Corriente alterna

Rosana era feliz en su relación con Mario. Llevaban juntos cinco años y su vida les llenaba a los dos. Tenían gustos parecidos, compartían los mismos hobbies y veían la vida de manera muy parecida. El enamoramiento había terminado pero existía el cariño, la comunicación, el deseo sexual, la amistad. Dicho de otra manera, tenían una existencia en común muy aceptable.

Ana trabajaba en un banco, y un día al levantar la cabeza para atender al siguiente cliente, se encontró con Álvaro, un antiguo compañero de EGB. Habían coincidido en la misma clase durante cuatro años, pero eso era cuando tenían 14 y ahora tenían 33. Los dos se sorprendieron al verse y con la ilusión del momento, decidieron ir a tomar un café para contarse cómo iban sus vidas .

En seguida notaron mucha sintonía entre ellos. Él era de esos chicos que no cortan la mirada cuando te observan y eso a ella la ponía extrañamente nerviosa. Se les pasó una hora sin que se dieran cuenta, y ella tenía que volver al banco.

Él le pidió que intercambiaran sus números de teléfono y así lo hicieron. A los pocos minutos de entrar en el banco, vio que tenía un mensaje en el móvil. Era él y le decía: Eres preciosa Rosana, si no estuvieras con Mario ya te habría invitado a cenar.

Y ahí empezó todo. Después de ese mensaje ella volvió a los 14 años y sentía algo nuevo en su corazón. Rosana volvía a enamorarse. Cuando estaba con Álvaro se sentía joven, inquieta y enamorada. Sin embargo cuando pensaba en Mario notaba un sentimiento de tranquilidad, sosiego, cariño y también quería lo que le ofrecía su marido.

Rosana se encontraba entre dos caminos de sentidos contrarios pero no podía prescindir de este devenir. Quería a Mario y deseaba a Álvaro.

Rosana tenía sus momentos de agobio porque pensaba que estaba llevando un doble juego, alternaba con su marido y con Álvaro. Se planteó el dejar a uno de los dos, pero los dos le eran necesarios.

Como su relación con Mario no había cambiado, valientemente le planteo la situación por la que estaba pasando. Mario se sintió

engañado y se marcho de casa muy enfadado. Paseando por la calle, por jardines iba pensando en la situación que se encontraba. Pensaba en dejar a Rosana pero su corazón le decía que no. Acepto la situación y volvió a casa. Se encontró con una Rosana muy preocupada, intranquila ante la posibilidad de perder a su compañero, amigo y amante. Mario se sentó junto a ella y le dijo que la quería tanto que no la podía abandonar, que aceptaba la situación y que ella hiciera lo que su corazón le dictara.

A partir de este momento la vida de Rosana era una alternancia entre Álvaro y Mario. Un camino con doble sentido, iba hacia Álvaro pero volvía con Mario. Rosana había encontrado una *ALTERNANCIA* que le hacía feliz, era la juventud y la madurez, la locura y el sosiego. Rosana se transformó en una persona ALTERNA.

Volviendo a la realidad, nosotros también nos encontramos con una nueva situación, una alternancia. Estamos en el tema de la *Corriente Alterna*. Aquí no podemos ir en doble sentido, yo os tengo que llevar en uno solo que nos lleve a entender con facilidad el nuevo tema.

La temática se basará en los siguientes *CONTENIDOS*:

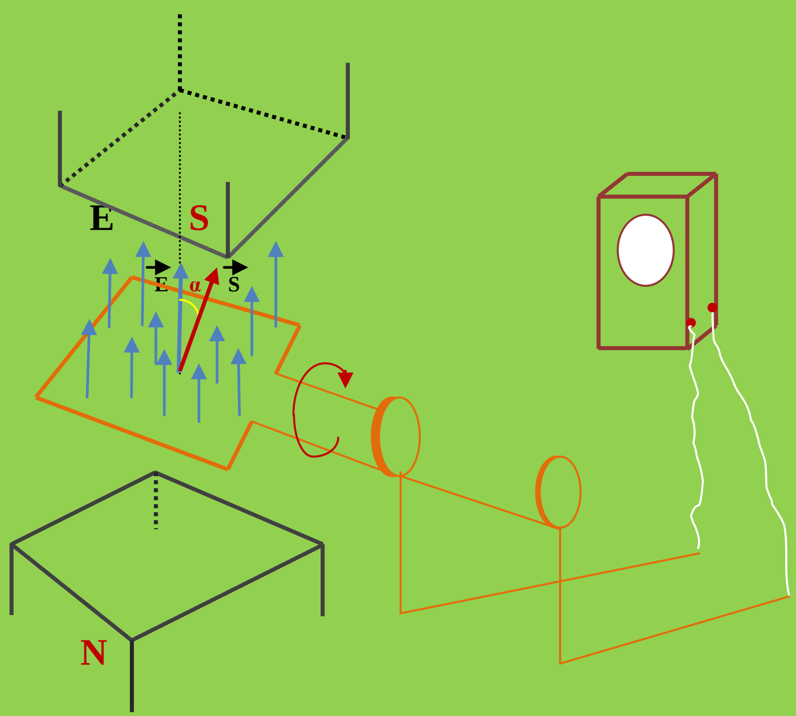
(En Orihuela, su pueblo y el mío, se
me ha muerto como del rayo Ramón Sijé,
a quien tanto quería)

1.- Introducción

Empezaremos el tema recordando la "Fuerza Electromotriz Inducida", vista en el tema anterior:

> ***Siempre que se produzca una variación en el flujo magnético en un circuito cerrado e inerte como consecuencia de la variación del número de líneas de inducción magnética que atraviesan la superficie del citado circuito, se producirá en el mismo una Fuerza Electromotriz Inducida.***

La producción de la Fuerza Electromotriz Inducida consiste en que una espira pueda tomar diversas posiciones con relación a un campo magnético (variaciones de flujo magnético), por medio de un giro de la espira con una velocidad angular (ω):



Yo quiero ser llorando el hortelano
de la tierra que ocupas y estercolas,
compañero del alma, tan temprano

Esta corriente eléctrica variable con el tiempo, dependiendo de la posición y velocidad angular de la espira, tomando valores máximos y mínimos, se ha definido como *"Corriente Alterna"*.

La *Corriente Alterna* se puede definir, también, como *aquella corriente que cambia periódicamente de sentido*, *las partículas eléctricas se mueven en un sentido y vuelven, al cabo del tiempo, en sentido contrario*.

Actualmente la Corriente Alterna es la más utilizada universalmente, desde los hogares hasta las grandes industrias. La corriente alterna presenta ventajas, con respecto a la continua, decisivas de cara a la *producción* y *transporte* de la energía eléctrica, respecto a la corriente continua. Estas ventajas son:

1.-Generadores y motores más baratos y eficientes, y menos complejos
2.-Posibilidad de transformar su tensión de manera simple y barata (transformadores)
3.-Posibilidad de transporte de grandes cantidades de energía a largas distancias con un mínimo de sección de conductores, sin perdidas de energía por el efecto Joule.
4.-Posibilidad de motores muy simples.
5.-Desaparición o minimización de algunos fenómenos eléctricos indeseables (magnetización en las maquinas)

La *corriente continua*, presenta la ventaja de poderse acumular directamente, y para pequeños sistemas eléctricos aislados de baja tensión, aun se usa.

Alimentando lluvias, caracolas
y órganos mi dolor sin instrumento,
a las desalentadas amapolas

2.- Fuerza Electromotriz Alterna Inducida por la acción de una espira que gira en un campo magnético.

Desde aquí podéis enlazar con las páginas Web:

Generación de corrientes alternas (animación de un generador)
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/3000/3234/html/2_generacin_de_corrientes_alternas.html

Producción de corriente alterna
http://www.fisicanet.com.ar/fisica/electrodinamica/ap03_induccion.php

Generación de corriente alterna
http://fisicayquimicaenflash.es/calterna/calterna001.htm

La Corriente Alterna cambia de sentido cada vez que el cuadro de la espira pasa por una posición normal al campo magnético. Determinaremos el valor de la Fuerza electromotriz Alterna con relación al tiempo y por tanto según sea la posición de la espira.

El Flujo Magnético que pasa a través de la espira viene dado por la ecuación:

$$\Phi = |\vec{B}|\,|\vec{S}|\,.\cos\alpha \quad (1)$$

$|\vec{B}|$ = módulo del vector campo magnético
$|\vec{S}|$ = vector superficie
α (espacio angular) = ángulo que forma el vector área $\vec{S}$ de la espira, con la dirección del campo magnético $\vec{B}$

Del movimiento Circular Uniforme sabemos que:

Espacio angular = ω . t → $\alpha = \omega\,.\,t$

qué llevado a la ecuación (1), quedaría de la forma:

$$\Phi = B \,.\, S \,.\, \cos \omega t$$

Recordemos del tema anterior que la Fuerza Eleztromotriz inducida tenía la expresión:

$$\varepsilon = - d\Phi / dt \quad (2)$$

Por su parte, el signo negativo recoge el hecho, observado experimentalmente por Faraday y Henry, de que aumentos ($\Delta\Phi > 0$) y disminuciones ($\Delta\Phi < 0$) de flujo magnético producen corrientes inducidas de sentidos opuestos.

En la ecuación (2) podemos sustituir el valor del flujo magnético:

$$\varepsilon = - d(B \,.\, S \,.\, \cos \omega t) / dt = - [(B \,.\, S \,.\, (- \text{sen}\, \omega t) \,.\, \omega]$$

$$\varepsilon = B \,.\, S \,.\, \omega \,.\, \text{sen}\, \omega t \quad (3)$$

Si a:

$$B \,.\, S \,.\, \omega = \varepsilon_o$$

se cumple que sen ωt = 1 → valor máximo que puede tomar el seno de un ángulo. Esto nos permite establecer que:

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{max} = B \,.\, S \,.\, \omega$$

La ecuación (3) quedaría de la forma:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \,.\, \text{sen}\, \omega t \quad (4)$$

daré tu corazón por alimento.
Tanto dolor se agrupa en mi costado
que por doler me duele hasta el aliento.

La *Fuerza Electromotriz Alterna Inducida*, producida por el giro de una espira en un campo magnético uniforme, es *variable* siendo su *máximo valor* directamente proporcional al valor de campo magnético, a la superficie de la espira y a la velocidad angular de esta.

Lo que nos permite decir que la Fuerza Electromotriz Inducida en cada instante es una función sinusoidal que puede tomar los siguientes valores:

a) **Para ωt = 0 rad (0^o) → sen ωt = 0**
   Por lo que en (4):

$$\varepsilon = \varepsilon_o \cdot 0 = 0$$

b) **Para ωt = π/2 rad (90^o) → sen π/2 = 1**
   De (4):

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \cdot 1 = \varepsilon_{max}$$

c) **Para ωt = π rad (180^o) → sen π = 0**
   De (4):

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \cdot 0 = 0$$

d) **Para ωt = 3π/2 (270^o)→ sen 3π/2 = - 1**
   De (4):

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \cdot (-1) = -\varepsilon_{min}$$

e) **Para ωt = 2π → sen 2π = 0**

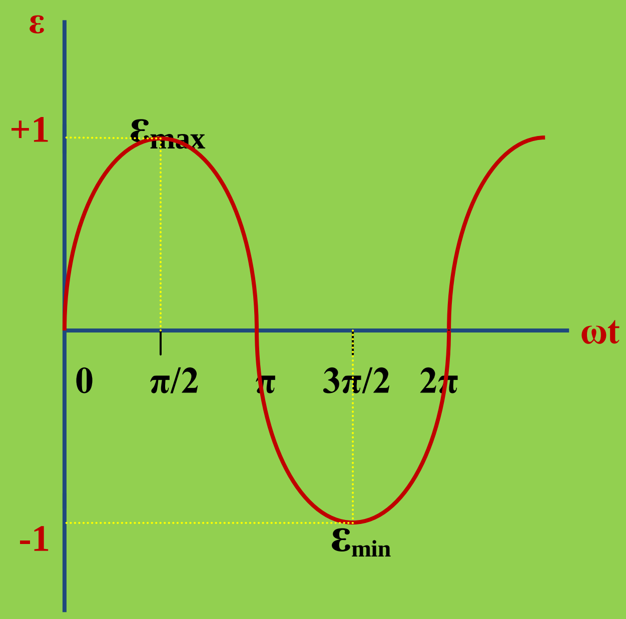
   De (4):

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \cdot 0 = 0$$

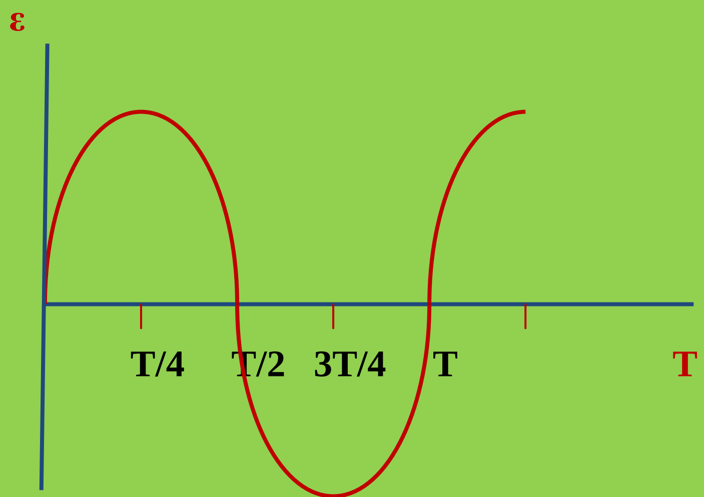
De esta forma la espira gira 360º (describe una vuelta completa, un giro, un ciclo) tardando un tiempo que se conoce como *Periodo* (T).

El Periodo lo podemos definir: *como el tiempo que tarda la espira en realizar un giro completo*.

Podemos realizar una gráfica de la Fuerza Electromotriz Alterna Inducida en función del espacio angular (ángulo que forma el vector campo magnético con el vector área de la espira. Nos quedaría La siguiente gráfica:



También podemos representar la *Fuerza Electromotriz Alterna Inducida* con respecto al Periodo (T):



Hemos introducido en este desarrollo el Movimiento Circular Uniforme. Dentro de este movimiento existe un conjunto de ecuaciones

que harían cambiar la expresión de la Fuerza Electromotriz Alterna Inducida, por ejemplo:

Velocidad angular, $\omega = 2\pi/T$

Sustituyendo el valor de "ω" en la ecuación de "ε" quedaría de la forma:

$$\varepsilon = B \,.\, S \,.\, \omega \,.\, sen\ \omega t$$

$$\varepsilon = B \,.\, S \,.\, 2\pi/T\ sen\ 2\pi/Tt$$

Aparece una magnitud en el M.C.U que es la *Frecuencia* y que la podemos definir como: *Número de vueltas descritas en la unidad de tiempo.*

Se cumple que:

$$T = 1 / \sigma \rightarrow \sigma = 1 / T$$

Teniendo presente que la unidad de "T" es el segundo, la unidad de la frecuencia será:

$$[\ \sigma\ ] = 1/\ [\ T\ ]$$

El periodo es una magnitud fundamental y en la ecuación de dimensiones de la "σ":

$$[\ \sigma\ ] = 1 / s = s^{-1}\ Hz\ (Hercios)$$

En la ecuación:

$$\varepsilon = B \,.\, S \,.\, 2\pi/T\ sen\ 2\pi/Tt$$

sustituimos "T" en función de "σ" y nos queda:

$$\varepsilon = B \,.\, S \,.\, (2\pi/1/\sigma)\ \text{sen}\ (2\pi/1/\sigma)t$$

$$\varepsilon = B \,.\, S \,.\, 2\pi\sigma \,.\, \text{sen}\ 2\pi\sigma t$$

o bien:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \,.\, \text{sen}\ 2\pi\sigma t$$

$$\varepsilon_{max} = B \,.\, S \,.\, 2\pi/T \rightarrow \varepsilon_{max} = B \,.\, S \,.\, 2\pi\sigma$$

Si formamos un circuito con un generador de Corriente Alterna por dónde circule una intensidad de corriente y aparezca una resistencia. Se cumple la ley de Ohm:

$$I = \varepsilon / R \;\; ; \;\; I = \varepsilon_{max} \,.\, \text{sen}\ \omega t / R$$

Si reordeamos un poco:

$$I = (\varepsilon_{max}/R) \,.\, \text{sen}\ \omega t$$

siendo:

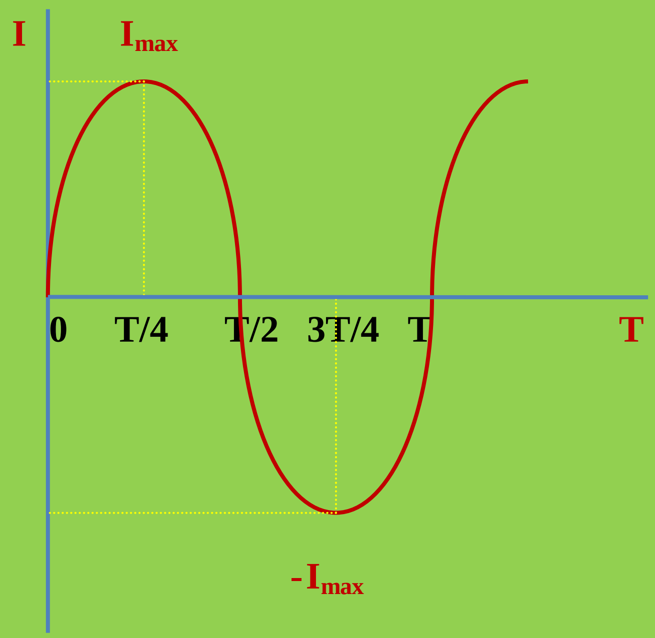
$$\varepsilon_{max} / R = I_{max}$$

por lo que:

$$I = I_{max} \,.\, \text{sen}\ \omega t$$

Un manotazo duro, un golpe helado,
un hachazo invisible y homicida,
un empujón brutal te ha derribado.

La intensidad de corriente en un circuito de corriente alterna es también una función sinusoidal cuya representación gráfica nos permitiría el valor de esta intensidad:



La intensidad en corriente alterna toma valores positivos y negativos, y no expresa como en la continua el flujo o paso de electrones siempre en el mismo sentido a través de una sección del conductor. La corriente alterna consiste, según las ecuaciones anteriores, en una vibración de muy pequeña amplitud de los electrones y de un periodo $T = 2\pi/\omega$ lo que nos lleva a la conclusión de que la Corriente Alterna es un movimiento de naturaleza *ONDULATORIO* de los electrones en el seno del metal.

Si lo que gira dentro del campo magnético es conjunto de espiras (N) la Fuerza Electromotriz resultante sería la suma de todas ellas, lo que es sinónimo de la ecuación:

$$\varepsilon = N \cdot \varepsilon_{max} \cdot sen\ \omega t$$

Ejercicio resuelto (**Autor: Enunciado FISICANET. Resolución: A. Zaragoza)**

Una bobina plana está compuesta de 1 000 espiras rectangulares arrolladas sobre un cuadro móvil. El área media de las diferentes espiras es de 20/ π, cm². Se le hace girar al conjunto a una velocidad de 3 000 r.p.m. en un campo magnético uniforme de intensidad B = 0,5 T. Calcular: a) la f.e.m. máxima inducida en la bobina. b) la expresión de la f.e.m. instantánea.

Resolución

a)

El valor máximo de La Fuerza Electromotriz Alterna Inducida viene dada por la ecuación:

$$\varepsilon_{max} = N \,.\, B \,.\, S \,.\, \omega$$

Adaptaremos los datos al S.I:

N = 1000 espiras

$S = 20/\pi\ \cancel{cm}^2 \,.\, 1\ m^2/10000\ \cancel{cm}^2 = 20 \,.\, 10^{-4} / \pi\ m^2$

$\omega = 3000$ r.p.m =

$= 3000\ \cancel{revoluciones}/\cancel{minuto} \,.\ 2\pi\ rad / 1\ \cancel{revolución} \,.\, 1\ \cancel{min} / 60\ s =$

$= 100\ \pi\ rad/s$

B = 0,5 T

Llevando los datos a la ecuación:

$$\varepsilon_{max} = N \,.\, B \,.\, S \,.\, \omega$$

$$\varepsilon_{max} = 1000 \,.\, 0{,}5\ T \,.\, 20 \,.\, 10^{-4}\ / \pi\ m^2 \,.\, 100\pi\ rad/s = 10^6 \,.10^{-4}\ V = 100\ V$$

b)

La f.e.m. instantánea como función del tiempo resulta ser:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \,.\, sen\ \omega\ t = 100\ V \,.\, sen\ (100\ \pi\ t)$$

Ejercicio resuelto

Una bobina gira dentro de un campo magnético de 0,5 T a razón de 400 r.p.m. La bobina está constituida por 100 espiras de 15 cm^2 de área cada una de ellas. ¿Cuál es la Fuerza Electromotriz Alterna Inducida?

Resolución

Recordemos que:

$$\varepsilon = N\ .\ B\ .\ S\ .\ \omega\ .\ sen\ \omega t$$

Adaptación de datos:

B = 0,5 T

ω = 400 rpm = 400 $\cancel{ciclos}/\cancel{min}$. 2π rad / 1 $\cancel{ciclo}$. 1 $\cancel{min}$ / 60 s =

= 13,33 π rad/s

S = 15 $\cancel{cm^2}$. 1 m^2 / 10000 $\cancel{cm^2}$ = 15 . 10^{-4} m^2

N = 100 espiras

Llevaremos los datos a la ecuación:

$$\varepsilon = N\ .\ B\ .\ S\ .\ \omega\ .\ sen\ \omega t$$

ε = 100 . 0,5 T . 15 . 10^{-4} m^2 . 13,33 π rad/s . sen 13,33 π t=

= 9997,5 . 10^{-4} sen 13,33 π t ≈ 10000 . 10^{-4} sen 13,33 π t =

= *sen 13,33 π t*

Ejercicio resuelto

Calcular la Fuerza Electromotriz Inducida en una bobina que consta de 1500 espiras y gira en un campo magnético de 0,05 T. El giro de la bobina tiene una frecuencia de 75 Hz y el área de cada espira es de 0,002 m^2.

Resolución

Del Movimiento Circular Uniforme recordaremos que:

$$\omega = 2\pi/T\ \ ;\ \ T = 1/\sigma \rightarrow \omega = 2\pi/(1/T) \rightarrow \omega = 2\pi\sigma$$

siendo σ la frecuencia del movimiento circular.

Adaptación de datos:

N = 1500 espiras
B = 0,05 T
σ = 75 Hz (1/s)
S = 0,002 m^2

De la ecuación:

$$\varepsilon = N \,.\, B \,.\, S \,.\, \omega \,.\, sen\ \omega t$$

y poniendo la velocidad angular en función de la frecuencia:

$$\varepsilon = N \,.\, B \,.\, S \,.\, 2\pi\sigma \,.\, sen\ 2\pi\sigma t$$

Sustituimos datos:

$$\varepsilon = 1500 \,.\, 0{,}05\ T \,.\, 0{,}002\ m2 \,.\, 2\pi \,.\, 75\ (1/s) \,.\, sen\ 2\pi \,.\, 75\ t =$$

$$= 22{,}5\ \pi\ sen\ 150\pi t$$

Ejercicio resuelto

La bobina de un alternador consta de 25 espiras de 60 cm^2 y gira con una frecuencia de 50 Hz en un campo magnético uniforme de 0,4 T. Calcula:

a) la fem inducida en función del tiempo
b) la fem máxima
c) la intensidad máxima de corriente inducida si la bobina y el circuito exterior al que está conectada suman una resistencia de 75 Ω.

Resolucion

No hay extensión más grande que mi herida,
lloro mi desventura y sus conjuntos
y siento más tu muerte que mi vida.

a)

N = 25 espiras
$S = 60\ cm^2 . 1\ m^2/10000\ cm^2 = 0{,}006\ m^2 = 6 . 10^{-3}\ m^2$
$\sigma = 50$ HZ (1/s)
B = 0,4 T
R = 75 Ω

Recordemos:

$$\varepsilon = N . B . S . \omega . sen\ \omega t$$

$\omega = 2\pi/T$; $\omega = 2\pi/(1/\sigma) = 2\pi\sigma$

$$\varepsilon = N . B . S . 2\pi\sigma . sen\ 2\pi\sigma t$$

$$\varepsilon = 25 . 0{,}4\ T . 6 . 10^{-3}\ m^2 . 2\pi . 50\ (1/s) . sen . 2\pi . 50\ t$$

$$\varepsilon = 6\ . sen\ 100\ \pi t\ (V)$$

b) $$\varepsilon_{max} = N . B . S . 2\pi\sigma t$$

$$\varepsilon_{max} = 25 . 0{,}4\ T . 6 . 10^{-3}\ m^2 . 2\pi . 50\ (1/s)$$

$$\varepsilon_{max} = 6\ V$$

c) $I_{max} = \varepsilon_{max}/R$; $I_{max} = 6\ V / 75\ \Omega = 0{,}08\ A$

Ejercicio resuelto

Una espira conductora circular gira en un campo magnético uniforme, en torno a un eje perpendicular a la dirección del campo, con una velocidad angular de 500 r.p.m. Determina la frecuencia de la corriente alterna inducida.

Resolución

Ando sobre rastrojos de difuntos,
y sin calor de nadie y sin consuelo
voy de mi corazón a mis asuntos

Recordemos que:

$$\omega = 2\pi \cdot \sigma \;;\; \sigma = \omega/2\pi$$

$\omega = 500\ r.p.m = 500\ \cancel{ciclos}/\cancel{min} \cdot 2\pi\ rad/1\ \cancel{ciclo} \cdot 1\ \cancel{min}/60\ s =$

$= 16{,}7\ \pi\ rad/s$

Luego:

$$\sigma = 16{,}7\ \pi\ (rad/s) / 75\ \Omega = 0{,}69\ Hz$$

Ejercicio resuelto

La bobina consta de 200 espiras circulares de 5 cm de radio. El generador tiene una resistencia total de 60 Ω. Se crea una corriente máxima de 5 A al girar la espira en un campo magnético de 10 T. Calcular la frecuencia de giro.

Resolución

N=200 espiras
r=3cm . 1 m/100 cm = 0,03 m
$S = \pi \cdot R^2 = 9 \cdot 10^{-4}\ \pi\ m^2$
R=10 Ω
B=60 T
$I_{max} = 5\ A$

Sabemos que:

$$I_{max} = \varepsilon_{max} / R$$

$$I_{max} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega / R$$

$$I_{max} = N \cdot B \cdot S \cdot 2\pi \cdot \sigma / R$$

$$\sigma = I_{max} \cdot R / N \cdot B \cdot S \cdot 2\pi$$

$$\sigma = 5\ A \cdot 10\ \Omega / 200 \cdot 60\ T \cdot 9 \cdot 10^{-4}\ m^2 \cdot 2\pi$$

$$\sigma = 50\ A \cdot \Omega / 7{,}5\ T \cdot m^2 = 6{,}7\ Hz$$

3.- Valores eficaces de la Corriente Alterna

Desde aquí podéis enlazar con las páginas Webs:

Valores eficaces de la Corriente Alterna
http://www.profesormolina.com.ar/electromec/cor_alterna.htm

Valores eficaces en corriente alterna
http://personales.upv.es/jquiles/prffi/alterna/ayuda/hlpeficaz.htm

Valores eficaces en una corriente alterna
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/2750/2961/html/111_valores_de_una_onda_senoidal.html

En corriente Alterna la diferencia de potencial como la intensidad de corriente eléctrica varían con el tiempo y por lo tanto debemos distinguir entre *valores instantáneos* (V, I) y *valores máximos* y mínimos (V_{max}, I_{max}) y además estos dos últimos valores pueden ser positivos y negativos.

En corriente Alterna no podemos hablar del valor medio de intensidad de corriente o potencial de corriente puesto que en corriente alterna estas magnitudes son senoidales y por lo tanto su valor medio vale CERO.

Tendremos que establecer el concepto de *VALOR EFICAZ* y aplicarlo:

Es el valor de la diferencia de potencial o intensidad de corriente de una corriente ALTERNA equivalente a la diferencia de potencial o intensidad de una corriente CONTINUA que en el mismo tiempo desprenden la misma cantidad de calor en una resistencia R

Temprano levantó la muerte el vuelo,
temprano madrugó la madrugada,
temprano estás rodando por el suelo.

Estos valores eficaces se han calculado y vienen expresados en las ecuaciones:

$$V_{ef} = V_{max}/(2)^{1/2} = 0{,}707\ V_{max}$$

$$I_{ef} = I_{max}/\ (2)1/2 = 0{,}707\ Imax$$

En función de la ley de Ohm podemos establecer que:

$$I_{ef} = V_{ef}\ /\ R$$

Ejercicio resuelto

Disponemos de un alternador con un inducido de 24 polos, y el rotor de 250 r.p.m. El valor máximo de la diferencia de potencial es de 310 voltios y existe un circuito exterior con una resistencia de 100 Ω . Calcular:

a) **Frecuencia de la corriente eléctrica**
b) **Periodo**
c) **Valores eficaces de la diferencia de potencial y de la intensidad**
d) **Voltaje e intensidad instantánea para t = 0,001 s**

Resolución

a) **En corriente alterna la frecuencia se refiere a la frecuencia del alternador (generador) y viene dada por la ecuación:**

$$\text{Frecuencia del generador} = \sigma\ .\ n/2$$

en donde:

σ = Frecuencia del rotor
n = número de polos del inducido

Esta ecuación tiene su base en el funcionamiento del generador

El rotor lleva una frecuencia de 250 r.p.m.

σ_{rotor} **= 250 r.p.m = 250 ciclos/min . 60 s / 1 min = 4,16 ciclos/s**

La frecuencia del alternador o generador:

Frecuencia alternador **= 4,16 ciclos/s . 24/2 =** ***49,92 Hz (1/s)***

b) **Sabemos que:**

$$T = 1 / \text{Frecuencia del alternador}$$

$$T = 1 / 49{,}92\ (1/s) = 0{,}02\ s$$

c) **Los valores eficaces:**

$$V_{ef} = 0{,}707\ V_{max} \rightarrow V_{ef} = 0{,}707 \cdot 310\ V = 219{,}17\ V$$

Por la ley de Ohm:

$$I_{ef} = V_{ef} / R \rightarrow I_{ef} = 219{,}17\ V / 100\ \Omega = 2{,}19\ A$$

d) **Se cumple que:**

$$V = V_{max} \cdot \text{sen}\ \omega t$$

$$\omega = 2\pi/T \rightarrow \omega = 2\pi/0{,}02 = 314\ rad/s$$

luego:

$$V = 310\ V \cdot \text{sen}\ 314\ rad/\cancel{s} \cdot 0{,}001\ \cancel{s} = 310\ V \cdot 0{,}31 =$$

$$= 96{,}1\ V$$

Ohm nos dice que:

$$I = V / R \rightarrow I = 96{,}1\ V / 100\ \Omega = 0{,}961\ A$$

Ejercicio resuelto

Determinar la frecuencia de la corriente alterna producida por un rotor de 300 r.p.m. y el inducido de 24 polos.

Resolución

$$F_{generador} = \sigma_{rotor} \cdot n/2\ (1)$$

Calculemos la frecuencia del rotor:

σ_{rotor} = 300 r.p.m = 300 ciclos/min . 1 min / 60 s = 5 ciclos/s

Nos vamos a la ecuación:

$$F_{generador} = \sigma_{rotor} \cdot n/2$$

$$F_{generador} = 5 \text{ ciclos/s} \cdot 24/2 = 60\ Hz\ (1/s)$$

Ejercicio resuelto

En un campo magnético uniforme de 0,5 T se encuentra girando una bobina compuesta de 200 espiras de diámetro 10 cm cada una de ellas. La bobina gira a la velocidad de 2500 ciclos/min. Calcular:

a) **La Fuerza Electromotriz alterna Inducida instantánea.**
b) **La Fuerza electromotriz eficaz**

Resolucion

a) **Recordemos:**

$$\varepsilon = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot sen\ \omega t$$

N = 200 espiras
D = 10 cm . 1 m / 100 cm = 0,10 m → R = D/2 = 0,10/2 = 0,05 m
$S = \pi \cdot R^2$ → $S = 3,14 \cdot (0,05\ m)^2 = 0,0078\ m^2 = 7,8 \cdot 10^{-3}\ m^2$
B = 0,5 T
ω = 2500 ciclos/min . 2π rad/1 ciclo . 1 min/60s = 261,7 rad/s

Volvemos a la ecuación:

$$\varepsilon = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot sen\ \omega t$$

y sustituimos valores:

$$\varepsilon = 200 \cdot 0,5\ T \cdot 7,8 \cdot 10^{-3}\ m^2 \cdot 261,7\ rad/s \cdot sen\ 261,7\ rad/s \cdot t$$

$$\varepsilon = 204,12 \cdot sen\ 261,7t$$

Por analogía con la ecuación:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \, . \, \text{sen } \omega t$$

podemos deducir que:

$$\varepsilon_{max} = 204{,}12 \text{ V}$$

$$\varepsilon_{ef} = 0{,}707 \, . \, \varepsilon_{max}$$

b) Fuerza Electromotriz Inducida eficaz

Del apartado anterior:

$$\varepsilon = 204{,}12 \, . \, \text{sen } 261{,}7t$$

Por analogía con la ecuación:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \, . \, \text{sen } \omega t$$

podemos deducir que:

$$\varepsilon_{max} = 204{,}12 \text{ V}$$

y en consecuencia:

$$\varepsilon_{ef} = 0{,}707 \, . \, \varepsilon_{max}$$

$$\varepsilon ef = 0{,}707 \, . \, 204{,}12 \text{ V} = 144{,}31 \text{ V}$$

No perdono a la muerte enamorada,
no perdono a la vida desatenta,
no perdono a la tierra ni a la nada.

En mis manos levanto una tormenta
de piedras, rayos y hachas estridentes
sedienta de catástrofes y hambrienta.

4.- Circuitos de Corriente Alterna

Circuitos de corriente alterna (MUY BUENO)
http://www.areatecnologia.com/electricidad/circuitos-de-corriente-alterna.html

Receptores eléctricos en Corriente Alterna
http://www.si-educa.net/intermedio/ficha78.html

Circuitos de corriente alterna (BUENO para el cálculo de receptores)
http://html.rincondelvago.com/corriente-alterna_6.html

Circuitos de corriente alterna
http://www.hiru.com/fisica/circuitos-de-corriente-alterna

Circuitos inductivos en Corriente Alterna
http://www.fisicapractica.com/inductivos-alterna.php

Circuitos Capacitivos en Corriente Alterna
http://www.fisicapractica.com/capacitivos-alterna.php

Circuitos Resistivos en Corriente Alterna
http://www.fisicapractica.com/resistivos-alterna.php

Circuitos de Corriente Alterna
http://es.slideshare.net/gugaslide/corriente-alterna-presentation

En un circuito de Corriente Alterna (c.a) existen dos tipos de componentes:

a) **Al menos una** ***fuente de energía***

b) **Los** ***receptores*** **[1] o** ***elementos de consumo*** **del aporte energético.**

[1] Un receptor eléctrico es todo dispositivo, aparato o máquina capaz de transformar la energía eléctrica que recibe en cualquier otra clase de energía.

La fuente de energía de la corriente alterna nos proporciona una diferencia de potencial que viene expresada por la ecuación:

$$V = V_{max} \,.\, sen\ \omega t$$

donde observamos que esta diferencia de potencial está en función del tiempo.

Los receptores en corriente alterna (c.a.) se pueden clasificar en:

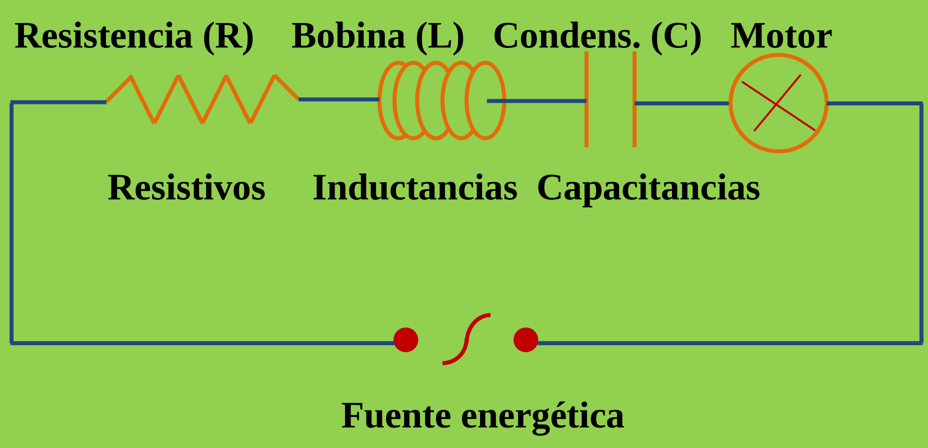
a) *Resistivos* (resistores).-Solo tienen resistencia.

Se llaman *receptores R*.

b) *Inductancias*.- Solo tienen un componente de autoinducción (bobina) Se llaman *receptores L*.

c) *Capacitancias*.- Solo tienen un componente capacitivo (condensadores). Se llaman *receptores C*.

d)*Motores* o fuerzas contraelectromotrices



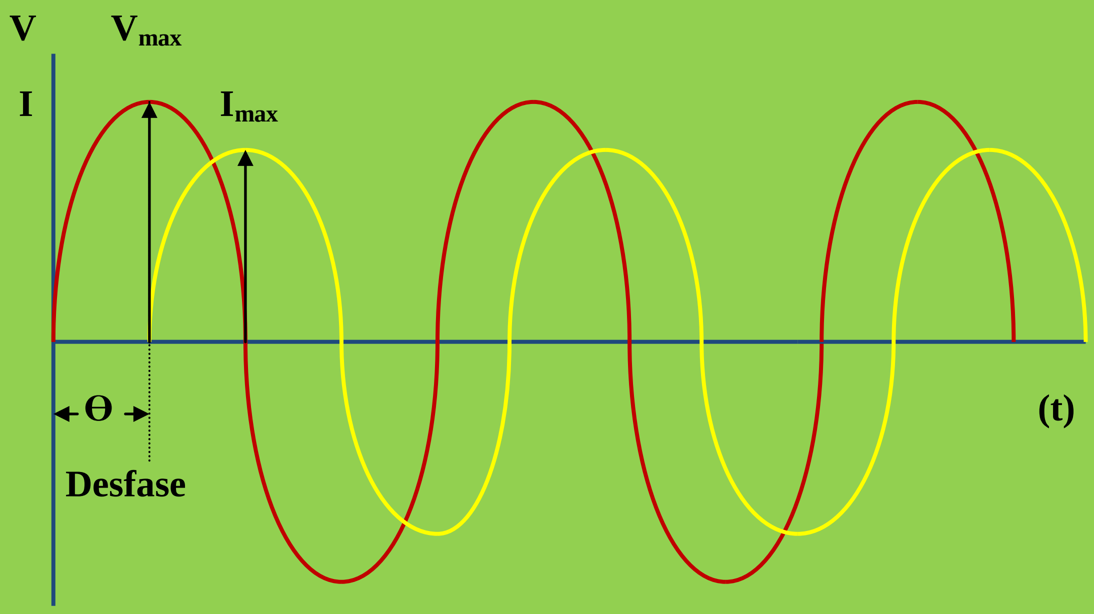
En realidad no hay ningún receptor R, L o C puro, ya que por ejemplo un motor eléctrico tiene un bobinado con componente L, pero también está la bobina, por ser un cable, tiene una parte resistiva, por lo tanto será un receptor RL o incluso si tiene una parte capacitiva será receptor RLC.

Al ponerse en funcionamiento el circuito de corriente alterna aparecerá, en función de la fuente energética y los receptores, una intensidad de corriente que viene dada por la ecuación:

$$I = I_{max} \,.\, sen\ \omega t$$

Como en el caso del potencial la intensidad también depende del tiempo.

Los circuitos de corriente alterna integrados por *condensadores* (capacitancias) y *bobinas inductoras* (inductancias) se caracterizan porque los *ciclos de la diferencia de potencial* no coinciden con los *ciclos de las intensidades*. El potencial y la intensidad sufren un *desfase* y por lo tanto los *valores máximos del potencial* no se corresponden con el valor *máximo de la intensidad*:



Este desfase lo expresaremos de la forma:

$$V = V_{max} \,.\, sen\ (\omega t + \Theta)$$

$$I = I_{max} \,.\, sen\ \omega t$$

ϴ = Ángulo de desfase en radianes

5.- Ley de Ohm Generalizada para Corriente Alterna

La ley de Ohm generalizada para la Corriente Alterna la podemos expresar:

$$V_{inst} = I_{inst} \cdot R + V_C + V_L$$

V_C = Diferencia de potencial instantánea en un condensador
V_L = Diferencia de potencial instantánea en una bobina

Para seguir avanzando tengamos presente las ecuaciones:

$$V = V_{max} \cdot \text{sen}(\omega t + \Theta)$$

$$I = I_{max} \cdot \text{sen}\ \omega t$$

Recordemos de Condensadores:

$$V_C = Q / C = \int_0^t I_{inst} \cdot dt / C = 1 / C \int I_{max} \cdot \text{sen}\ \omega t \cdot dt =$$

$$= I_{max}/C \cdot 1/\omega\ [-\cos \omega t] = (-I_{max} / C \cdot \omega) \cdot \cos \omega t$$

Recordemos las bobinas de autoinducción:

$$V_L = L \cdot dI_{inst} / dt = L \cdot d\,(I_{max} \cdot \text{sen}\ \omega t)/dt = L \cdot I_{max} \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

L = Coeficiente de autoinducción

La ecuación:

$$V_{inst} = I_{inst} \cdot R + V_C + V_L$$

quedaría de la forma:

$$V_{max}.\text{sen}(\omega t+\Theta) = R.I_{max}.\text{sen}\ \omega t + (-I_{max}/C.\omega) \cos \omega t + I_{max}.L.\omega.\cos \omega t$$

$$V_{max} \cdot \text{sen}\ (\omega t+\Theta) = R.I_{max}.\text{sen}\ \omega t - (I_{max}/C.\omega) \cos \omega t + I_{max}.L.\omega.\cos \omega t$$

Esta última ecuación se utilizará en los circuitos de corriente alterna.

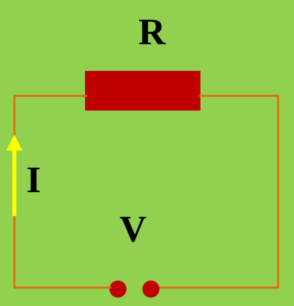
Tipos de circuitos en corriente Alterna

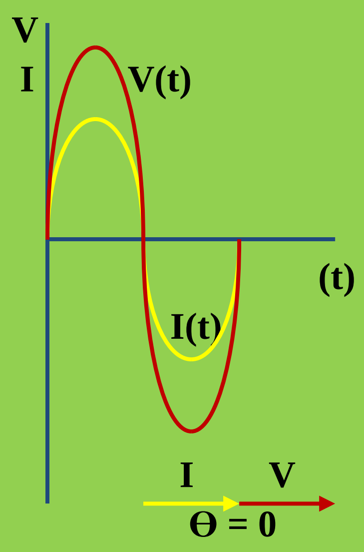
Los podemos clasificar en:

a) ***Circuitos R, solo resistencia***
b) ***Circuitos L, solo bobina.***
c) ***Circuito C, solo condensador.***
d) ***Circuitos RL (resistencia + bobina)***
e) ***Circuitos RC (resistencia + condensador)***
f) ***Circuitos RLC (resistencia + condensador + bobina***

CIRCUITOS R

Solo están compuestos con elementos resistivos. En este caso la diferencia de potencial (V) y la Intensidad (I) están en fase, por lo que se tratan igual que en corriente continua.





Ley de Ohm:

I = V / R

En receptores resistivos puros la *impedancia* (X) es *$R \rightarrow X_R$*

Quiero escarbar la tierra con los dientes,
quiero apartar la tierra parte a parte
a dentelladas secas y calientes.

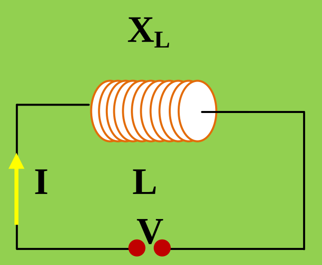
CIRCUITOS L

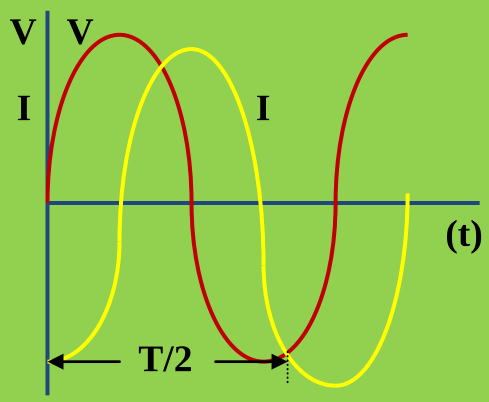
Son los circuitos que solo tienen componente inductivo (bobinas puras). En este caso la V y la I están desfasadas 90º. La I está retrasada 90º. En estos circuitos en lugar de R tenemos "X_L", *impedancia inductiva, Inductancia o Reactancia inductiva*. *"L"* es la *Inductancia* y se mide en henrios, al multiplicarla por w (frecuencia angular) nos dará la impedancia inductiva:

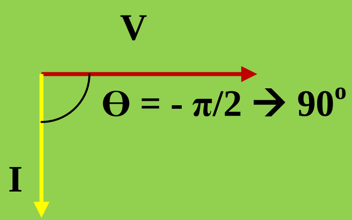
$$X_L = L \cdot \omega$$

$X_L = \Omega$

L = Henrios







$I_{max} = V_{max} / \omega \cdot L$; $I = V / \omega \cdot L$

cómo $\omega \cdot L = X_L \rightarrow I = V / X_L$

El valor de la tensión en cualquier momento sería:

$$V = V_{max} \cdot \text{sen } wt$$

Igualmente la intensidad:

$I = I_{max} \,.\, seno\ (wt - 90^o)$ **Recuerda que la I está retrasada 90º.**

Los valores eficaces son:

$I_{ef} = V/w \,.\, L$

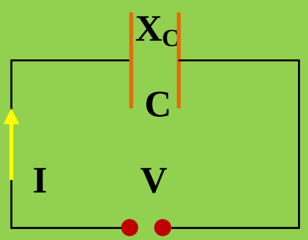
$Ief = V/X_L$ **siendo** $X_L = L \,.\, w$

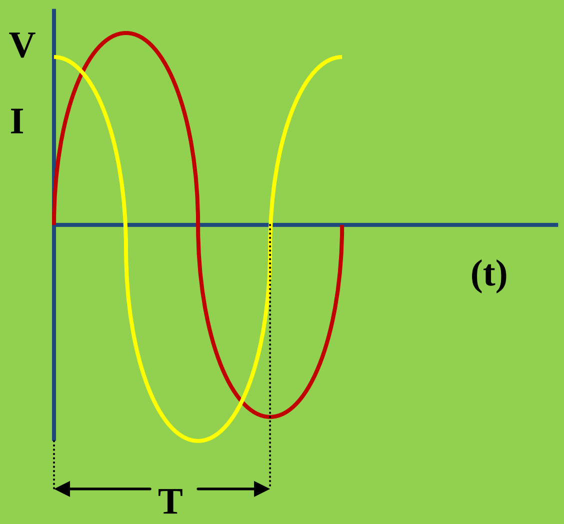
CIRCUITOS C

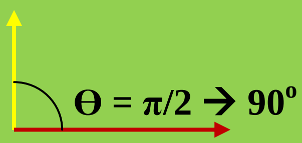
Este tipo de circuitos son los que solo tienen componentes capacitivos (condensadores puros). En este caso la V y la I están desfasadas 90º negativos (la V está retrasada en lugar de adelantada con respecto a la I).

En estos circuitos en lugar de R tenemos *"Xc"*, *capacitancia* o *Reactancia capacitiva*.

$$X_C = 1 / C \,.\, \omega = 1 / C \,.\, 2\pi\sigma$$







$$\left.\begin{array}{l} I_{max} = \omega \cdot C \cdot V_{max} \\ I = \omega \cdot C \cdot V \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} X_C = 1 / \omega \cdot C \\ I = V / X_C \end{array}$$

El valor de la tensión en cualquier momento sería:

$$V = V_{max} \cdot sen\ wt$$

Igualmente la intensidad:

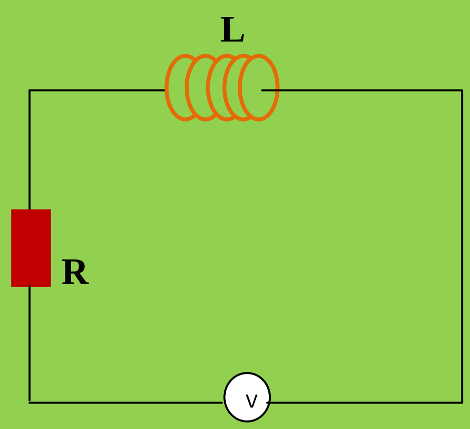
$$I = I_{max} \cdot seno\ (wt + 90^o)$$

recuerda que la I está adelantada 90º.

Los valores eficaces son:

$I_{ef} = V_{ef}/Xc$ **e** $I_{ef} = V_{ef}/Xc$ **siendo** $Xc = 1/w \cdot C$

<u>CIRCUITO RL EN SERIE</u>



Quiero minar la tierra hasta encontrarte
y besarte la noble calavera
y desamordazarte y regresarte.

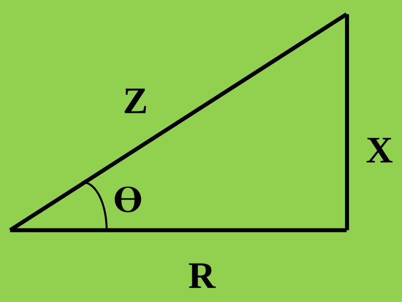
El circuito RL tiene un componente resistivo y otro inductivo (R y L). Aquí partimos de la *impedancia (Z)* (La impedancia (Z) es la medida de oposición que presenta un circuito a una corriente cuando se aplica una diferencia de potencial o tensión. La impedancia extiende el concepto de *resistencia* a los circuitos de *corriente alterna.* En un circuito de corriente continua su *impedancia* es igual a la *resistencia*)
La impedancia es un número complejo:

$$Z = R + X_L j$$

como $X_L = w \cdot L$:

$$Z = R + (w \cdot L)\, j$$

Este número complejo lo podemos representar con el llamado *triángulo de impedancia*:



En la imagen "X" sería X_L, si tuviéramos Xc (parte capacitiva), "X" sería (X_L-Xc). Según este triángulo podemos convertir el número complejo en número real de la siguiente fórmula (por Pitágoras):

$$Z^2 = R^2 + X_L^{\ 2}$$

La intensidad sería I = V / Z, que en instantánea quedaría:

$$I = (V_{max} \cdot \text{sen } wt) / [R^2 + (w \cdot L)^2]^{1/2} \text{ j en complejo.}$$

Podemos convertirlo en eficaz sustituyendo la Z por la raíz cuadrada de (R + L . w):

Los valores eficaces serían:

$$V_{ef} = I_{ef} /Z \quad \text{o} \quad I_{ef} = V_{ef}/Z$$

$$V_{ef} = I_{ef} /[R^2 + (\omega \cdot L)^2]^{1/2}$$

$$I_{ef} = V_{ef} / [R^2 + (\omega \cdot L)^2]^{1/2}$$

Determinación del desfase en este tipo de circuito:

En un circuito con una resistencia y una bobina la Ley de Ohm determina que:

$$V = R \cdot I + V_L$$

$V_L = - L \cdot dI/dt$

La bobina aportando al circuito una fuerza contraelectromotriz y por lo tanto:

$$V = R \cdot I - (- L \cdot dI/dt)$$

$$V = R \cdot I + L \cdot dI/dt \quad (1)$$

Sabemos que:

$V = V_{max} \cdot \text{sen } (\omega t + \Theta)$

$I = I_{max} \cdot \text{sen } \omega t$

$dI/dt = d(I_{max} \cdot \text{sen } \omega t)/dt = I_{max} \cdot \omega \cdot \cos \omega t$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$Vmax \cdot \text{sen } (\omega t + \Theta) = R \cdot Imax \cdot \text{sen } \omega t + L \cdot Imax \cdot \omega \cdot \cos \omega t$

Para poder resolver la ecuación anterior estableceremos dos valores de "ωt":

a) ωt = 0

Nos vamos a la ecuación:

$$Vmax \cdot sen(\omega t + \Theta) = R \cdot Imax \cdot sen\ \omega t + L \cdot Imax \cdot \omega \cdot cos\ \omega t$$

y sustituimos el valor de "ωt"

$$Vmax \cdot sen\ \Theta = R \cdot Imax \cdot sen\ 0^o + L \cdot Imax \cdot \omega \cdot cos\ 0^o$$

$$Vmax \cdot sen\ \Theta = L \cdot Imax \cdot \omega$$

de donde:

$$sen\ \Theta = L \cdot Imax \cdot \omega / Vmax$$

b) ωt = π/2

Recordando trigonometría:

$$sen(\pi/2 + \Theta) = cos(-\Theta) = cos\ \Theta$$

Si nos vamos a la ecuación:

$$Vmax \cdot sen(\omega t + \Theta) = R \cdot Imax \cdot sen\ \omega t + L \cdot Imax \cdot \omega \cdot cos\ \omega t$$

y sustituimos el valor de "ωt":

$$Vmax \cdot sen(\pi/2 + \Theta) = R \cdot Imax \cdot sen(\pi/2) + L \cdot Imax \cdot \omega \cdot cos(\pi/2)$$

$$Vmax \cdot cos\ \Theta = R \cdot Imax + L \cdot Imax \cdot \omega \cdot 0$$

$$Vmax \cdot cos\ \Theta = R \cdot Imax$$

de donde:

$$cos\ \Theta = R \cdot Imax / Vmax$$

Volverás a mi huerto y a mi higuera:
por los altos andamios de las flores
pajareará tu alma colmenera

En estas circunstancias podemos plantearnos el valor de la tangente de Θ.

tag Θ = sen Θ / cos Θ

tag Θ = (L . Imax . ω / Vmax) /(R . Imax / Vmax)

$$tag\ \Theta = L\ .\ \omega / R$$

Con esta última ecuación podemos conocer el desfase en un circuito de corriente alterna RL.

CIRCUITO RC

Determinación del desfase en un circuito RC

Aplicando la Ley de Ohm a este tipo de circuito nos encontramos con:

$$V = R\ .\ I + V_C$$

V = Vmax . sen (ωt + Θ)
I = Imax . sen ωt

$$V_C = Q/C = \int_0^t I\ .\ dt / C = 1 / C \int_0^t Imax\ .\ sen\ \omega t\ .\ dt =$$

$$= -\ (Imax/\omega\ .\ C)\ .\ cos\ \omega t$$

$$V = R\ .\ I + Q/C$$

De la ecuación anterior conocemos:

V = Vmax . sen (ωt + Θ)
I = Imax . sen ωt
Q/C = - (Imax/ω . C) . cos ωt

Sustituimos en ella:

Vmax . sen (ωt + Θ) = R . Imax . sen ωt – (Imax / C . ω) cos ωt

Tomemos dos valores para "ωt":

a) **$\omega t = 0$**

Vmax . sen (ωt + Θ) = R . Imax . sen ωt – (Imax / C . ω) cos ωt

Vmax . sen (0º + Θ) = R . Imax . sen 0º – (Imax / C . ω) cos 0º

Vmax . sen Θ = R . Imax . 0 – (Imax / C . ω) . 1

Vmax sen Θ = - Imax / C . ω

Despejando sen Θ:

Sen Θ = (- Imax / C . ω) / Vmax

b) **$\omega t = \pi/2$**

Vmax . sen (ωt + Θ) = R . Imax . sen ωt – (Imax / C . ω) cos ωt

Vmax . sen (π/2 + Θ) = R . Imax . sen π/2 – (Imax / C . ω) . cos π/2

Trigonometricamente:

sen (π/2 + Θ) = cos Θ

Vmax cos Θ = R . Imax . 1 – (Imax / C . ω) . 0

Vmax cos Θ = R . Imax ; cos Θ = R . Imax / Vmax

Para conocer el desfase:

tag Θ = sen Θ / cos Θ

tag Θ **= (- Imax / C . ω) / Vmax / (R . Imax / Vmax) =** ***(- 1 / C . ω) / R***

Desfase = arctag Θ → Θ

de angelicales ceras y labores.
Volverás al arrullo de las rejas
de los enamorados labradores.

Podemos obtener una relación similar a la ley de Ohm, elevando al cuadrado y sumando miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$Vmax^2 \, sen^2 \, \Theta = Imax^2 / C^2 \, . \, \omega^2$$

$$Vmax^2 \, cos^2 \, \Theta = R^2 \, . \, Imax^2$$

$$Vmax^2 \, sen^2 \, \Theta + Vmax \, . \, cos^2 \, \Theta = Imax^2 \, / \, (C^2 \, . \, \omega^2) + R^2 \, . \, Imax^2$$

$$Vmax^2 \, (\, sen^2 \, \Theta + cos^2 \, \Theta) = Imax^2 \, [(\, 1 \, / \, (C^2 \, . \, \omega^2) + R^2]$$

$sen^2 \, \Theta + cos^2 \, \Theta = 1$

$$Vmax^2 = Imax^2 \, [\, (1 \, / \, (C^2 \, . \, \omega^2) + R^2]$$

$$Vmax = [\, Imax^2 \, [(\, 1 \, / \, (C^2 . \, \omega^2) + R^2]]^{1/2}$$

$$Vmax = Imax \, [\, (\, 1 \, / \, (C^2 \, . \, \omega^2) + R^2]^{1/2}$$

Si $Z = [\, (\, 1 \, / \, C^2 \, . \, \omega^2 + R^2]^{1/2}$

Nos queda:

$$Vmax = Imax \, . \, Z \rightarrow Z = Vmax \, / \, Imax$$

Siendo Z la Impedancia del circuito de corriente alterna RC.

Si $R = 0 \rightarrow Z = (\, 1 \, / \, C2 \, . \, \omega 2)1/2 \rightarrow Z = 1 \, / \, C \, . \, \omega$

Xc es un número complejo:

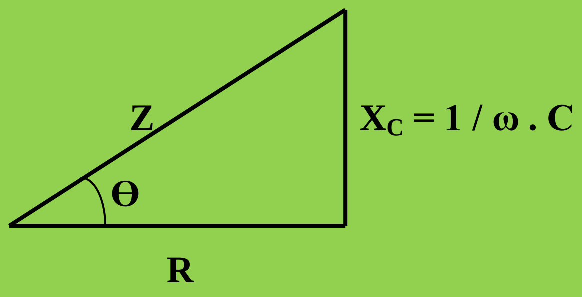
$$Xc = 1/(w \, . \, C)j$$

y por lo tanto:

$$Z = R + 1/(w \, . \, C)j$$

en número complejo.

Si hacemos el triangulo de impedancias en este caso la Z en número natural sería:



$$Z^2 = R^2 + (1/w . C)^2$$

$$I = (V_{max} . sen\ wt) / [R^2 + (w . C)^2]^{1/2}\ j \text{ en complejo.}$$

Podemos convertirlo en eficaz sustituyendo la Z por la raíz cuadrada de (R + w . C):

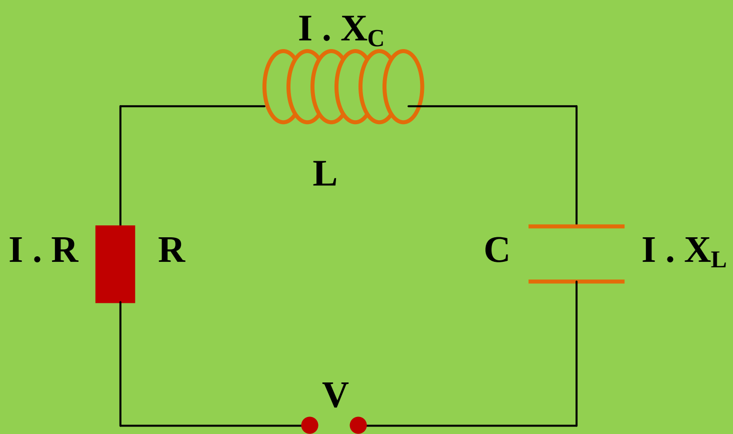
Los valores eficaces serían:

$$V_{ef} = I_{ef} /Z \quad o \quad I_{ef} = V_{ef}/Z$$

$$V_{ef} = I_{ef} /[R^2 + (\omega . C)^2]^{1/2}$$

$$I_{ef} = V_{ef} / [R^2 + (\omega . C)^2]^{1/2}$$

CIRCUITOS RLC



Este circuito está constituído:

a) **Por un generador de corriente alterna**
b) **Una resistencia**
c) **Una reactancia capacitiva (X_C)**
d) **Una reactancia inductiva (X_L)**

Calculo del desfase en un circuito RCL

La Ley DE Ohm nos dice:

$$V = R \,.\, I + V_L + V_C$$

$$Vmax \,.\, sen\,(\,\omega t + \Theta) =$$

$$= R \,.\, Imax\; sen\; \omega t - (Imax \,/\, C \,.\, \omega)\cos \omega t + Imax \,.\, L \,.\, \omega \cos \omega t$$

Tomaremos dos valores para "ωt":

a) $\omega t = 0$

b) $\omega t = \pi/2$

Obteniéndose:

$$sen\; \Theta = Imax\,[(\,L \,.\, \omega - 1 \,/\, (C \,.\, \omega)]$$

$$\cos \Theta = R \,.\, Imax \,/\, Vmax$$

$$tag\; \Theta = Imax\,[(\,L \,.\, \omega - 1 \,/\, (C \,.\, \omega)] \,/\, R \,.\, Imax \,/\, Vmax$$

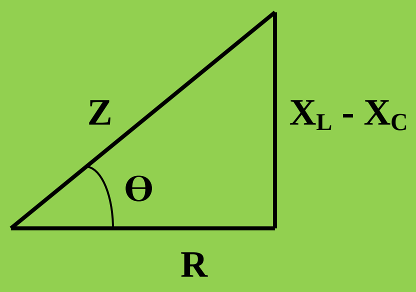
$$tag\; \Theta = [L \,.\, \omega - 1 \,/\, (C \,.\, \omega)] \,/\, R$$

Desfase = arctag Θ

Trabajando como en el circuito anterior podemos determinar la impedancia:

Alegrarás la sombra de mis cejas,
y tu sangre se irá a cada lado
disputando tu novia y las abejas.

Basándonos en el triángulo de impedancia



y con los cálculos anteriores llegamos a la conclusión:

$$Z = [\, R^2 + (\, L\, .\, \omega - 1\, /\, C\, .\, \omega)]^{1/2}$$

Según la ley de Ohm:

$$V = V_R + V_{XL} + V_{XC}$$

$$V = [\, I^2 .\, R^2 + I^2\, .\, (X_L - X_C)^2]^{1/2} = I\, .\, [\, R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}$$

De donde podemos despejar la Intensidad:

$$I = V\, /\, [\, R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}$$

En los circuitos RLC la impedancia tiene el valor:

$Z = [\, R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}$ **Igual a la que se dedujo**

puesto que:

$$Z = [\, R^2 + (\, L\, .\, \omega - 1\, /\, (C\, .\, \omega)]^{1/2}$$

En lo referente a los valores eficaces podemos establecer las ecuaciones:

$$I_{ef} = V_{ef}\, /\, Z$$

Tu corazón, ya terciopelo ajado,
llama a un campo de almendras espumosas
mi avariciosa voz de enamorado.

Terminada esta primera parte de los circuitos de Corriente Alterna, podemos hacer una especie de resumen en cuanto a la Impedancia e Intensidad de un circuito de dicha corriente:

a) **Si en el circuito solo existen resistencias, podemos establecer que:**

$$Z = R \rightarrow I = V / R$$

b) **Si en el circuito no existen condensadores pero sí resistencias y bobinas:**

$$Z = (R^2 + X_L^2)^{1/2} \rightarrow I = V / (R^2 + X_L^2)^{1/2}$$

c) **Si no existen bobinas pero sí resistencias y condensadores:**

$$Z = (R^2 + X_C^2)^{1/2} \rightarrow I = V / (R^2 + X_C^2)^{1/2}$$

d) **Si la bobina y el condensador poseen el mismo valor de la reactancia ($X_C = X_L$), la impedancia del circuito es igual a la resistencia y por lo tanto:**

$$I = V / Z \rightarrow I = V / R$$

En estas condiciones decimos que el circuito está en *Resonancia.*

e) **En el caso de L, C y R:**

$$Z = [R^2 + (L . \omega - 1 / (C . \omega)]^{1/2}$$

Ejemplo resuelto

¿Cuál ha de ser la frecuencia de una corriente alterna para que una autoinducción, cuyo coeficiente es de 8 henrios, presente una reactancia de 6000 Ω?¿Y para que un condensador de 5 µF presente la misma reactancia?

Resolución

A las ladas almas de las rosas
del almendro de nata te requiero,
que tenemos que hablar de muchas cosas,
compañero del alma, compañero.

La impedancia viene expresada por la ecuación:

$$Z = X_L = L \cdot \omega$$

como:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \sigma$$

$$X_L = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma \;;\; 6000\ \Omega = 8\ H \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot \sigma$$

H = Henrios

$$\sigma = 6000\ \Omega / 50{,}24\ H = 119{,}42\ Hz$$

En el caso del condensador:

$$Z = X_C = 1 / C \cdot \omega \;;\; X_C = 1 / (C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma)$$

$$X_C \cdot C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma = 1 \;;\; \sigma = 1 / X_C \cdot C \cdot 2 \cdot \pi$$

$X_C = 6000\ \Omega$

$C = 5\ \cancel{\mu}F \cdot 10^{-6}\ F / 1\ \cancel{\mu}F = 5 \cdot 10^{-6}\ F$

$$\sigma = 1 / (6000\ \Omega \cdot 5 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 2 \cdot 3{,}14) =$$

$$= 5{,}26\ HZ\ (1/s)$$

Ejercicio resuelto

Determinar la reactancia capacitiva de una corriente alterna cuya frecuencia es de 75 r.p.m. El circuito está integrado por un generador de corriente alterna y un condensador de 20 µF.

Resolución

$\sigma = 75$ r.p.m $= 75$ ciclos/$\cancel{m}$in . 1 $\cancel{m}$in /60 s = 1,25 ciclos /s = 1,25 (1/s) =
= 1,15 Hz

$20\ \cancel{\mu F} \cdot 10^{-6}\ F / 1\ \cancel{\mu F} = 20 \cdot 10^{-6}\ F$

$$X_C = 1 / C \cdot \omega \rightarrow X_C = 1 / C \cdot 2\pi\sigma$$

$$X_C = 1 / 20 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}15\ 1/s = 0{,}007 \cdot 10^{6} = 7 \cdot 10^{3}\ \Omega$$

Ejercicio resuelto

Calcula la reactancia inductiva y la impedancia de una bobina cuyo coeficiente de inducción vale 1,2 henrios y cuya resistencia óhmica es de 10 Ω cuando por dicha bobina circula una corriente alterna cuya pulsación es de 125 ciclos/s.

Resolución

La reactancia inductiva viene dada por la ecuación:

$$X_L = L \cdot \omega \quad (1)$$

Pondremos la velocidad angular en función de la frecuencia:

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot \sigma$$

La ecuación (1) se transforma en:

$$X_L = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma \rightarrow X_L = 1{,}2\ h \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 125\ (1/s) = 942\ \Omega$$

La Impedancia la podremos conocer con la ecuación:

$$Z = [\, R^2 + (L \cdot \omega)^2]^{1/2} \rightarrow Z = [\, (10\ \Omega)^2 + (\,942\ \Omega)^2]^{1/2}$$

$$Z = (100 + 887364)^{1/2} = 942{,}05\ \Omega$$

Ejercicio resuelto

Por un circuito de corriente alterna de coeficiente de autoinducción 5 henrios pasa una corriente alterna de 50 Hz. Calcula la reactancia inductiva.

Resolución

La reactancia inductiva viene dada por la expresión:

$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma$$

$$X_L = 5\ h \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ (1/s) = 1500\ \Omega$$

Por el cinco de enero,
cada enero ponía
mi calzado cabrero
a la ventana fría.

Ejercicio resuelto

Una bobina con inductancia L=230 mH se conecta a una fuente con Vmax =36 V, operando a una frecuencia de f=60 Hz . Obtenga el valor máximo de la corriente.

Resolución

La ecuación de Imax viene dado por la ecuación:

$$Imax = Vmax / (R^2 + X_L^2)$$

$$Imax = Vmax / X_L^2$$

$X_L = L \,.\, \omega = L \,.\, 2\pi\sigma$

$$Imax = 36\ V / (230 \,.\, 10^{-3}\ H \,.\, 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 60\ (1/s) = 0{,}41\ A$$

Ejercicio resuelto

Un condensador de C=15 µF se conecta a una fuente con Vmax=36 V, operando a una frecuencia de f=60 Hz . Obtenga el valor máximo de la corriente.

Resolución

$C = 15\ \cancel{\mu F} \,.\, 10^{-6}\ F / 1\ \cancel{\mu F} = 15 \,.\, 10^{-6}\ F$

$\sigma = 60\ Hz$

$Vmax = 36\ V$

$$I = V / X_C$$

$Xc = 1 / C \,.\, 2\pi\sigma = 1 / 15 \,.\, 10^{-6}\ F \,.\, 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 60\ 1/s = 176\ \Omega$

Volvemos a:

$$I = V / X_C = 36\ V / 176\ \Omega = 0{,}2\ A$$

Y encontraban los días,
que derriban las puertas,
mis abarcas vacías,
mis abarcas desiertas.

Ejercicio resuelto

Un circuito de corriente alterna se encuentra integrado por una R = 20 Ω, una bobina de 0,5 H de autoinducción y un condensador de 10 µF. Se conecta a una fuente de energía de fuerza electromotriz eficaz de 220 V y 50 Hz de frecuencia. Determinar:

a) **La Intensidad eficaz**

b) **La impedancia del circuito**

c) **La diferencia de potencial entre los extremos de cad uno de los receptores del circuito**

Resolución

a) ***Ief = Vef /Z***

Debemos conocer primero la Impedancia Z

Nos vamos al apartado b)

b) $Z = [R^2 + (L \,.\, \omega - 1 / C \,.\, \omega)^2]^{1/2}$

$Z = [R^2 + (L \,.\, 2\pi\sigma – 1 / C \,.\, 2\pi\sigma)]^{1/2}$

$Z = (20\ \Omega)2 + (0{,}5\ H \,.\, 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50\ (1/s) – 1 / 10 \,.\, 10^{-6}\ F \,.\, 2 \,.\, \pi \,.\, 50\ (1/s)$

$Z = 400 + (157 – 1 / 3400 \,.\, 10^{-6}) = 400 + (157 – 2{,}94 \,.\, 10^{-4} \,.\, 10^6) =$

$= 400 + (157 – 294) = 400 + (- 137) = 400 – 137 =$ ***263*** **Ω**

Volvemos al apartado a)

Ief **= Vef / Z = 220 V / 263 Ω =** ***0,84 A***

c) **Diferencia de potencial entre los bornes de la resistencia:**

$V_R = I \,.\, R = 0{,}84\ A \,.\, 20\ \Omega = 16{,}8\ V$

Entre los extremos de la bobina:

$V_L = I \,.\, X_L \rightarrow X_L = L \,.\, \omega = L \,.\, 2\pi\sigma = 0{,}5\ H \,.\, 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50\ (1/s) = 170\ \Omega$

Volviendo a:

$V_L = I \cdot X_L = 0{,}84\ A \cdot 170\ \Omega = 142{,}8\ V$

Entre los extremos del condensador:

$V_C = I \cdot X_C$; $X_C = 1 / C \cdot \omega = 1 / C \cdot 2\pi\sigma = 1 / 10 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ s^{-1}$

$$X_C = 318{,}4\ \Omega$$

$$V_C = 0{,}84\ A \cdot 318{,}4\ \Omega = 267{,}46\ V$$

Ejercicio resuelto

Determinar la impedancia, intensidad eficaz y el ángulo de desfase de un circuito de corriente alterna RLC en donde los receptores están montados en serie y cuyos datos son:

$\sigma = 50$ Hz ; L = 1,6 H ; R = 15 Ω ; V = 450 V y C = 40 µF

Resolución

Impedancia:

$$Z = [\ R^2 + (\ L \cdot \omega - 1 / C \cdot \omega)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\ R^2 + (\ L \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$$

$Z = [\ (15)^2 + (\ 1{,}6 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 - 1 / 40 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50)^2]^{1/2}$

$Z = [225 + (\ 502{,}4 - 1 / 12560 \cdot 10^{-6})^2]^{1/2}$

$Z = [\ 225 + (\ 502{,}4 - 79{,}6)^2]^{1/2}$

$Z = [225 + (\ 422{,}8)^2]^{1/2}$

$Z = (225 + 178759{,}84)^{1/2} = 423{,}06\ \Omega$

Intensidad eficaz:

$I_{ef} = V_{ef} / Z$

$Ief = 450\ V / 587{,}83\ \Omega = 0{,}76\ A$

Nunca tuve zapatos,
ni trajes, ni palabras:
siempre tuve regatos,
siempre penas y cabras.

Angulo de desfase:

tag Θ = [L . ω – 1 / (C . ω)] / R → **tag ϴ = [L . 2πσ – 1 / C . 2πσ] /R**

tag ϴ = (1,6 . 2 . 3,14 . 50 – 1 / 40 . 10^{-6} . 2 . 3,14 . 50) / 15

tag Θ **= (502,4 – 79,6) / 15 =** ***28,2***

Θ **= arctag 28,82 =** ***1,53 rad*** **(angulo de desfase)**

Ejercicio resuelto

Una bobina de 2 H y resistencia 500 Ω está montada en serie con un condensador de 4 μF. Si al conjunto se le aplica una tensión eficaz de 200 V y la frecuencia de la corriente es de 50 Hz, determinar:

a) **La intensidad de la corriente**
b) **La tensión eficaz en los bornes de la bobina y del condensador**
c) **El desfase entre la intensidad y las diferencias de potencial en los bornes del circuito y de la bobina**

Resolución

a) **Sabemos que:**

$$I_{ef} = V_{ef} / Z$$

Debemos conocer el valor de la impedancia:

$Z = [R^2 + (L . \omega – 1 / C . \omega)^2]^{1/2}$
$Z = [(500)^2 + (2 . 2\pi\sigma – 1 / C . 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$
$Z = [250000 + (2 . 2 . 3,14 . 50 – 1 / 4 . 10^{-6} . 2 . 3,14 . 50)^2]^{1/2}$
$Z = [250000 + (628 – 796,17)^2]^{1/2}$
$Z = [(250000 + (- 168,17)^2]^{1/2}$
$Z = (250000 + 28281,15)^{1/2}$
$Z = 527,52\ \Omega$

Volvemos a la ecuación:

$I_{ef} = V_{ef} / Z$; $Ief = 200\ V / 527,52\ \Omega = 0,38\ A$

b) **Tensión eficaz en los bornes de la bobina:**

$Vef = Ief \cdot Z_L = Ief\,[(R^2 + (L \cdot \omega)^2]^{1/2}$

$Vef = Ief\,[R^2 + (L \cdot 2\pi\sigma)2]^{1/2}$

$Vef = 0{,}38\,[(500)^2 + (2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50)^2]^{1/2}$

$Vef = 0{,}38\,(250000 + 394384)^{1/2}$

$Vef = 0{,}38 \cdot 802{,}7 = 305\ V$

Tensión eficaz en los bornes del condensador:

$Vef = Ief \cdot X_C = Ief \cdot 1 / C \cdot 2\pi\sigma = 0{,}38 \cdot 1 / 4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 = 0{,}38 / 1256 \cdot 10^{-6} = 302{,}5\ V$

c) **Desfase en los extremos del circuito:**

Conoceremos primero la tag de ϴ y después por el arctag sacaremos el desfase.

$Tag\ \theta = (L \cdot \omega - 1 / C \cdot \omega) / R = (L \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma) / R =$

$= (2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 - 1 / 4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50) / 500 =$

$= (628 - 796{,}17) / 500 = -\ 0{,}336$

$\theta = \text{arctag}\ (-\ 0{,}336)$

Al ser negativo el desfase nos está indicando que la intensidad está adelantada a la tensión.

Desfase en la bobina:

$tag\ \theta = L \cdot \omega / R = L \cdot 2\pi\sigma / R = 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 / 500 = 1{,}25$

$\theta = \text{arctag}\ 1{,}25$

Al ser positivo nos indica que el potencial está adelantado a la intensidad.

Me vistió la pobreza,
me lamió el cuerpo el río,
y del pie a la cabeza
pasto fui del rocío.

Ejercicio resuelto

Un circuito de corriente alterna se encuentra en resonancia. El circuito está compuesto por una asociación en serie de una bobina de autoinducción 1,5 henrios y un condensador de 25 μF. Determinar la frecuencia de la corriente.

Resolución

25 μF = 25 . 10^{-6} F

Para que un circuito de corriente alterna se encuentre en resonancia es indispensable que se cumpla la condición:

$$X_L = X_C \quad (1)$$

$X_L = L \cdot \omega$

$X_C = 1 / C \cdot \omega$

Como el ejercicio nos pide la frecuencia, XL y XC deberán ser puestas en función de la frecuencia:

$X_L = L \cdot 2\pi\sigma$

$X_C = 1 / C \cdot 2\pi\sigma$

Llevamos estas dos últimas ecuaciones a la ecuación (1) y nos nqueda:

$$L \cdot 2\pi\sigma = 1 / C \cdot 2\pi\sigma$$

$$L \cdot 2\pi\sigma \cdot C \cdot 2\pi\sigma = 1$$

$$\sigma^2 = 1 / L \cdot C \cdot (2\pi)^2$$

$$\sigma^2 = 1 / 1{,}5 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 9{,}86$$

$$\sigma^2 = 1 / 1479 \cdot 10^{-6}$$

$$\sigma^2 = 676{,}13 \rightarrow \sigma = (676{,}13)^{1/2} = 26\ Hz$$

Ejercicio resuelto

En un circuito de corriente alterna tenemos montado en serie una resistencia de 50 Ω, un condensador con una capacidad de 20 μF y una bobina de resistencia 12 Ω y de autoinducción 0,2 henrios. Para la frecuencia de 200 ciclos/s, determinar:

a) **La impedancia del circuito**
b) **La impedancia de la autoinducción**

Resolución

a)

$C = 20\ \mu F = 20 \cdot 10^{-6}\ F$

$L = 0,2\ H$

La resistencia, en este caso, será la resistencia total:

$R_T = 50 + 12 = 62\ \Omega$

La impedancia del circuito:

$$Z = [\,R_T^2 + (\,L \cdot \omega - 1 / C \cdot \omega)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\,R_T^2 + (\,L \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\,(62)^2 + (\,0,2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 200 - 1 / 20 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 200)^2]^{1/2}$$

$$Z = [3844 + (\,251,2 - 39,8)^2]^{1/2} = (\,3844 + 44689,96)^{1/2} = 220,30\ \Omega$$

b)

Impedancia en los bornes de la bobina:

$$Z = [\,R^2 + (L \cdot \omega)^2]^{1/2} = [\,R^2 + (\,L \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2} =$$

$$= [(12)^2 + (0,2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 200)^2]^{1/2} = (\,144 + 63101,44)^{1/2} = 251,5\ \Omega$$

Por el cinco de enero,
para el seis, yo quería
que fuera el mundo entero
una juguetería.

Y al andar la alborada
removiendo las huertas,
mis abarcas sin nada,
mis abarcas desiertas.

Ejercicio resuelto

Montados en serie en, un circuito de corriente alterna se encuentran: una resistencia de 10 Ω, una bobina de autoinducción 0,05 henrios y un condensador de 20 μF. Se conecta al circuito una corriente alterna de 125 V eficaces. Determinar:

a) **La frecuencia de la resonancia**
b) **La intensidad máxima que circula por el circuito**
c) **La impedancia que presenta el circuito a la intensidad máxima**

Resolución

R = 10 Ω

L = 0,05 H

C = 20 μF = 20 . 10^{-6} F

Vef = 125 V

a) **Condición de resonancia:**

$$X_L = X_C$$

$$L \cdot \omega = 1 / C \cdot \omega$$

$$L \cdot 2\pi\sigma = 1 / C \cdot 2\pi\sigma \;\; ; \;\; L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma = 1$$

$$\sigma^2 = 1 / 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C \;\; ; \sigma = [\,1 / (4 \cdot \pi^2 \,(L \cdot C)]^{1/2}$$

$$\sigma = 1 / [2 \cdot \pi \,(L \cdot C)^{1/2}]$$

$$\sigma = 1 / 2 \cdot 3{,}14 \cdot (\,0{,}05 \cdot 20 \cdot 10^{-6})^{1/2}$$

$$\sigma = 1 / 6{,}28 \cdot 10^{-3} = 159{,}23\ Hz$$

b) **Intensidad máxima que calcularemos en función de la ecuación:**

$$Imax = Vmax / Z$$

$$Vmax = Vef \cdot (2)^{1/2}$$

Calculo de la impedancia:

$$Z = [R^2 + (L \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$$

$$Z = [(10)^2 + (0,05 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 159,23 - 1 / 20 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 159,23)^2]^{1/2}$$

$$Z = [100 + (49,99 - 50)^2]^{1/2} \approx (100)^{1/2} = 10\ \Omega$$

Volvemos a la ecuación:

$$Imax = Vmax / Z$$

$$Vmax = Vef \cdot (2)^{1/2} = 120 \cdot 1,41 = 169,2\ V$$

$$Imax = 169,2\ V / 10\ \Omega = 16,92\ A$$

c) **La impedancia ha sido calculada en el apartado anterior.**

5.- Potencia Eléctrica en Circuitos de Corriente Alterna

Potencia en Corriente Alterna
http://es.slideshare.net/edgarmujica/potencia-en-corriente-alterna-presentacion

Potencia en Corriente Alterna
http://www.portalelectrozona.com/menuzonaelectricidad/3-categoriaformulaproblema/7-articulopotenciasca.html

Potencia en Corriente Alterna
http://apuntesdeelectronica.files.wordpress.com/2011/10/3-potencia-en-coriente-alterna.pdf

Potencia en Corriente Alterna
http://www.ing.unlp.edu.ar/cys/DI/PotMedenR.pdf

Podremos calcular la Potencia en circuito de Corriente Alterna partiendo de un circuito de Corriente Continua y recordando el concepto de Potencia:

$$P = W / t$$

en donde:

P = potencia (vatios)
W = Trabajo (Julios)
t = Tiempo (s)

El trabajo eléctrico realizado para el transporte de los electrones (cargas eléctricas en movimiento) a través del circuito viene dado por la ecuación:

$$W = Q\,\Delta V$$

Q = carga eléctrica (C)
ΔV = Diferencia de potencial, potencial o tensión (V)

Si llevamos el W a la ecuación:

$$P = W / t$$

$$P = (Q \cdot \Delta V) / t$$

podemos reordenar la ecuación:

$$P = (Q / t) \cdot \Delta V$$

el cociente:

$$Q / t = I$$

I = Intensidad de corriente (A)

lo que nos lleva a:

$$P = I \cdot \Delta V$$

o simplemente:

$$P = I \cdot V$$

En los circuitos de Corriente Continua tanto la intensidad como el potencial permanecen constantes.

Cuando nos adentramos en los circuitos de Corriente Alterna nos encontramos con la condición de la existencia de un desfase entre el potencial y la intensidad lo que haría que los valores máximos del potencial y la intensidad no siempre coincidirían.

La ecuación de la potencia en Corriente Alterna:

$$P = I_{ef} \cdot V_{ef}$$

se denomina *"Potencia Aparente"* ya que no se tiene presente el desfase entre V e I.

Para conocer el valor de la potencia debemos introducir en la ecuación de la "Potencia Aparente" un factor de corrección:

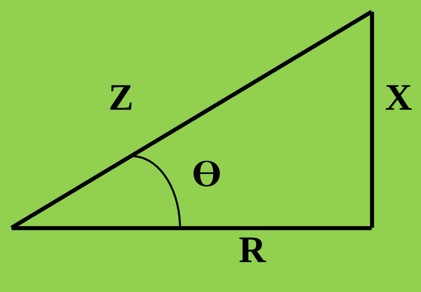
$$P = I_{ef} \cdot V_{ef} \cdot \cos \Theta$$

siendo "Θ" el ángulo de desfase entre potencial e intensidad.

Al *"cos Θ"* se le conoce como *"Factor de Potencia"*.

El Factor de Potencia puede tomar los valores comprendidos en el intervalo cerrado [- 1 , 1] que son los correspondientes a los valores del coseno de cualquier ángulo. Los valores máximos del Factor de Potencia son por tanto (- 1) y (+ 1).

De un triángulo de impedancia podemos determinar el cálculo del Factor de Potencia:



Z = Impedancia

X = Reactancia

$$\cos \Theta = R / Z$$

Ningún rey coronado
tuvo pie, tuvo gana
para ver el calzado
de mi pobre ventana.

Dependiendo del tipo de circuito de corriente alterna así determinaremos el valor de Z y por lo tanto la Impedancia y por tanto la Potencia que es lo que estamos buscando. Estudiemos los siguientes casos:

a) **Circuito con una sola Resistencia.**

En estas circunstancias se cumple:

$$Z = R$$

por lo que:

$$\cos \Theta = R / R = 1$$

por lo que la Potencia será igual a:

$$P = Ief \, . \, Vef$$

que como podemos observar coincide con la "Potencia aparente"

b) **En el circuito con solo autoinducción (bobina):**

En este caso R = 0 y por lo tanto:

$$\cos \Theta = 0 / Z \rightarrow \cos \Theta = 0$$

la potencia:

$$P = Ief \, . \, Vef \, . \, 0 = 0$$

La potencia es nula y coincide con un ángulo de desfase de:

$$\cos \Theta = 0 \rightarrow \Theta = \pi/2 \text{ rad} \; ; \; \Theta = 90^o$$

Hemos llegado a una ecuación que nos permite conocer la potencia de una corriente eléctrica alterna:

$$P = Ief \, . \, Vef \, . \cos \Theta$$

recordemos:

$$Ief = Imax / (2)^{1/2} \; ; \; Vef = Vmax / (2)^{1/2}$$

por lo que:

$$P = Imax/(\ 2)^{1/2}\ .\ Vmax\ /\ (\ 2)^{1/2}\ .\ \cos \Theta$$

$$P = Imax\ .\ Vmax\ .\ ½\ .\ \cos \Theta$$

Obtenemos al final una potencia media determinada por la ecuación:

$$P = I\ .\ V\ .\ \cos \Theta$$

Ejercicio resuelto

En un circuito de corriente alterna se acoplan en serie una resistencia de 20 Ω y un condensador de 10 μF de capacidad y con una corriente de 1000 ciclos/s. Se aplica un potencial de 250 V. Determinar:

a) **La intensidad de corriente que circula por el circuito**
b) **El desfase entre potencial e intensidad**
c) **La potencia suministrada por el generador**

Resolución

a) **La intensidad de corriente viene dada por la ecuación:**

$$I = V / Z$$

$10\ \mu F = 10\ .\ 10^{-6}\ F$

$V = 250\ V$

$\sigma = 1000$ ciclos/s $= 1000$ Hz $= 1000\ (1/s)$

Debemos conocer la impedancia (Z) del circuito:

$$Z = (\ R^2 + X_C^2)^{1/2}$$

$X_C = 1 / C\ .\ \omega = 1 / C\ .\ 2\pi\sigma$

$$Z = [(\ R^2 + (1 / C\ .\ 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\ (20)^2 + (1 / 10\ .\ 10^{-6}\ .\ 2\ .\ 3{,}14\ .\ 1000)^2]^{1/2}$$

$$Z = (\ 400 + 15{,}92)^{1/2} = 20{,}39\ \Omega$$

Luego:

$$I = 250\ V / 20{,}39\ \Omega = 12{,}26\ A$$

b) **El desfase lo conoceremos mediante el cálculo de "ϴ", para ello:**

$$\cos \theta = R / Z \ ; \ \cos \theta = 20/20{,}39 = 0{,}98$$

$$\theta = \text{arctcos}\ 0{,}98 = 0{,}20\ rad = 11{,}46^o$$

c) **Según la ecuación:**

$$P = I\ .\ V\ .\ \cos \theta$$

la potencia tendrá un valor de:

$$P = 12{,}16\ .\ 250\ .\ 0{,}98 =$$

$$= 12{,}16\ .\ 250\ .\ 0{,}72 = 2979{,}2\ w$$

Ejercicio resuelto

Un circuito de corriente alterna alimentado por un potencial máximo de 250 V es recorrido por una corriente de frecuencia 60 s^{-1}. El circuito se compone por un acoplamiento en serie de una resistencia de 50 Ω, una bobina de autoinducción de 0,1 henrios y un condensador de 400 μF. Determinar:

a) **El potencial eficaz**
b) **La intensidad máxima**
c) **El factor de potencia**
d) **Potencia efectiva del circuito**

Resolución

a) **Potencial eficaz:**

$$V_{ef} = V_{max} / (2)^{1/2}$$
$$V_{ef} = 250\ V / 1{,}41 = 177{,}3\ V$$

b) **La intensidad máxima viene dada por la ecuación:**

$$Imax = Vmax / Z$$

Debemos conocer la impedancia del circuito:

$Z = [\ (R_2 + (\ X_L - X_C)^2]^{1/2}$
$Z = [\ (R^2 + (\ L \cdot \omega - 1 / C \cdot \omega)^2]^{1/2}$
$Z = [\ (50)^2 + (L \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$
$Z = [\ 2500 + (\ 0{,}1 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 60 - 1 / 400 \cdot 10\text{-}6 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 60)^2]^{1/2}$
$Z = [\ 2500\ \ + (\ 37{,}68 - 1 / 0{,}15)^2]^{1/2}$
$Z = [(\ 2500 + (\ 37{,}68 - 6{,}7\ )^2]^{1/2}$
$Z = 58{,}82\ \Omega$

Luego:

$$Imax = 250\ V / 58{,}82\ \Omega = 4{,}25\ A$$

c) **Factor de potencia (cos Θ):**

$$\cos \Theta = R / Z$$

$$\cos \Theta = 50\ \Omega / 58{,}82\ \Omega = 0{,}85$$

d) **Potencia efectiva:**

$$Pef = Ief \cdot Vef \cdot \cos \Theta$$

$Ief = Imax / (2)^{1/2}$; $Ief = 4{,}25\ A / 1{,}41 = 3\ A$

luego:

$$Pef = 3 \cdot 177{,}3 \cdot 0{,}85 = 452{,}1\ w$$

Ejercicio resuelto

Una resistencia de 20 Ω acoplada en serie con una bobina de reactancia inductiva de 15 Ω forman parte de un circuito de corriente alterna de 100 V eficaces y una velocidad angular de 314 rad/s. Determinar:

a) **La potencia consumida por la bobina**
b) **El coeficiente de autoinducción de la bobina**

Resolución

a) **Potencia consumida por la bobina:**

$$P = I_{ef} \cdot V_{ef} \cdot \cos \theta$$

R = 15 Ω
X_L = 20 Ω
Ω = 314 rad/s

Conocemos únicamente el Vef. Debemos de conocer:

Ief y cos Ө

para ello:

$$I_{ef} = V_{ef} / Z$$

dependemos de Z:

$$Z = [(R_2 + (X_L)^2]^{1/2}$$
$$Z = [(15)^2 + (20)^2]^{1/2}$$
$$Z = (225 + 400\ )^{1/2}$$
$$Z = 25\ \Omega$$

luego:

$$I_{ef} = 100\ V / 25\ \Omega = 4\ A$$

Respecto al factor de potencia:

$$\cos \theta = R / Z$$
$$\cos \theta = 15\ \Omega / 25\ \Omega = 0{,}6$$

por lo tanto:

$$P = Ief \cdot Vef \cdot \cos \Theta$$
$$P = 4 \cdot 100 \cdot 0{,}6 = 240\ w$$

b) **Coeficiente de auto inducción (L):**

$$X_L = L \cdot \omega \rightarrow L = X_L / \omega = 20\ \Omega / 314\ (rad/s) = 0{,}064\ H$$

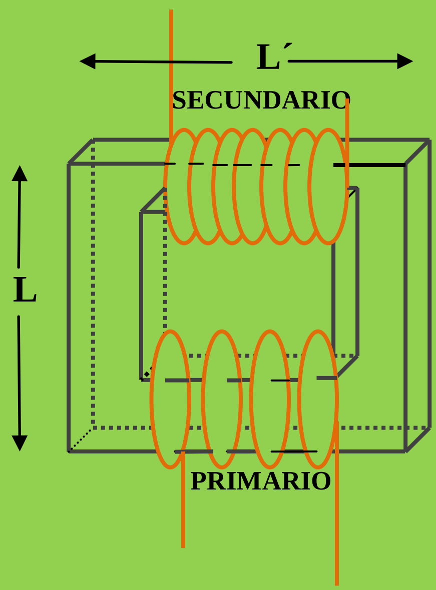
6.- Estudio del transformador

Estudio de los Transformadores
http://www.nichese.com/transformador.html

Esquema básico de los Transformadores
http://www.endesaeduca.com/Endesa_educa/recursos-interactivos/conceptos-basicos/funcionamiento-de-los-transformadores#Esquema

Estudio de los Transformadores
http://www.tecnologia-industrial.es/Transformador.htm

El transformador es un dispositivo que convierte la energía eléctrica alterna de un cierto nivel de tensión, en energía alterna de otro nivel de tensión, basándose en el fenómeno de la *inducción electromagnética*. Está constituido por dos bobinas de material conductor, devanadas sobre un núcleo cerrado de material ferromagnético, pero aisladas entre sí eléctricamente. La única conexión entre las bobinas la constituye el *flujo magnético* común que se establece en el núcleo. El núcleo, generalmente, es fabricado bien sea de hierro o de láminas apiladas de acero eléctrico, aleación apropiada para optimizar el flujo magnético. Las bobinas o devanados se denominan primario y secundario según correspondan a la entrada o salida del sistema en cuestión.



Desde aquí podéis enlazar con:
http://faselineanacho.blogspot.com.es/2010/10/transformador-electrico-como-lo-hacen.html
en donde podréis ver el funcionamiento de un transformador

Por el circuito llamado *PRIMARIO* se hace circular una corriente alterna, y en el otro, el *SECUNDARIO*, aparece una corriente inducida de distinta tensión.

Al pasar por el *PRIMARIO* la corriente alterna crea en el núcleo de hierro un campo magnético variable que produce en el *SECUNDARIO* una corriente inducida.

Las corrientes en un transformador tienen las siguientes características:

a) **La corriente en el *SECUNDARIO* tiene la misma frecuencia de la corriente que alimenta al *PRIMARIO*.**

b) **Las tensiones eficaces en los bornes del circuito *PRIMARIO* y *SECUNDARIO* son proporcionales al número de espiras de cada uno de los arrollamientos.**

Supongamos que N_1 es el número de espiras en el *PRIMARIO* y N_2 las espiras en el *SECUNDARIO*, las tensiones eficaces en los bornes del *PRIMARIO* y *SECUNDARIO* serán V_1 y V_2 respectivamente.

Según la segunda características de las corrientes en el transformador podemos establecer:

$$V_2 / V_1 = N_2 / N_1$$

Al cociente:

$$N_2 / N_1$$

Se le conoce como *"Relación de Transformación"*

Si $N_2 / N_1 > 1$ → El transformador se llana *Elevador*
Si $N_2 / N_1 < 1$ → El transformador se llama *Reductor*

Potencia en el circuito *PRIMARIO*:

$$P_1 = V_1 \cdot I_1$$

Potencia en el *SECUNDARIO*:

$$P_2 = V_2 \cdot I_2$$

En base al principio de Conservación de la Energía se se cumple que:

$$P_1 = P_2$$

y por lo tanto:

$$V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

De esta última ecuación podemos deducir:

$$V_1 / V_2 = I_2 / I_1$$

y teniendo en cuenta la ecuación:

$$V_2 / V_1 = N_2 / N_1 \rightarrow V_2 \,.\, N_1 = V_1 \,.\, N_2 \rightarrow V_1 / V_2 = N_1 / N_2$$

Sustituyendo la relación:

$$V_1 / V_2$$

en la ecuación:

$$V_1 / V_2 = I_2 / I_1$$

nos quedaría:

$$N_1 / N_2 = I_2 / I_1$$

Ejercicio resuelto

En un transformador el circuito primario tiene una intensidad máxima de 15 A y está constituido por 500 espiras y conectado a un alternador que produce una tensión eficaz de 2500 V. Determinar la máxima intensidad que el circuito primario proporciona al secundario suponiendo que consta de 75 espiras.

Resolución

Según la relación:

$$I_2 / I_1 = N_1 / N_2 \rightarrow I_2 = I_1 \,.\, (N_1/N_2)$$

$$I_2 = 15\text{ A} \,.\, 500\text{ es}\cancel{\text{p}}\text{iras} / 75\text{ es}\cancel{\text{p}}\text{iras} = 100\text{ A}$$

Toda la gente de trono,
toda gente de botas
se rió con encono
de mis abarcas rotas.

Ejercicio resuelto

Determinar la potencia aparente (eficaz) en el circuito secundario y en el primario.

Resolución

$P_2 = V_2 \cdot I_2$
$P_1 = V_1 \cdot I_1$

Según el principio de conservación de la energía:

$$P_2 = P_1 \rightarrow I_2 \cdot V_2 = I_1 \cdot V_1$$

Las potencias máximas son iguales tanto para el primario como para el secundario y por los tanto ocurrirá lo mismo con las potencias eficaces. Tomando como referencia el circuito primario:

$$Pef = Vef \cdot Ief = 2500\ V \cdot [Imax/\ (2)^{1/2}] =$$
$$= 2500\ V \cdot (\ 15\ A\ /\ 1{,}41) = 26595{,}7\ w\ (vatios)$$

Rabié de llanto, hasta
cubrir de sal mi piel,
por un mundo de pasta
y un mundo de miel.

Por el cinco de enero,
de la majada mía
mi calzado cabrero
a la escarcha salía.

Y hacia el seis, mis miradas
hallaban en sus puertas
mis abarcas heladas,
mis abarcas desiertas.

---------------------------------- O ---------------------------------

SE ACABÓ

Antonio Zaragoza López