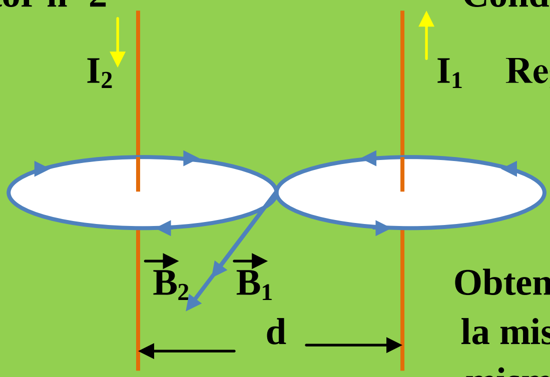
b)Fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente.

Resolución



a) Conductor nº 2 Conductor nº 1

Regla "mano derecha"



Obtenemos dos vectores de la misma dirección y mismo sentido

d = 150 cm . 1 m / 100 cm = 1,5 m
a = d/2 = 1,5/2 m = 0,75 m
I_1 = 8 A
I_2 = 15 A

$$B_T = B_1 + B_2$$

Calculo de B_1:

$$B_1 = \mu_o/2\pi \cdot I_1/a$$

IMPORTANTE: Cuando el problema no nos indique el medio donde realizamos la experiencia supondremos que estamos en el vacío

$$B_1 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A\ /2\pi \cdot 8\ A/0,75\ m$$
$$B_1 = 21,73 \cdot 10^{-7}\ T$$

Calculo de B_2:

$$B_2 = \mu_o/2\pi \cdot I_2/a$$

$$B_2 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A \cdot 15\ A/0,75\ m$$
$$B_2 = 40 \cdot 10^{-7}\ T$$

Campo resultante:

$$B_T = B_1 + B_2$$
$$B_T = 21,73 \cdot 10^{-7}\ T + 40 \cdot 10^{-7}\ T$$

$$B_T = (\ 21,73 + 40\ ) \cdot 10^{-7}\ T = 61,73 \cdot 10^{-7}\ T$$

b)

Recordemos que $F_{12} = F_{21} = F = \mu o/2\pi \,.\, (I_1 \,.\, I_2 /d) \,.\, L$

d = Distancia entre conductores

L = longitud de los conductores

La fuerza por unidad de longitud podemos deducirla de la ecuación anterior:

$$F/L = \mu_o/2\pi \,.\, I_1.I_2/d$$

$$F/L = 4\pi \,.\, 10^{-7}\ N/A2/2\pi \,.\, 8\ A \,.\, 15\ A\ /\ 1{,}5\ m$$

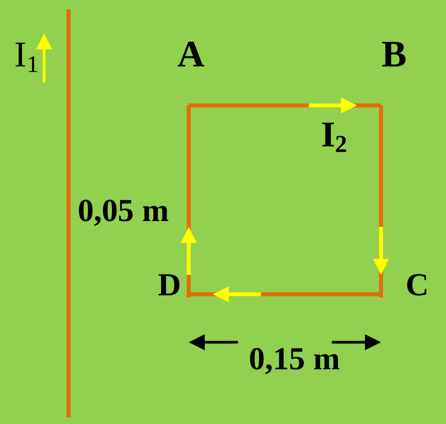
$$F/L = 160 \,.\, 10^{-7}\ N \,.\, A^2/A^2 \,.\, m = 160 \,.\, 10^{-7}\ N/m$$

Ejercicio resuelto

Sea un conductor rectilíneo de longitud infinita por el que circula una corriente de 10 A. Una espira cuadrada de lado 15 cm está colocada con dos lados paralelos al conductor y a una distancia mínima de 5 cm. Por la espira circula una intensidad de 0'2 A. Determinar:

a) Módulo dirección y sentido del campo magnético creado por el conductor rectilíneo en cada uno de los lados de la espira paralelos al conductor.
b) Módulo, dirección y sentido de la fuerza sobre cada uno de esos lados.

Resolución

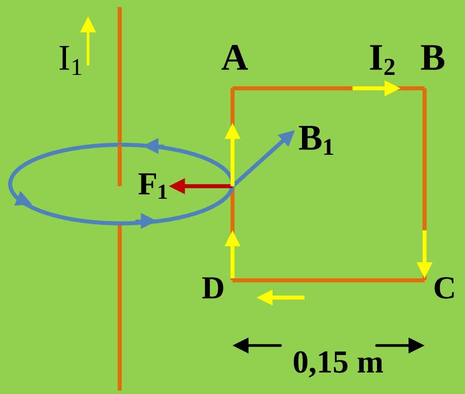


El enunciado del ejercicio no dice nada acerca de los sentidos de las corriente lo cual hace que el ejercicio sea muy abierto y se pueda plantear varias situaciones. Elijo la opción del dibujo anterior.

a) **1ºAplicar regla "mano derecha".**

2ºAplicar"mano izquier"

Lado AD



$\boldsymbol{B_1}$ **= μo/2π . I_1/a = 4π . 10^{-7} T . m/A/2π . 10 A/0,05 m =** ***400 . 10^{-7} T***

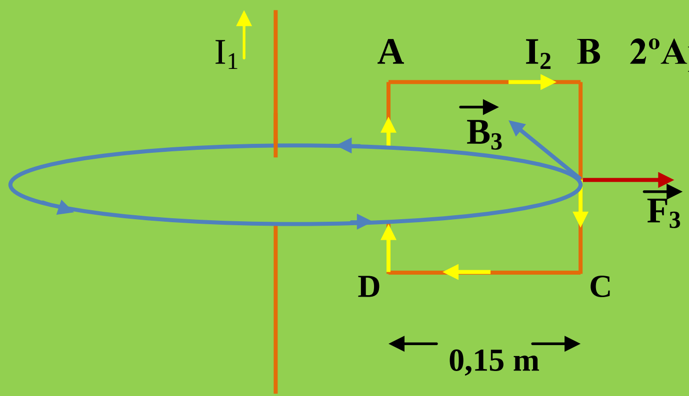
F_1 = μo/2π . I_1 . I_2/a . L

$\boldsymbol{F_1}$ **= 4π . 10^{-7} N/A^2 /2π . 10 A. 0,2 A / 0,05 m . 0,15 =** ***12 . 10^{-7} N***

Lado BC:

1ºAplicar regla "mano derecha".

2ºAplicar"mano izquier"



El valor de B_3:

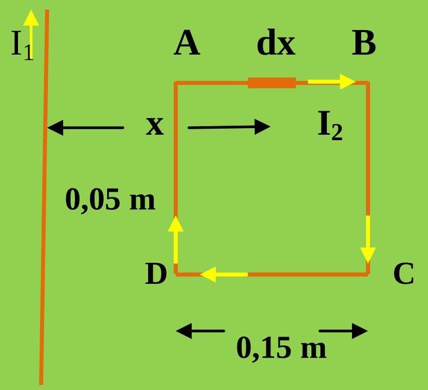
$\boldsymbol{B_3}$ **= μo/2π .I_2/(0,05 + 0,15) m = 4π . 10^{-7} T . m/A/2π . 0,2 A/ 0,20 m =** ***2 T***

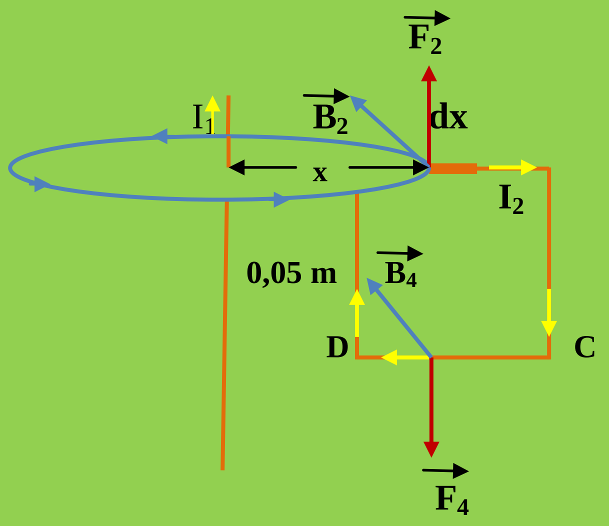
F_3 = μo/2π . I_1 . I_2/(0,05 + 0,15) . L

F_3 = 4π . 10^{-7} N/A^2/2π . 10 A . 0,2 A/0,20 m . 0,15 m

F_3 = 3 . 10^{-7} N

Los lados AB y DC (a los dos lados le ocurre exactamente lo mismo) nos plantean el problema de que la distancia al conductor está variando continuamente. Tendremos que establecer un elemento de longitud y después integral para obtener el campo magnético y la fuerza:





El valor de B_2 y B_4 son exactamente iguales:

$$B_2 = B_4 = \mu o/2\pi \cdot I_1/x$$

El valor de estos campos dependerá del valor de "x" comprendido entre 0,05 m y 0,15m.

Al actuar el conductor sobre un elemento de longitud (dx), longitud extremadamente pequeña, la fuerza que ejercerá dicho conductor también será extremadamente pequeña (dF). Su valor:

$$dF_2 = \mu o/2\pi \cdot I_1 \cdot I_2/x \cdot dx$$

Para obtener la fuerza que actúa sobre todo el lado AB y DC procedemos a la integración de la ecuación anterior:

$$\int dF_2 = \int_{0,05}^{(0,05+0,15)} \mu o/2\pi \,.\, I_1 \,.\, I_2 / x \,.\, dx$$

En el miembro de la derecha podemos sacar de la integral todo aquello que sea constante:

$$F_2 = F_4 = \mu o/2\pi \,.\, I_1 \,.\, I_2 \int_{0,05}^{(0,05+0,15)} 1/x \,.\, dx$$

$$F_2 = F_4 = \mu o/2\pi \,.\, I_1 \,.\, I_2 \Big[\text{Ln } x \Big]_{0,05}^{0,2}$$

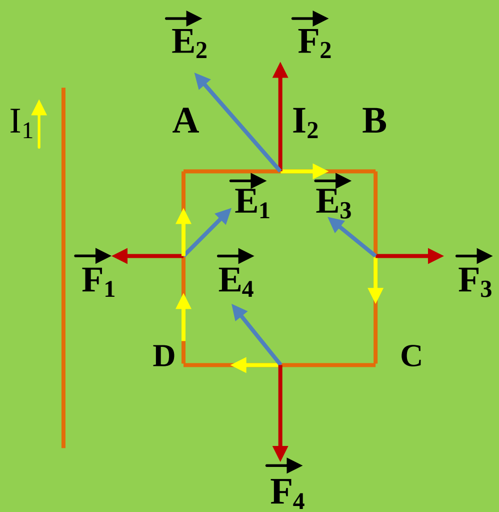
$$F_2 = F_4 = \mu o/2\pi \,.\, I_1 \,.\, I_2 \,(\, \text{Ln } 0,2 - \text{Ln } 0,05 \,)$$

La diferencia de Ln procede del Ln de un cociente:

$$F2 = F4 = \mu o/2\pi \,.\, I1 \,.\, I2 \,.\, \text{Ln } 0,2/0,05$$

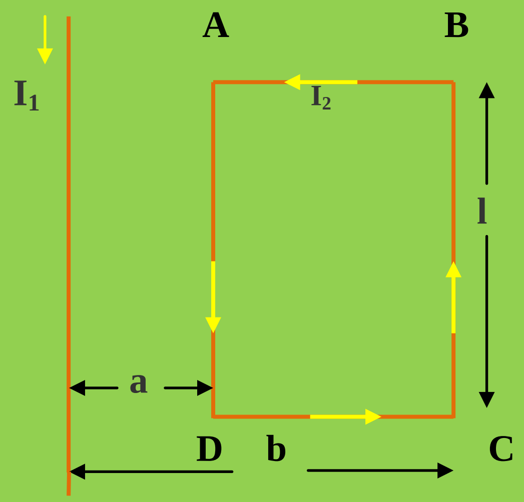
$$F_2 = F_4 = 4\pi \,.\, 10^{-7}\ N/A^2/2\pi \,.\, 10\ A \,.\, 0,2\ A \,.\, 54,6 = 218,4 \,.\, 10^{-7}\ N$$

El esquema final podría quedar de la forma:



Ejercicio resuelto

Dado el esquema siguiente:



DATOS: I_1 = 40 A ; I_2 = 15 A ; l = 20cm ; a = 10 cm ; b = 25 cm

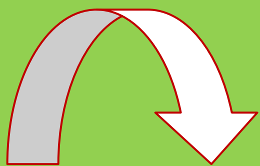
Determinar los campos magnéticos y las fuerzas que origina el conductor rectilíneo sobre cada uno de los lados de la espira.

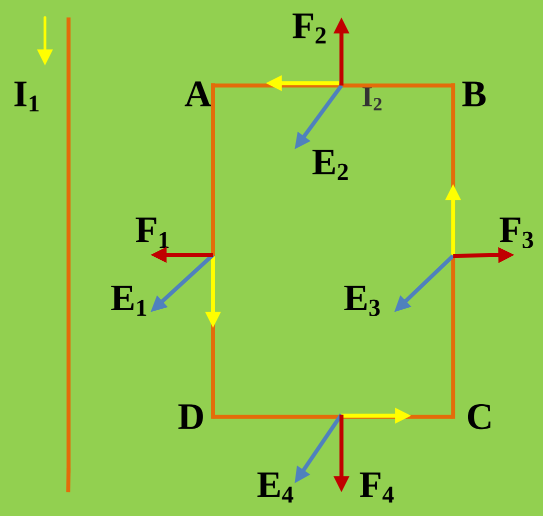
Resolución

En el ejercicio anterior los sentidos de los vectores campo y fuerza han sido demostrados. En este ejercicio haremos esta operación directamente siguiendo las normas:

a) **Aplicar la regla de la "mano derecha" para determinar el sentido del vector campo.**

b) **Aplicar la regla de la "mano izquierda" para determinar el sentido del vector fuerza. La regla de la "mano izquierda es a veces difícil de aplicar, ayudaros del sentido de la intensidad.**





Lado AD:

$E_1 = \mu_o/2\pi \cdot I1/a = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T . m/A /2π . 40 A/0,10 m = ***800 . 10^-7^ T***

$F_1 = \mu_o/2\pi \cdot I_1 \cdot I_2/a \cdot l = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A²/2π . 40 A . 15 A/0,10 m . 0,20 m =

$= 2400 \cdot 10^{-7}$ N = $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ N

Lado BC:

$E_3 = \mu_o/2\pi \cdot I1/b = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T . m/A/2π . 40 A/0,25 m = $320 \cdot 10^{-7}$ T

$F_3 = \mu_o/2\pi \cdot I_1 \cdot I_2/b \cdot l = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A2/2π . 40 A . 15 A/0,25 m . 0,20 m =

$= 960 \cdot 10^{-7}$ N = $9{,}6 \cdot 10^{-5}$ N

Lado AB y DC:

$E_2 = E_4 = \mu_o/2\pi \cdot I1/x = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T . m/A/2π . 40 A/x = 80 . 10-7/x T

El valor de los campos E2 y E3 dependerá del valor que tenga "x" que estará entre 0,10 y 0,20 m.

$$dF_2 = dF_4 = \mu o/2\pi \cdot I_1 \cdot I_2/x \cdot dx$$

$$\int dF_2 = \int dF_4 = \int_a^b \mu_o/2\pi \cdot I_1 \cdot I_2/x \cdot dx$$

$$F_2 = F_4 = \mu_o/2\pi \cdot I_1 \cdot I_2 \int_{a = 0,10}^{b = 0,25} 1/x \cdot dx$$

$$F_2 = F_4 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N/A2/2\pi \cdot 40\ A \cdot 15\ A \left[Ln \right]_{0,10}^{0,25}$$

$$F_2 = F_4 = 1200 \cdot 10\text{-}7\ N\ (\ Ln\ 0,25 - Ln\ 0,10\ ) =$$

$$F_2 = F_4 = 1200 \cdot 10^{-7}\ N\ Ln\ 0,25/0,10 =$$

$$= 1200 \cdot 10^{-7}\ N \cdot 2,5 = 3000 \cdot 10^{-7}\ N = 3 \cdot 10^{-4}\ N$$

11.- Campo magnético creado por una espira circular

Páginas Webs consultadas

Campo magnético creado por una espira circular
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_//elecmagnet/campo_magnetico/espira/espira.html

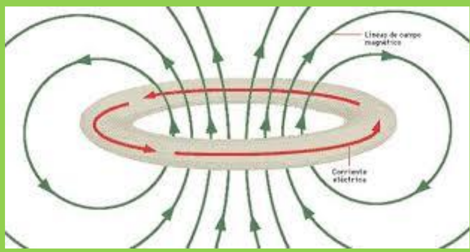
Campo creado por una espira circular
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/3000/3232/html/31_campo_magnetosttico_creado_por_una_espira_circular.html

Campo creado por una espira circular
http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepal2/moodle/file.php/16/cursofisica/elecmagnet/campo_magnetico/espira/espira.html

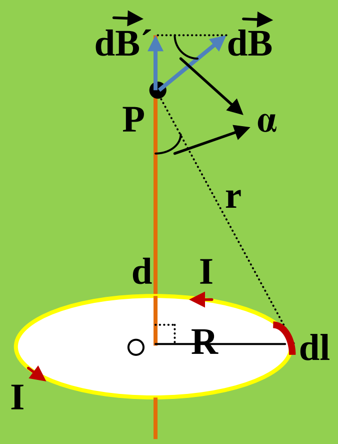
Campo creado por una espira circular
http://ricuti.com.ar/No_me_salen/MAGNETISMO/AT_magn_electr.html

Campo creado por una espira circular
http://www.guiasdeapoyo.net/guias/cuart_fis_e/Campo%20magnetico.pdf

Ya se estudió el campo magnético creado por una corriente rectilínea. Si al conductor le damos la forma circular obtenemos una "espira circular" por la cual va a circular una intensidad de corriente eléctrica.



Supongamos el esquema siguiente:



Vamos a determinar el campo eléctrico en un punto situado en eje de la espira

Para calcular $\vec{dB}$ partiremos de su expresión según la ley de Biot y Sabart:

$$dB = (\mu o/4\pi \,.\, I \,.\, dl \,.\, sen\ \alpha)/r^2$$

Como dl y R son perpendiculares → sen 90º = 1 y nos queda:

$$\vec{dB} = (\mu o/4\pi \,.\, I \,.\, dl \,.\, 1)\ /\ r^2$$

$$\vec{dB} = (\ \mu o/4\mu \,.\, I \,.\, dl)/r^2$$

El vector $d\vec{B}$ se puede descomponer en:

a) **En una dirección perpendicular al eje de la espira que se anula por razones de simetría ya que puede existir otro "dl" en el lado opuesto del primer "dl" .**

b) **En la dirección del "eje" y que según el esquema anterior tendrá el valor según el esquema anterior:**

$$dB' = dB \cdot \text{sen}\,\alpha \;\; ; \;\; dB' = \mu o/4\pi \cdot I \cdot dl/r^2 \cdot \text{sen}\,\alpha$$

$$\text{sen}\,\alpha = R/r$$

por lo que:

$$dB' = \mu o/4\mu \cdot I \cdot dl/r^2 \cdot R/r \rightarrow dB' = (\mu o/4\pi \cdot I \cdot R \cdot dl) / r^3$$

Podemos sumar todos los elementos de longitud y obtener el campo total en el punto "P". matemáticamente resolvemos el problema por integración de la última ecuación sabiendo que los límites de la integral desde un valor de l = 0 a l = 2 . π . R (longitud de la espira circular):

$$\int dB' = \int_0^{2\pi R} (\mu o/4\pi \cdot I \cdot R \cdot dl) / r^3$$

Las constantes las sacamos fuera del signo de integración:

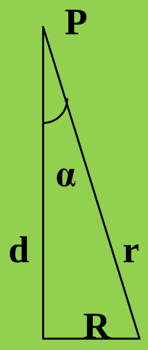
$$B' = (\mu o/4\pi \cdot I \cdot R) / r^3 \int_0^{2\pi R} dl$$

$$B' = (\mu o/4\pi \cdot I \cdot R)/r^3 \left[\, l \,\right]_0^{2\pi R}$$

$$B' = (\mu o/4\pi \cdot I \cdot R)/r^3 \,(\, 2\pi R - 0\,)$$

$$B' = (\mu o/4\pi \cdot I \cdot R)/r^3 \, 2\pi R \;\rightarrow\; B' = \mu o/2 \cdot I \cdot R^2 / r^3$$

Del esquema inicial podemos sacar el triángulo rectángulo:



y aplicando Pitágoras

$$r = (R^2 + d^2)^{1/2}$$

$$B' = \mu o/2 \,.\, I \,.\, R^2 / r^3$$

sustituimos el valor de "r":

$$B' = (\mu o/2 \,.\, I \,.\, R^2) / [(R^2 + d^2)^{1/2}]^3$$

Del triángulo rectángulo anterior:

$$\text{sen } \alpha = R / r \rightarrow r = R / \text{sen } \alpha$$

Llevando "r" a la ecuación:

$$B' = \mu o/2 \,.\, I \,.\, R^2 / r^3 \quad (1)$$

Si se tratase de una bobina plana de "n" espiras, el campo magnético en un punto del eje dse la espirá vendrá dado po:

$$B' = \mu_o/2 \,.\, I \,.\, R^2 / r^3 \,.\, n$$

Seguimos trabajando con la ecuación (1)

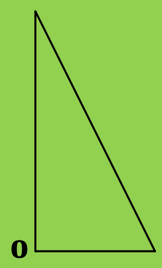
$$B' = (\mu o/2 \,.\, I \,.\, R^2) / (R/\text{sen } \alpha)^3$$

$$B' = \mu o/2 \,.\, I \,.\, R^2 / (R^3 / \text{sen}^3 \alpha)$$

$$B' = \mu o/2 \,.\, I / R \,.\, \text{sen}^3 \alpha$$

Hemos obtenido varias ecuaciones, según las variables que nos proporcione el problema, para conocer el valor del campo magnético en un punto del eje de la espira.

Si queremos conocer el campo magnético en el centro de la espira recordemos que en el triángulo anterior:



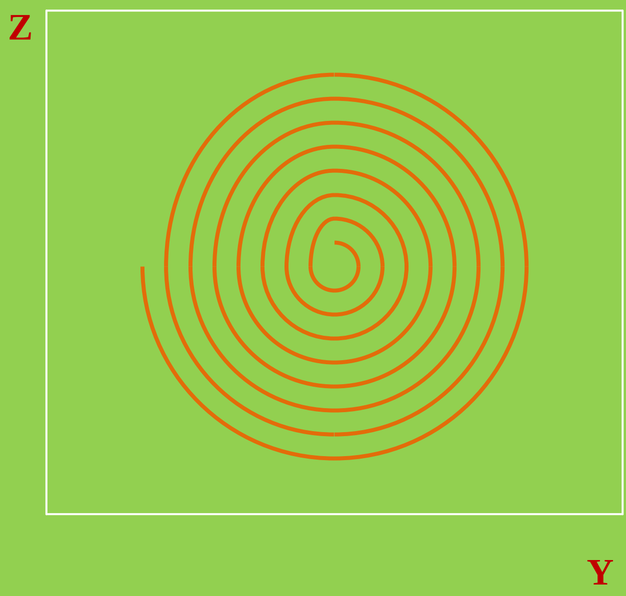
En el centro "o" el ángulo es de 90º → sen 90º = 1

Si nos vamos a la ecuación:

$$B' = \mu o/2 \, . \, I / R \, . \, sen^3 \, \alpha$$

$$B' = \mu o/2 \, . \, I / R \, . \, 1^3 \rightarrow B' = \mu o/2 \, . \, I / R$$

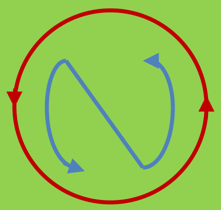
Si se tratase de una bobina circular plana de "n" espiras, el campo magnético vendría dado por:



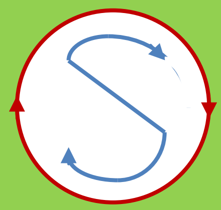
$$B = \mu_o/2 \, . \, (I / R) \, . \, n$$

Si trabajamos en un medio distinto al aire y al vacío en todas las ecuaciones en donde aparece la permeabilidad pondremos la correspondiente al medio (µ).

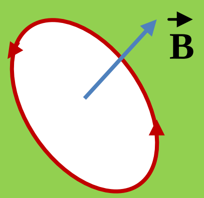
Para establecer el polo norte y el polo azul de imán constituido por la espira, cuando queremos conocer el campo magnético creado por la espira en el centro de la misma:

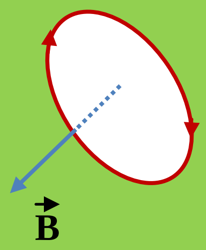


Sentido contrario a las agujas del reloj.
Cara Norte



Sentido de las agujas horarias.
Cara Sur





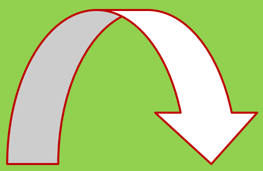
Ejercicio resuelto
Por una espira circular y en sentido contrario a las agujas del reloj, circula una intensidad de corriente de 25 A. El radio de la espira es de 10 cm. Determinar:

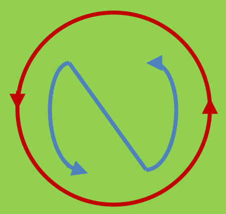
a) **Cara por la que estamos viendo la espira.**
b) **Valor del campo magnético en el centro de la espira**

Resolución

a)

Cuando por una espira circula una intensidad de corriente dicha espira se comporta como un imán. En los imanes existen dos caras, la cara NORTE y la cara SUR. Según los datos del problema y por la regla nemotécnica:





Sentido contrario a las agujas del reloj.
Cara Norte

Estamos viendo la espira por su cara NORTE.

b)

Por la ley de Biot y Sabart podemos llegar a la ecuación que nos permite conocer el valor del campo magnético en el centro de la espira:

Como no se especifica el medio supondremos que estamos en el vacío:

$$B' = \mu o/2 \; . \; I / R$$

10 cm . 1 m/100 cm = 0,1 m

$$B' = (4\pi \; . \; 10^{-7} \text{ T m/A/2}) \; . \; 25 \text{ A}/0{,}1 \text{ m} = 1570 \; . \; 10^{-7} \text{ T} =$$

$$= 1{,}57 \; . \; 10^{-4} \text{ T}$$

Ejercicio resuelto
Por una espira circular de radio 10 cm es recorrida por una intensidad de corriente eléctrica de 2 A. Determinar el valor de la inducción magnética en el centro de la espira.

Resolución

Recordemos que:

$$B' = \mu o/2 \; . \; I / R$$

R = 10 cm . 1 m/ 100 cm = 0,1 m

$$B' = (4\pi \; . \; 10^{-7} \text{ T . m/A / 2}) \; . \; 2 \text{ A} / 0{,}1 \text{ m}$$

$$B' = 125{,}6 \text{ T}$$

Ejercicio resuelto

¿Qué intensidad de corriente debe circular por una bobina plana de de 40 espiras y un radio de 150 mm y en cuyo centro existe una inducción magnética de 5000 . 10^{-7} T?

Resolución

n = 40 espiras
r = 150 mm . 1 m / 1000 mm = 0,150 m
B = 5000 . 10^{-7} T = 5 . 10^{-4} T

$$B = \mu_o/2 \,.\, (I / R) \,.\, n$$

$$5 \,.\, 10^{-4}\ T = (4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, m/A/2) \,.\, I / 0{,}150\ m \,.\, 40$$

$$I = 5 \,.\, 10^{-4}\ T \,.\, 0{,}150\ m / (4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, m/A) \,.\, m \,.\, 40$$

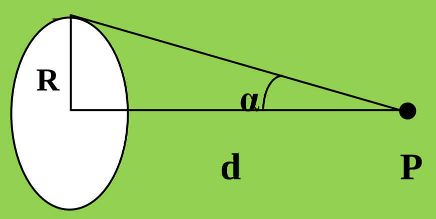
$$I = 0{,}75\ T \,.\, m / 502{,}4\ T \,.\ 10^{-3} m \,.\, A = 0{,}0014 \,.\, 10^{-3}\ A =$$

$$= 1{,}4 \,.\, 10^{-6}\ A$$

Ejercicio resuelto

Determinar el campo magnético creado por una espira por la que circula una intensidad de 1,4 . 10^{-6} A en un punto situado a 50 cm sobre el eje de la espira. El radio de dicha espira es de 0,150 m.

Resolución



Resolución

d = 50 cm . 1 m/100 cm = 0,50 m
R = 0,150 m
I = 1,4 . 10^{-6} A

La ecuación que nos proporciona el campo magnético creado por la espira a una distancia del eje de la misma es:

$$B' = \mu o/2 \,.\, I / R \,.\, sen^3\ \alpha \quad (1)$$

Nuestro problema es determinar el valor de ángulo "α" y para ello recurrimos al triángulo rectángulo del esquema inicial:

tag α = cateto opuesto/cateto contiguo

$$\text{tag}\ \alpha = R/d = 0{,}150\ m/0{,}50\ m = 0{,}3 \rightarrow \alpha = 16{,}7^o$$

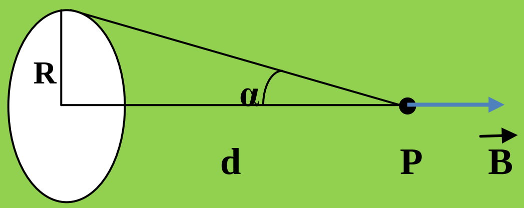
$$\text{sen}\ 16{,}7 = 0{,}28$$

Volvemos a la ecuación (1):

$$B' = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A/2 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-6}\ m/0{,}150\ m \cdot (0{,}28)^3$$

$$B' = 2664{,}1 \cdot 10^{-13}\ T = 2{,}64 \cdot 10^{-10}\ T$$

Gráficamente:



Ejercicio resuelto

Por una espira de corriente, de radio 70 cm que se encuentra en el vacío y por la que circula una intensidad de corriente de 7 A generando en el centro de la espira un campo magnético. La intensidad de corriente circula en el sentido de las agujas del reloj. Determinar:

a) **El valor del campo magnético en el centro de la espira.**
b) **Porqué polo de la espira la estaremos viendo.**

Resolución

a)

R = 70 cm . 1 m/100 cm = 0,70 m
I = 7 A

Recordemos:

$$B = \mu_o/2 \cdot I / R$$

$$B = (4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A/2) \cdot (7\ A/0{,}70\ m) =$$

$$= 62{,}8 \cdot 10^{-7} T$$

b)

Por la regla nemotécnica:

Sentido de las agujas horarias.
Cara Sur

Ejercicio resuelto
Por una espira circular de radio 30 cm, situada en el aire, circula una intensidad de corriente de 10 A. Determinar:

a) **Intensidad del campo magnético en el centro de la espira.**
b) **En un punto situado a 700 mm sobre el eje de la espira**

Resolución

a)

$\mu_{aire} \approx \mu_{vacío} = \mu_o$
R = 30 cm . 1 m/100 cm = 0,30 m
I = 10 A

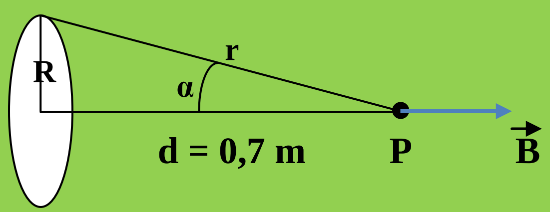
Se dijo que en el centro de la espira el valor del campo magnético viene dado por la ecuación:

$$B = \mu o/2 \,.\, I / R$$

$$B = (4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, m/A/2) \,.\, (10\ A/0{,}30\ m) = 209{,}3 \,.\, 10^{-7}\ T$$

b)

700 mm . 1 m/1000 mm = 0,7 m



En un punto sobre el eje de la espira el campo magnético viene dado por la ecuación. En el esquema anterior ya tenemos dibujado el campo magnético. Su valor:

$$B = \mu o/2 \;.\; I / R \;.\; sen^3\,\alpha \;(1)$$

Para conocer "B" primero debemos conocer el ángulo "α" y después su seno. Trigonométricamente:

tag α = R / d ; tag α = 0,30 m/0,7 m = 0,428 → α = 23,2º →

$$\rightarrow sen\ 23{,}2^o = 0{,}39$$

Volvemos a la ecuación (1):

$$B = (4\pi \;.\; 10^{-7}\, T \;.\; m/A/2) \;.\; (10\ A/0{,}30\ m) \;.\; (0{,}39)^3$$

$$B = 12{,}35 \;.\; 10^{-7}\ T$$

Ejercicio resuelto

Una espira circular, de radio R= 20 cm., situada en el aire, es recorrida por una corriente I. Sabiendo que esa corriente establece en el centro de la espira un campo magnético B = 3,14 . T que "sale" del plano de la figura:

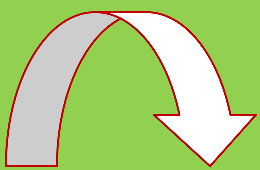
a) Indique, en la figura, el sentido de la corriente en la espira.
b) Determine la intensidad de esa corriente.

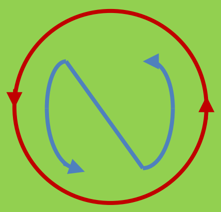
Resolución

$\mu_{aire} \approx \mu_o$

a)

Cuando por una espira circular circula una corriente eléctrica dicha espira se comporta como un imán. El imán tiene un POLO NORTE y un POLO SUR. Por el polo NORTE salen las líneas de campo magnético y por el polo SUR entran. En nuestro caso las líneas de campo SALEN y por tanto la estamos viendo por el polo NORTE. Mediante la regla nemotécnica podemos establecer el sentido de la corriente eléctrica:





Sentido contrario a las agujas del reloj.
Cara Norte

b)

Recordemos:

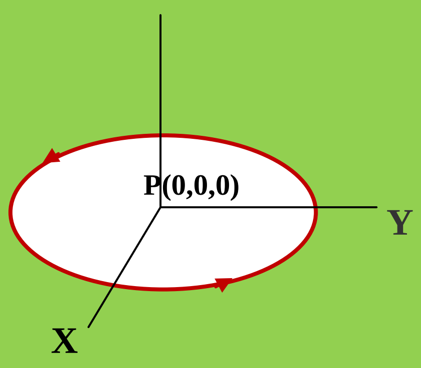
$$B = \mu o/2 \, . \, I/R \rightarrow I = B \, . \, R \, . \, 2 \, / \, \mu_o$$

$$I = 3{,}14 \text{ T} \, . \, 0{,}20 \text{ m} \, . \, 2 \, / \, 4\pi \, . \, 10\text{-}7 \text{ T} \, . \, \text{m/A} = 10^6 \text{ A}$$

Ejercicio resuelto

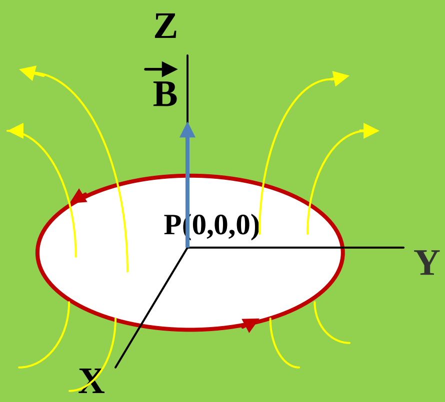
Una espira situada en el plano XY tiene un diámetro de 20 cm. Si circula por ella una corriente de 2 A en sentido contrario a las agujas del reloj, calcula el campo magnético en el centro de la espira.

Resolución



D = 20 cm . 1 m/100 cm = 0,20 m
R = D/2 = 0,20/2 = 0,1 m
I = 2 A

Al circular la corriente en sentido contrario A LAS AGUJAS DEL RELOJ las líneas de campo magnético salen de la espira por su polo NORTE. Lógicamente el vector campo estará localizado en la dirección del eje OZ y hacia arriba:



El vector campo tiene la expresión:

$$\vec{B} = B_z\,\vec{k}$$

El valor de Bz:

$$B_Z = \mu o/2 \,.\, I/R$$

$$B_Z = (4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, m/A/2) \,.\, (2\ A/0{,}1\ m) = 125{,}6 \,.\, 10^{-7}\ T$$

El vector campo será:

$$\vec{B} = 125{,}6 \,.\, 10^{-7}\ \vec{k}\ \ T = 1{,}25 \,.\, 10^{-5}\ \vec{k}\ \ T$$

Ejercicio resuelto

Calcula la intensidad de la corriente eléctrica que debe circular por una espira de 40 cm de diámetro para que el campo magnético en su centro sea de $50\cdot10^{-5}$ T.

Resolución

D = 40 cm . 1 m/100 cm = 0,40 m
R = 0,40/2 = 0,2 m

Recordemos que:

$$B = \mu o/2 \,.\, I/R \rightarrow I = 2 \,.\, B \,.\, R/\mu o$$

$$I = 2 \,.\, 50 \,.\, 10^{-5}\ T \,.\, 0{,}2\ m/4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, m/A = 3{,}18 \,.\, 10^{2}\ A$$

12.- campo magnético creado por un solenoide

Campo magnético creado por un solenoide
http://html.rincondelvago.com/campo-creado-por-un-solenoide.html

Campo magnético creado por un solenoide

http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Magnetismo/Magnetismo4.htm

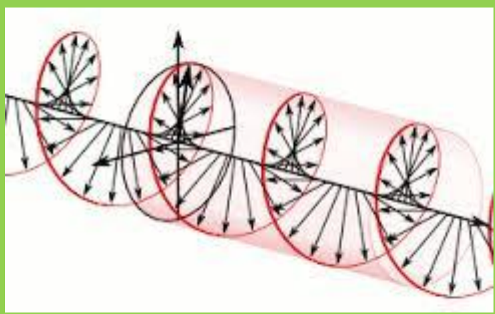
Campo magnético creado por un solenoide
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/3000/3232/html/31_campo_magnetosttico_creado_por_una_espira_circular.html

Campo magnético creado por un solenoide
http://ocw.uv.es/ciencias/1-4/clase17edit.pdf

Campo magnético creado por un solenoide
http://www.ual.es/~mjgarcia/Bsolenoide.pdf

Se define el *Solenoide* como una bobina de muchas espiras de forma *cilíndrica* que cuenta con un hilo de material conductor *enrollado sobre sí*, a fin de que, con el paso de la corriente eléctrica, se genere un intenso campo electrónico. Cuando este campo magnético aparece, comienza a operar como un imán.

Si las espiras están muy cercanas un un solenoide las líneas de campo entran por un extremo, polo sur, y salen por el otro, polo norte. Si la longitud del solenoide es mucho mayor que su radio, las líneas que salen del extremo norte se extienden en una región amplia antes de regresar al polo sur; por esta razón, en el exterior del solenoide se presenta un campo magnético débil. Sin embargo, en el interior de éste, el campo magnético es mucho más intenso y constante en todos los puntos.

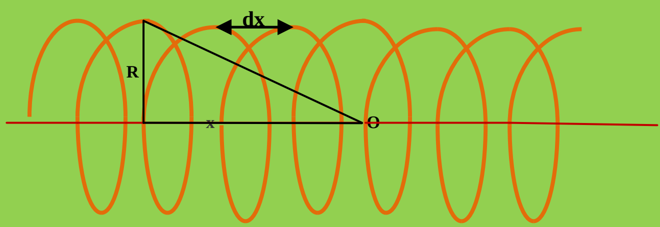


Para determinar el campo magnético creado por un solenoide recordaremos primero el campo magnético creado por un selenoide plano visto en el punto anterior:

$$dB = \mu_o/2 \ . \ (I / R) \ . \ sen^3 \ \alpha \ . \ n \ (1)$$

n = nº de espiras en la bobina plana

Hagamos el siguiente esquema:



Para una distancia tan sumamente pequeña como la existente entre dos espiras (dx) podemos establecer:

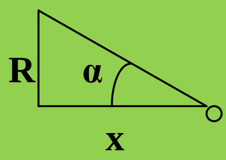
$$n = N / L \ . \ dx$$

N = nº de espiras del solenoide
L = longitude del solenoide

Sustituimos "n" 2n la ecuación (1):

$$dB = \mu_o/2 \ . \ (I / R) \ . \ sen^3 \ \alpha \ . \ N / L \ dx \ (2)$$

Buscamos el valor de "dx" y para ello sacamos fuera del solenoide el triángulo rectángulo:



Trigonometricamente:

$$Tag \ \alpha = R / x \rightarrow x = R / tag \ \alpha \rightarrow x = R / (sen \ \alpha / \cos \alpha)$$

$$x = R \ . \ \cos \alpha / sen \ \alpha$$

En 2º de Bachillerato no veis la operación de realizar "diferenciales". El mecanismo, no el concepto teórico, es muy fácil:

Al miembro de la izquierda de la ecuación le ponéis una "d" delante → dx. El miembro de la derecha lo deriváis y añadáis la "d" delante de la variable, que en nuestro caso es el ángulo "α".

Veamos:

R = constante

$$dx = [R \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot (-\text{sen}\,\alpha) - \cos\alpha \cdot \cos\alpha / \text{sen}^2\,\alpha + \cos\alpha/\text{sen}\,\alpha \cdot 0\,]$$

$$dx = R \cdot (-\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha) / \text{sen}^2\,\alpha$$

$$dx = -R\,(\text{sen}^2\,\alpha + \cos 2\,\alpha) / \text{sen}^2\,\alpha$$

$$dx = (-R / \text{sen}^2\,\alpha) \cdot d\alpha$$

Llevamos “dx” a la ecuación (2):

$$dB = \mu_o/2 \cdot (I / R) \cdot \text{sen}^3\,\alpha \cdot N / L\, dx$$

$$dB = \mu o/2 \cdot (I / R) \cdot \text{sen}^3\,\alpha \cdot N / L \cdot (-R / \text{sen}2\,\alpha) \cdot d\alpha$$

$$dB = \mu o/2 \cdot (I / R) \cdot \text{sen}^3\,\alpha \cdot N / L \cdot (-R / \text{sen}^2\,\alpha) \cdot d\alpha$$

$$dB = -\mu o/2 \cdot I \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot N / L \cdot d\alpha$$

reagrupamos términos:

$$dB = -\mu o/2 \cdot I \cdot N/L \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot d\alpha$$

Para conocer el campo magnético creado por todo el solenoide integraremos la ecuación anterior siendo los límites de la integral de la derecha de $0^o \rightarrow \pi$

$$\int dB = \int -\mu o/2 \cdot I \cdot N/L \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot d\alpha$$

$$B = -\mu o/2 \cdot I \cdot N/L \int_{\pi}^{0} \text{sen}\,\alpha\, d\alpha$$

$$B = -\mu o/2 \cdot I \cdot N/L \left[-\cos\alpha \right]_{\pi}^{0}$$

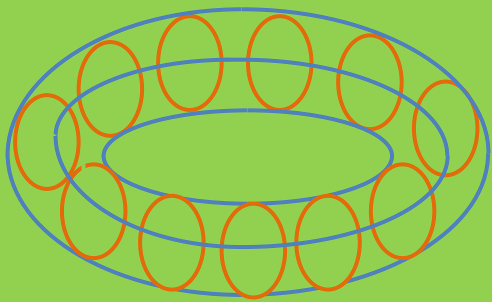
$$B = \mu o/2 \cdot I \cdot N/L\,(\cos 0 - \cos\pi)$$

$B = \mu o/2 \cdot I \cdot N/L\ [(1 - (-1)]$

$B = \mu o/2 \cdot I \cdot N/L \cdot 2$

$B = \mu o \cdot I \cdot N / L$

Si se trata de un solenoide circular (toroide):

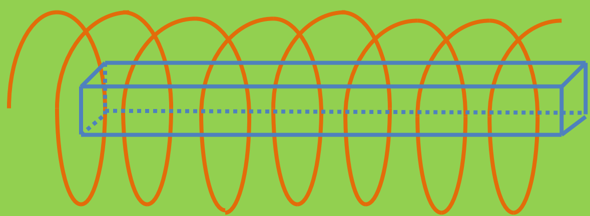


El valor del campo magnéticos es:

$B = \mu o \cdot N \cdot I / L$

En este caso la longitud "L" corresponde al valor de la circunferencia media del tiroide.

Electroimanes



El tipo más simple de *electroimán* es un trozo de alambre enrollado. Una bobina con forma de tubo recto se llama solenoide. Pueden producirse campos magnéticos mucho más fuertes si se sitúa un "núcleo" de material *paramagnético* (Se denomina materiales paramagnéticos a los materiales o medios cuya "*permeabilidad magnética* es similar a la del vacío) o de materiales ferromagnéticos (normalmente "hierro dulce").

Al introducir dentro de la bobina el hierro dulce se refuerza considerablemente el campo magnético. Esto se debe a que el campo magnético magnetiza el núcleo de hierro dulce en la bobina, o sea, lo convierte en un imán adicional. Tras desactivar la corriente, el núcleo de hierro dulce pierde de nuevo su magnetización. Esto es intencionado, ya que así se puede activar y desactivar el imán.

Si el campo magnético está confinado dentro de un material de alta permeabilidad, como es el caso de ciertas aleaciones de acero, la fuerza atractiva máxima sobre materiales ferromagnéticos viene dada por:

$$F = B^2 \,.\, A / 2 \,.\, \mu_o \quad (1)$$

Donde:

F es la fuerza en newtons
B es el campo magnético en teslas
A es el área de las caras de los polos en m²
μ_o es la permeabilidad magnética del espacio libre.

En un circuito magnético cerrado:

$$B = \mu_o \,.\, N \,.\, I / L$$

Sustituyendo en (1), se obtiene:

$$F = \mu_o \,.\, N^2 \,.\, I^2 \,.\, A / 2 \,.\, L^2$$

Aplicaciones de los solenoides
http://www.elementosmagneticos.com/content/aplicaciones-de-las-bobinas-electromagn%C3%A9ticas_lang-es

Ejercicio resuelto

Un solenoide se forma con un alambre de 50 cm de longitud y se embobina con 400 vueltas sobre un núcleo metálico cuya permeabilidad magnética relativa es de 1250 unidades, si por el alambre circula una corriente de 0,080 A. Calcular la inducción magnética en el centro del solenoide.

Resolución

La ecuación que nos permite conocer el campo magnético en el centro del solenoide es:

$$B = \mu \cdot I \cdot N / L \quad (1)$$

No trabajamos en el vacío y por lo tanto:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_o$$

La ecuación (1) quedaría de la forma:

$$B = \mu_r \cdot \mu_o \cdot I \cdot N/L$$

L = 50 cm = 0,5 m
N = 400 vueltas
μ_r= 1250
μ_o = 4π . 10^{-7} T . m/A
I = 0,080 A

$$B = \mu_r \cdot \mu_o \cdot I \cdot N / L$$

$$B = 1250 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T m/A} \cdot 0{,}080\ \text{A} \cdot 400 / 0{,}5\ \text{m} =$$

$$= 1004800 \cdot 10^{-7}\ \text{T} = 1{,}0048 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

Ejercicio resuelto

Un solenoide tiene 80 cm de diámetro, el número de vueltas es de 4 y el campo magnético en su interior es de 2,5 .10^{-5} T. Encontrar la intensidad de corriente que circula por el solenoide.

Resolución

No tenemos medio, tomaremos el vacío.
N = 4
D = 80 cm → R = 40 cm . 1 m/100 cm = 0,4 m

$B = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ T
$L = 2 \cdot \pi \cdot R$

Campo magnético:

$$B = \mu_o \cdot I \cdot N$$

$$2{,}5 \cdot 10^{-5}\ T = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A \cdot I \cdot 4 / 2\pi R$$

$$2{,}5 \cdot 10^{-5}\ T = 8 \cdot 10\text{-}7\ T \cdot m/A \cdot I / 0{,}4\ m$$

$$2{,}5 \cdot 10\text{-}5\ \cancel{T} \cdot 0{,}4\ \cancel{m} \cdot A = 8 \cdot 10\text{-}7\ \cancel{T} \cdot \cancel{m} \cdot I$$

$$I = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}4\ A / 8 \cdot 10^{-7}$$

$$I = 0{,}125 \cdot 10^{2}\ A = 12{,}5\ A$$

Ejercicio resuelto

Tenemos una bobina con una permeabilidad magnética relativa del núcleo de 1500 unidades y longitud 75 cm. Por ella circula una intensidad de corriente eléctrica de 0,02 A. El campo magnético en el centro de la bobina es de 5 T. Determinar el número de vueltas que constituyen la bobina.

Resolución

μ_r = 1500 unidades
L = 75 cm . 1 m / 100 cm = 0,75 m
I = 0,02 A
B = 5 T

Recordaremos que el campo magnético generado por un solenoide en el eje del mismo viene dado por la ecuación:

$$B = \mu \cdot I \cdot N / L$$

Por otra parte sabemos que:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_o$$

por lo que la ecuación del campo pasaría a ser:

$$B = \mu r \cdot \mu o \cdot I \cdot N / L$$

Sustituimos valores:

$$5\ T = 1500 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ T\ .m/A \cdot 0{,}02\ A \cdot N / 0{,}75\ m$$

$$5\ T = 376{,}8 \cdot 10^{-7}\ T \cdot m\ N / 0{,}75\ m$$

$$N = 5\ T \cdot 0{,}75\ m / 376{,}8 \cdot 10^{-7}\ T \cdot m$$

$$N = 0{,}0099 \cdot 10^{7}\ \text{vueltas} = 9{,}9 \cdot 10^{4}\ \text{vueltas}$$

Ejercicio resuelto

Alrededor de un tubo de hierro enrollamos un conductor metálico dando 600 vueltas al tubo y obteniendo una longitud del solenoide de 0,5 m. La permeabilidad magnética del hierro es de 2500 unidades. En estas circunstancias se crea en el centro del solenoide una inducción magnética de $5 \cdot 10^{-3}$ T. Determinar la intensidad de corriente que circula por el solenoide.

Resolución

N = 600 vueltas
L = 0,5 m
$\mu_r = 2500$
$B = 5 \cdot 10^{-3}$ T

El campo magnético viene dado por la ecuación:

$$B = \mu \cdot I \cdot N/L$$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_o$$

La ecuación del campo magnético pasa a ser:

$$B = \mu_r \cdot \mu_o \cdot I \cdot N / L$$

ecuación a la que llevamos datos:

$$5 \,.\, 10^{-3}\ T = 2500 \,.\, 4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, m/A \,.\, I \,.\, 600/0{,}5\ m$$

$$5 \,.\, 10^{-3}\ T = 1884000 \,.\, 10^{-7}\ \ T/A \,.\, I\ /\ 0{,}5$$

$$5 \,.\, 10^{-3}\ T = 1{,}88 \,.\, 10 \,.\, T/A \,.\, I\ \ /\ 0{,}5$$

$$I = 5 \,.\, 10\text{-}3\ T \,.\, 0{,}5\ \ .\ A\ /\ 18{,}8\ T$$

$$I = 0{,}13 \,.\, 10^{-3}\ A = 1{,}3 \,.\, 10^{-4}\ A$$

Ejercicio resuelto

El campo magnético en el centro de un solenoide, de 25 cm de longitud, es de 10 T. La intensidad de corriente es de 20 A. Determinar el número de espiras que conforma al solenoide.

Resolución

Al no mencionar el ejercicio el medio en el cual está el solenoide supondremos que es el aire.

$\mu_{aire} \approx \mu_o = 4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, m/A$
$L = 25\ cm \,.\, 1\ m\ /\ 100\ cm = 0{,}25\ m$
$B = 10\ T$
$I = 20\ A$

Campo magnético:

$$B = \mu_o \,.\, I \,.\, N/L$$

$$10\ T = 4\pi \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, \cancel{m}/\cancel{A} \,.\, 20\ \cancel{A} \,.\, N/0{,}25\ \cancel{m}$$

$$10\ T = 1004{,}8 \,.\, 10^{-7}\ T \,.\, N\ \ ;\ \ N = 10\ T\ /\ 1004{,}8 \,.\, 10^{-7}$$

$$N = 0{,}0099 \,.\, 10^{7}\ \text{vueltas} = 10 \,.\, 10^{4}\ \text{vueltas} = 100000\ \text{vueltas}$$

Ejercicio resuelto

La intensidad de corriente eléctrica que circula por un solenoide es de 2,5 A. Las espiras tienen un radio de 3,5 cm. El enrollamiento del conductor se realiza sobre un tubo metálico de permeabilidad relativa de 15000 unidades obteniéndose una inducción magnética de 12 T. Determinar el número de espiras que conforman el solenoide.

Resolución

I = 2,5 A
R = 3,5 cm . 1 m / 100 cm = 0,035 m
μ_r = 15000 unidades
B = 12 T

Ecuación del campo magnético:

$$B = \mu r \cdot \mu_o \cdot I \cdot N / L$$

L = 2πR

$$12\ T = 15000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A \cdot 2{,}5\ A \cdot N/ 2\pi R$$

$$12\ T = 2142857{,}14 \cdot 10^{-7}\ T \cdot N$$

$$12\ T = 0{,}214\ T \cdot N \quad ; \quad N = 12\ T / 0{,}214\ T = 56\ vueltas$$

Ejercicio resuelto
Las espiras circulares que conforman un solenoide tienen de diámetro 10 cm y son en total 2500 espiras. Estas espiras son enrolladas sobre un tubo de hierro de permeabilidad magnética de relativa 100 unidades. Sabiendo que por el solenoide circula una corriente de 5 A. Determinar la inducción magnética en el centro del solenoide.

Resolución

D = 10 cm → R = 5 cm . 1 m /100 cm = 0,05 m
N = 2500 espiras
μ_r = 100 unidades
I = 5 A

Inducción magnética:

$$B = \mu_r \cdot \mu_o \cdot I \cdot N / 2\pi R$$

$$B = 100 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A \cdot 2500 / 2\pi \cdot 0{,}05\ m$$

$$B = 10^{6} \cdot 10^{-7}\ T = 0{,}1\ T$$

Ejercicio resuelto

Un solenoide está constituido por 10 vueltas por cm. La longitud del solenoide es de 150 cm. La intensidad de corriente que circula por el solenoide es de 20 . 10^{-2} A. Calcula la magnitud de la inducción magnética en el centro del solenoide

Resolución

L = 150 cm . 1 m / 100 cm = 1,5 m

N = 150 cm . 10 vueltas/cm = 1500 vueltas

I = 20 . 10^{-2} A

Inducción magnética:

$$B = \mu o \cdot I \cdot N/L$$

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A \cdot 20 \cdot 10^{-2}\ A \cdot 1500/1{,}5\ m$$

$$B = 251200 \cdot 10^{-9}\ T = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ T$$

------------------------------- O ----------------------------------

Se acabó

Antonio Zaragoza López