TEMA Nº 3. DINÁMICA DE TRASLACIÓN

NOTA: ***Para acceder a los videos y páginas webs PISAR control y PINCHAR la página o video seleccionado.***

El Tema de *Dinámica de Traslación* lo podemos dividir en dos partes:

Primera Parte:
Se basa en un repaso de la *Dinámica de 4º de ESO*

Segunda Parte:

Estudio de la *Dinámica de Traslación* a nivel de *1º de Bachillerato*

Primera Parte:

1.- Estudio de las fuerzas. DINÁMICA

Cuando se estudió el *Movimiento* no nos ocupamos de las causas que lo producen. En este Tema estudiaremos las *Fuerzas* y la relación que existe entre estas y sus efectos.

La interacción que existe entre un objeto y su medio circundante es lo que denominamos Fuerza.

Las fuerzas al actuar sobre los objetos puede producir unos efectos sobre los mismos tales como:

a) Deformaciones.
b) Cambiar su estado de movimiento.
c) Los efectos anteriores simultáneamente.

Nuestro objetivo, en este primer punto del Tema, lo establecemos en función de la definición de la Dinámica:

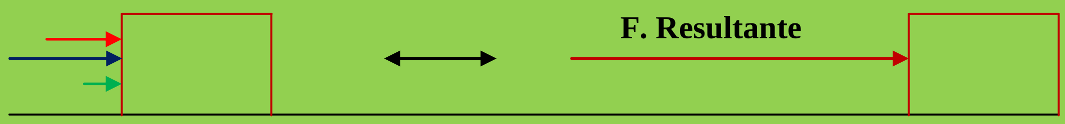
Dinámica es la parte de la Física que tiene por objeto el estudio de las causas del movimiento, es decir, las FUERZAS.

Las 7:45 minutos de la mañana, salgo de casa para ir al Instituto y me encuentro con mi vecino Ángel, con problemas en el arranque del coche. Tras varios minutos de mirar el motor y no saber qué hacer, optamos por el método clásico, EMPUJAR el coche. Pedimos la colaboración de dos vecinos más y nos ponemos manos a la obra. El coche comienza a moverse y con las maniobras correspondientes, se pone en marcha. Problema Resuelto. Más tarde, pasado el problema, uno de los ayudantes me dice que tanto ha EMPUJADO que había abollado (deformado) la chapa del coche.

¿Qué implica el fenómeno de EMPUJAR?

Analizando el problema, *arranque del coche del vecino*, lo que los tres voluntarios hemos hecho al *EMPUJAR* el coche, ha sido aplicar una nueva magnitud llamada *FUERZA* (en realidad se han ejercido TRES

FUERZAS, pero como veremos más adelante, estas se pueden convertir en UNA, que se llama *RESULTANTE)*.



Es difícil llegar a definir la *FUERZA*. Lo habréis observado en las páginas Web anteriores. Podríamos llegar a la conclusión:

La fuerza es algo que se ejerce. Por ejemplo, estoy paseando con mi amigo Luis, de momento éste sin razón me proporciona una bofetada. Yo asombrado y sin pensarlo le pego otra. Es decir, la acción de Luis implica una reacción mía, *ha habido una interacción entre dos personas*.

La fuerza siempre necesita *algo* o *alguien* para que se ponga de manifiesto. Puede ser que no exista contacto entre *quien ejerce la fuerza y quien recibe el efecto* (fuerzas a distancia, como el campo eléctrico).

Vuelvo a repetir de la necesidad de una interacción para que las fuerzas se pongan de manifiesto.

Para nuestro nivel y nuestros fines considero que la mejor definición que podemos obtener es:

Fuerza es toda causa capaz de producir una deformación (Efecto Estático) en un cuerpo o un cambio de reposo o movimiento de dicho cuerpo.(Efecto Dinámico).

¿Qué parte de la Física estudia las fuerzas?

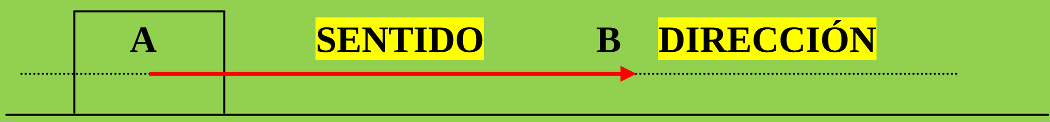
El estudio de las *FUERZAS* y sus efectos se estudian en una rama de la *FÍSICA* que se conoce con el nombre de *DINÁMICA.*

Las *FUERZAS* son magnitudes *DERIVADAS* (se definen en función de otras magnitudes) puesto que depende de la *masa* del cuerpo sobre él que actúan y de la *aceleración* que éste adquiere.

Son magnitudes *VECTORIALES* y por lo tanto tendrán:

a) ***Intensidad o módulo.***
b) ***Dirección.***
c) ***Sentido.***
d) ***Punto de aplicación*** **(lo supondremos situado en el centro geométrico del cuerpo).**

En el ejemplo anterior:



A es el punto de aplicación de la *fuerza resultante*.
El segmento AB nos determina el valor de la *fuerza resultante* (tres fuerzas) aplicada (a mayor longitud, mayor es la intensidad de la fuerza aplicada).

2.- Efectos de la Fuerzas

2.1.- Efecto Estático

Al definir la *FUERZA* se establecieron los efectos que ejercen sobre los cuerpos de las mismas:

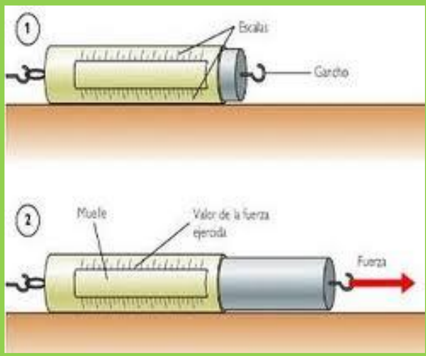
a) ***Efecto Estátio.- Deformación de los cuerpos***

b) ***Efecto Dinámico.- Movimiento de los cuerpos***

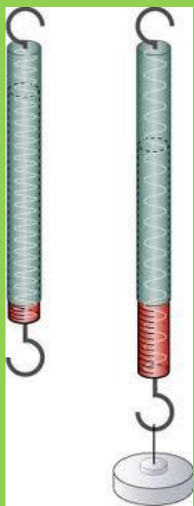
En lo referente al *Efecto Estático*:

No vamos a estudiar la fuerza necesaria para doblar una barra de hierro o levantar pesas:

Estudiaremos este efecto (*estático*) para aquellas cosas que tengan una aplicación, una utilidad. Por ejemplo podríamos estudiar el funcionamiento de un *Dinamómetro*.
El *dinamómetro* se utiliza para *medir el peso de los cuerpos*:



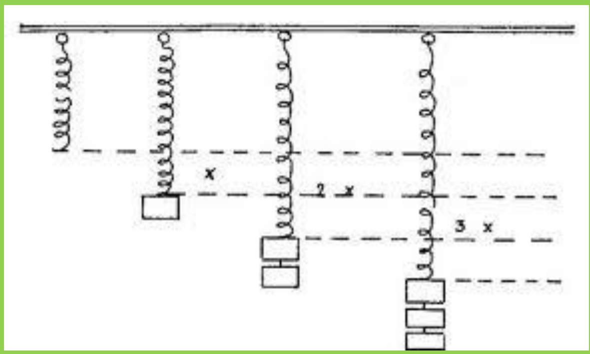
Consta de un muelle interior que se alarga en función de la fuerza que apliquemos o del cuerpo que colguemos:



El *muelle* tiene la característica de ser un operador *elástico* sin sufrir *deformación permanente*, cuando cesan las fuerzas o el peso a las que es sometido.

Las *deformaciones* (alargamientos) producidas están en función de las fuerzas que se apliquen sobre él.

El *Efecto Estático* de las *FUERZAS* fue estudiado por *Hooke* estableciendo *la ley que lleva su nombre*:



Viendo los alargamientos que sufren los muelles, en función de los cuerpos que cuelgan de ellos *HooKe* estableció:

En todo cuerpo elástico, la deformación producida, es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

$$F = K \,.\, \Delta x \quad \textbf{(1)}$$

en donde Δx es la deformación producida (alargamiento) y K es la llamada *Constante de Elasticidad* o *Constante recuperadora del muelle*.

Si de (1) despejamos K:

$$K = F / \Delta x$$

y trabajando en el *S. I.* la unidad de K es:

$$N / m$$

Como veremos más adelante *N* (Newton) es la unidad de fuerza en el *S. I.*.

Hoy día los dinamómetros son fabricados con materiales muy diversos que presentan *propiedades elásticas* que no pierden con el paso del tiempo. Antiguamente se utilizaban materiales que perdían elasticidad con el tiempo y la recuperación no era total con lo cual la medida ya no era exacta. También intervenía la picaresca en la venta de animales y que se utilizan *"romanas"* (tipo de dinamómetros no muy exactos).

que habían sido trucadas produciendo un alargamiento mayor y por lo tanto dando un peso erróneo con beneficios para el vendedor.

Problema Resuelto

Al colgar diversas masas de un muelle se han obtenido los siguientes resultados:

Masas	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g
Alargamiento del muelle	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm
Fuerza (m . g) en N	0,49	0,98	1,47	1,96	2,45

a) Complete la tabla con el valor de las fuerzas correspondientes.
b) Represente la gráfica Fuerza- alargamiento.
c) A partir de la gráfica, calcule los centímetros alargados cuando se cuelga una masa de 75 g. (Autor del problema IES MORATO)

Resolución:

a)

Lo primero que haremos es obtener la constante elástica del muelle. Para ello tomaré los dos primeros datos de la tabla:

$m_1 = 50\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ Kg / 1000\ \cancel{g} = 0,050\ Kg$

$\Delta\ x = 2\ cm\ .\ \ 1\ m / 100\ cm = 0,02\ m$

El peso que cuelga vale:

$$P = m\ .\ g$$

$$P = 0,050\ Kg\ .\ 9,8\ m\ .\ s^{-2} = 0,49\ N$$

Según Hooke:

$$F = K \cdot \Delta x \;;\; 0{,}49\ N = K \cdot 0{,}02 \;;\; K = 0{,}49\ N / 0{,}02\ m = 24{,}5\ N/m$$

Para los segundos datos de la tabla:

$m_2 = 100\ g \cdot \quad 1\ Kg / 1000\ g = 0{,}1\ Kg$

Fuerza que cuelga = peso del cuerpo = $m \cdot g = 0{,}1\ Kg \cdot 9{,}8\ m.s\text{-}2 =$
$0{,}98\ Kg \cdot m.s^{-2}$ = *0,98 N.*

$\Delta x = 4\ cm \cdot\ 1\ m / 100\ cm$ = *0,04 m*

Aplicamos Hooke:

$$0{,}98\ N = K \cdot 0{,}04\ m \;;\; \mathit{K} = 0{,}98\ N / 0{,}04\ m = \mathit{24{,}5\ N/m}$$

Comprobamos que se cumple la ley de Hooke.

b)Seguimos trabajando para obtener el resto de los datos de la tabla:

$m_3 = 150\ g \cdot\ 1\ kg/ 1000\ g$ = *0,150 kg*

$m_4 = 200\ g \cdot\ 1\ kg / 1000\ g$ = *0,200 kg*

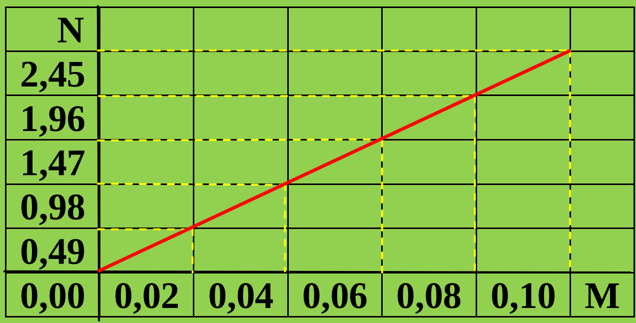
$m_5 = 250\ g \cdot\ 1\ kg / 1000\ g$ = *0,250 kg*

$F_3 = P_3 = m \cdot g = 0{,}150\ Kg \cdot 9{,}8\ m.s^{-2}$ = *1,47 N*

$F_4 = P_4 = m_4 \cdot g = 0{,}200\ Kg \cdot 9{,}8\ m.s^{-2}$ = *1,96 N*

$F_5 = P_5 = m_5 \cdot g = 0{,}250\ Kg \cdot 9{,}8\ m.s^{-2}$ = *2,45 N*

b)Representación gráfica:



c)Gráficamente no podemos determinar el alargamiento puesto que necesitamos una tabla muchísimo mayor.

Pero podemos analizar la tabla obtenida y observar que se trata de una línea recta y por lo tanto debe cumplir la ecuación:

$$y = f(x) \rightarrow \quad F = K \, . \, \Delta x \; (1)$$

Realizamos los cálculos necesarios:

m = 75 g . 1 kg / 1000 g = *0,075 kg*

F = P = m . g = 0,075 kg . 9,8 m.s-2 = *0,735 N*

y llevamos los valores obtenidos a la ecuación (1)

$$F = K \, . \, \Delta x \quad ; \quad \Delta x = F / K = 0{,}735 \text{ N} / 24{,}5 \text{ (N/m)} = 0{,}03 \text{ m}$$

Problema resuelto
Un muelle mide 21 cm cuando se aplica a su extremo libre una fuerza de 12 N y mide 26 cm cuando la fuerza aplicada vale 24 N. Calcula la longitud del muelle cuando no actúa ninguna fuerza sobre él y el valor de su constante elástica.(Autor del problema IES MORATO)

Resolución:

Lo que nos pide el problema en este primer apartado es la longitud inicial del muelle (l_o), es decir, cuando no tenía ningún cuerpo colgado. Para ello procedemos de la siguiente forma:

L_1 = 21 cm . 1 m / 100 cm = 0,21 m
F_1 = 12 N

Para F_1, $\Delta x = 0{,}21\ m$

Todo Δ significa una diferencia, en nuestro caso:

$\Delta x = l_f - l_o$ → $0{,}21 - lo = \Delta x$

$L_2 = 26\ cm\ .\ 1\ m/\ 100\ cm = 0{,}26\ m$
Para L_2, $\Delta x = 0{,}26$ → $0{,}26 - lo = \Delta x$

Si aplicamos Hooke para las dos longitudes: $F = K\ .\ \Delta x$

$12 = K\ (0{,}21 - lo)\ (1)$; $24 = K\ (0{,}26 - lo)\ (2)$

Si dividimos (2) entre (1):

$$24\ /\ 12 = K\ (0{,}26 - lo)\ /\ K\ (0{,}21 - lo)$$

$$2 = (0{,}26 - lo\ )\ /\ (0{,}21 - lo\ )$$

$$2\ (0{,}21 - lo\ ) = 0{,}26 - lo$$

$$0{,}42 - 2\ lo = 0{,}26 - lo\ ;\ -\ 2\ lo + lo = 0{,}26 - 0{,}42\ ;\ -\ lo = -\ 0{,}16$$

$$lo = 0{,}16\ m$$

Para conocer la constante elástica, K, podemos tomar los datos de la primera experiencia y aplicar Hooke:

$F = K\ .\ \Delta x$; $12\ N = K\ .\ (0{,}21 - 0{,}16\ )\ m$; $12\ N = K\ .\ 0{,}05\ m$

$$K = 12\ N\ /\ 0{,}05\ m = 240\ N/m$$

Como se trata del mismo muelle, el valor de K debe ser igual para las dos experiencias. Si queremos saber si hemos trabajado bien en el cálculo de K, aplicaremos Hooke a la segunda experiencia y debemos obtener el mismo valor de la primera experiencia:

$F = K\ .\ \Delta x$; $24\ N = K\ .\ (0{,}26 - 0{,}16\ )\ m$; $24\ N = K\ .\ 0{,}1\ m$

$$K = 24\ N\ /\ 0{,}1\ m = 240\ N/m$$

El planteamiento del problema lo hicimos bien.

2.2.- Efecto Dinámico. Leyes o Principios de la Dinámica

Fue estudiado por Newton estableciendo:

las *Leyes* o *Principios de la Dinámica*:

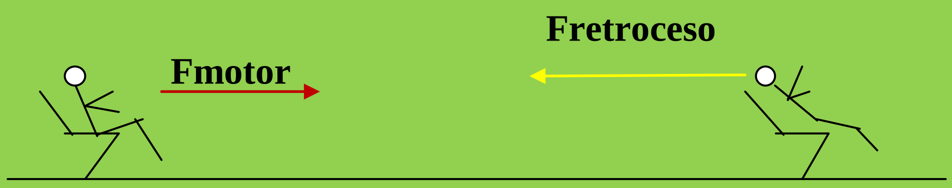
2.2. - Primer Principio o Principio de Inercia

Video: Principio de Inercia
http://www.youtube.com/watch?v=RxXjt1IggrI&feature=related

y dice:

Si sobre un cuerpo no actúa fuerza exterior alguna o la resultante de todas las fuerzas que actúan es cero, el cuerpo sigue en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme.

Supongamos que estamos en un coche parado pero con el motor en marcha. Estamos sentados en los asientos en una postura determinada. De momento el conductor acelera, es decir, el motor del coche origina una fuerza:



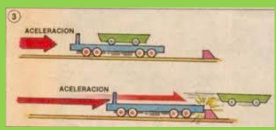
En el esquema, se intenta decir, que como el copiloto estaba en reposo y en una posición determinada, cuando se genera la fuerza el copiloto quiere seguir como estaba y por ello se desplaza hacia atrás.

El copiloto marcha hacia atrás con la misma fuerza que ejerce el motor y por lo tanto con la misma aceleración que conseguiría el coche por la fuerza del motor. A la Fretroceso también se le conoce como FUERZA DE INERCIA.

Si el vehículo marcha a una velocidad determinada y de momento se ve en la necesidad de frenar, el copiloto se desplazará hacia delante, en este caso el ciclista:

La razón la podemos buscar en el hecho de que el ciclista quiere seguir en su estado de movimiento y por ello es desplazado hacia delante.

Otro ejemplo podría ser:

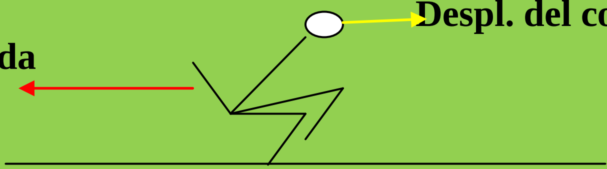


El carrito de arriba, que no sufre acción de frenado, quiere seguir con la aceleración que llevaba y sigue avanzando hacia la derecha.

Si nos vamos a mi croquis famoso:

Despl. del copiloto

Fuerza de frenada



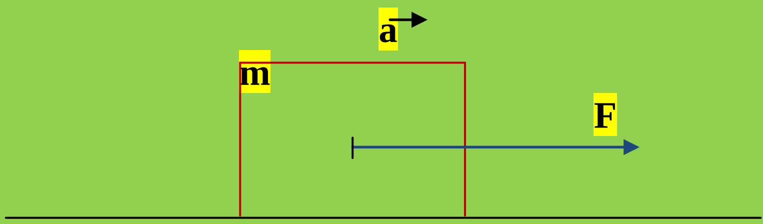
Como conclusión diremos:

a) **Si el móvil marcha a una velocidad constante, sobre el copiloto no actúa fuerza alguna.**
b) **Cuando se aplica una fuerza al móvil, para aumentar su velocidad o disminuirla (frenada), el copiloto se desplazará en el sentido de compensar esta fuerza, es decir, en sentido contrario y con la misma aceleración que adquiere el móvil después de aplicar la fuerza.**

2.3.- Segundo Principio o Principio Fundamental de la Dinámica

Podemos resumir todas nuestras consultas y establecer la Segunda Ley de Newton:

Cuando sobre un cuerpo de masa "m" se le aplica una fuerza "F"



dicho cuerpo adquiere una aceleración, de la misma dirección y sentido de la fuerza aplicada y que es directamente proporcional a la fuerza aplicada e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

Matemáticamente:

$$\boxed{a = \frac{F}{m}}$$

De la última ecuación podemos despejar la Fuerza y nos queda:

$$F = m \cdot a$$

Ecuación que constituye la

Ecuación Fundamental de la Dinámica.

De la ecuación Fundamental y mediante el "Cálculo Dimensional" podemos conocer las unidades de la magnitud FUERZA:

[F] = [m] . [a](1)

- **[m] = M**
- **a = V / t → [a] = [V] / [t] (2)**
- **V = e / t → [V] = [e] / [t] (3)**
- **[e] = L ; [t] = T → Si nos vamos a (3)**
- **[V] = L / T = $L . T^{-1}$ → Si nos vamos a (2)**
- **[a] = $L . T^{-1}$ / T = $L . T^{-2}$ → Si vamos a (1)**

$$[F] = M . L . T^{-2}$$

La unidad de FUERZA viene dada por el producto de una unidad de masa , por una unidad de longitud y una unidad de tiempo elevada (-2). En el S. I:

$$Kg . m . s^{-2}$$

A este producto se le conoce con el nombre de NEWTON(N):

$$1\ N = Kg . m . s^{-2}$$

La expresión anterior la podemos poner de la forma:

$$1\ N = Kg . m/s^{-2}$$

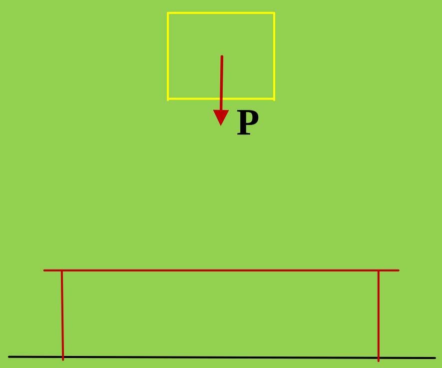
Que prácticamente es como se usa.

Podemos definir el Newton (N): Es la fuerza que aplicada a un Kilogramo-masa le proporciona una aceleración de 1 metro por segundo en cada segundo.

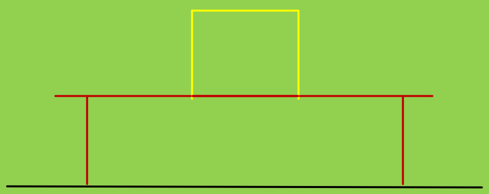
Práctica de Laboratorio. Comprobación de la 2ª Ley de Newton
http://fisicayquimicaenflash.es/dinamicapunto/dinamica_lab05.htm

Antes de iniciarnos en los problemas de la segunda Ley de Newton es aconsejable ver, paso a paso, lo que le ocurre a los cuerpos bajo la acción de las fuerzas. *Supongamos que a una cierta altura*, sobre una mesa, tenemos un trozo de plastilina. Lógicamente la plastilina

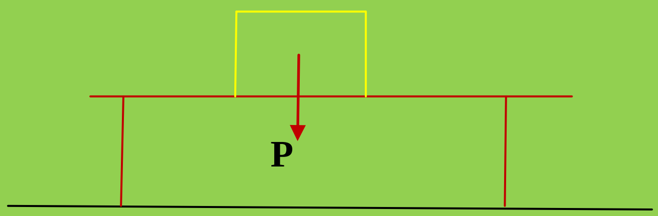
desciede verticalmente bajo la acción de su peso y se encuentra con la mesa.



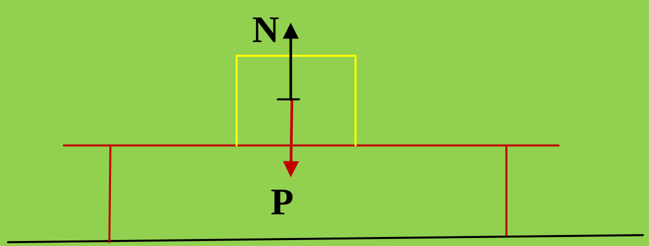
Ya tenemos la plastilina encima de la mesa:



El peso del cuerpo debe seguir actuando puesto que lo ejerce la Tierra sobre el cuerpo.



Si solo actúa el peso, el cuerpo rompería la superficie de la mesa y seguiría bajando. Esto no sucede y es debido a que la superficie ejerce sobre el cuerpo una fuerza que se llama NORMAL, que tendrá la misma dirección del peso pero de sentido contrario:



¿qué valor tiene la NORMAL?

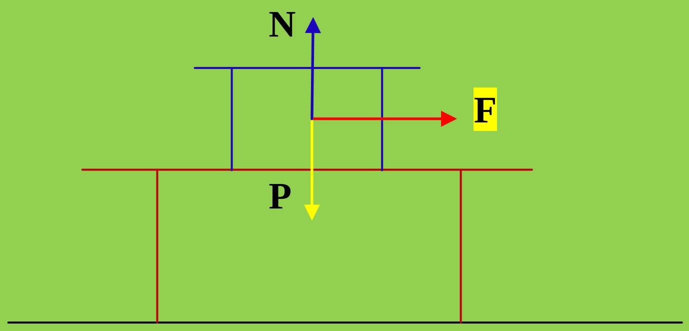
Pensemos:

a) **Si P > N, el cuerpo rompería la mesa.**

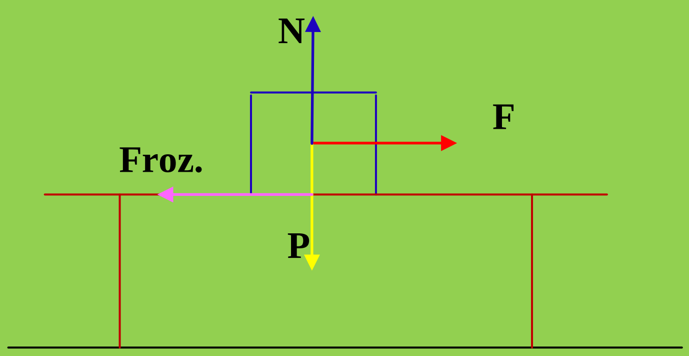
b) **Si P < N, el cuerpo subiría hacia arriba.**

c) **Como el cuerpo en la superficie de la mesa no se mueve se debe cumplir que P = N. Las dos fuerzas se anulan mutuamente y el cuerpo queda en equilibrio.**

Ahora le vamos aplicar al cuerpo una fuerza, F, paralela al plano de la superficie de la mesa, para que el cuerpo se desplace en ese sentido:

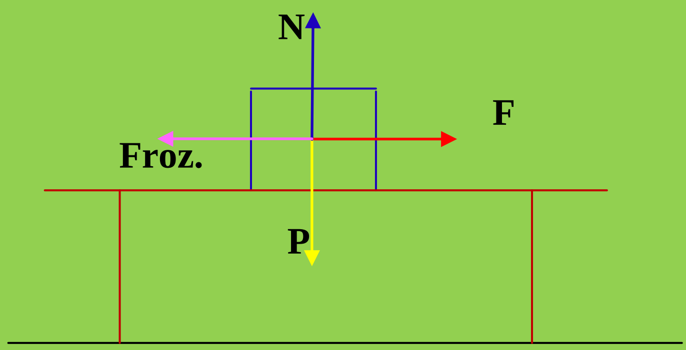


En el momento que empiece a actuar la fuerza F, aparecerán las *fuerzas de rozamiento* del cuerpo con la superficie de la mesa. Fuerza de rozamiento que se opondrá al movimiento del cuerpo. Tendrá por tanto sentido contrario:



Al dibujo anterior se le conoce como DIAGRAMA DE FUERZAS que es fundamental para poder resolver los problemas de Dinámica. Diré más, si en el ejercicio no existe el DIAGRAMA, dicho ejercicio se considera nulo. Ya estamos dispuestos a realizar problemas.

Por *equipolencia vectorial* podemos hacer que la *Fuerza de Rozamiento* tenga su punto de aplicación en el centro geométrico del cuerpo:



Podemos conocer el valor de la *Fuerza de Rozamiento* mediante la ecuación:

$$F_R = \mu \cdot N$$

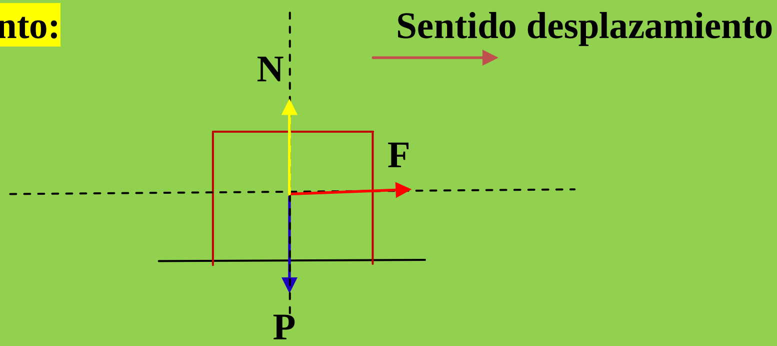
F_R = Fuerza de rozamiento
μ = Coeficiente de rozamiento que depende de la rugosidad de la superficie por donde se desplaza el cuerpo
N = Normal

Problema resuelto
Un objeto de 100 kg, se encuentra sobre un plano horizontal. Si tiramos de él con una fuerza de 300 N ¿con qué aceleración se moverá en ausencia de rozamiento?¿y si la fuerza de rozamiento vale 10 N?. Haz un dibujo indicando todas las fuerzas que actúan.

Resolución:

La aceleración que adquiere un cuerpo depende del conjunto de fuerzas que actúen sobre él. Por ello, lo primero que tenemos que establecer es dicho diagrama de fuerzas haciendo pasar por el centro geométrico del cuerpo unos ejes de coordenadas cartesianas sobre los cuales pintaremos las fuerzas actuantes:

Sin rozamiento:



Estudiaremos las fuerzas en cada uno de los ejes:

Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = P - N = 0$

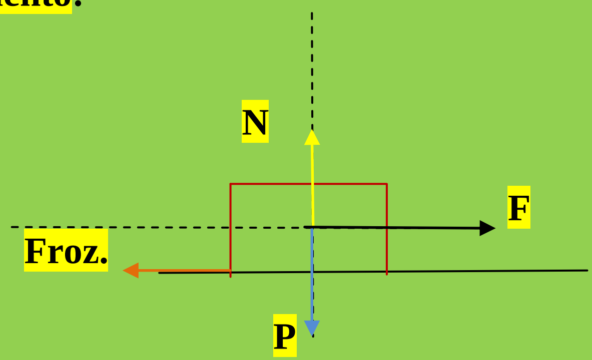
Siempre, en planos horizontales se cumple la condición anterior, lo que nos viene a decir que el P y la N se anulan mutuamente.

Eje OX: $\sum F = F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$

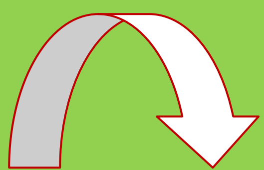
$$F - 0 = m \cdot a \quad ; \quad F = m \cdot a \quad ; \quad a = F / m$$

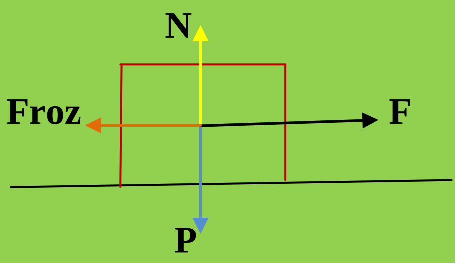
$$a = 300\ N / 100\ Kg = 3\ m.s^{-2}$$

Con rozamiento:



La fuerza de rozamiento la podemos llevar al punto de aplicación del resto de las fuerzas (Se puede hacer por lo que se llama EQUIPOLENCIA ENTRE VECTORES) y nos quedaría el diagrama de la forma:





Eje OY : P = N → Se anulan mutuamente

Eje OX : $\sum F = m . a$;

$$F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$$

$$300\ N - 10\ N = 100\ Kg \cdot a$$

290 N = 100 Kg . a ; a = 290 N / 100 Kg = 2,9 m.s^{-2}

Problema resuelto

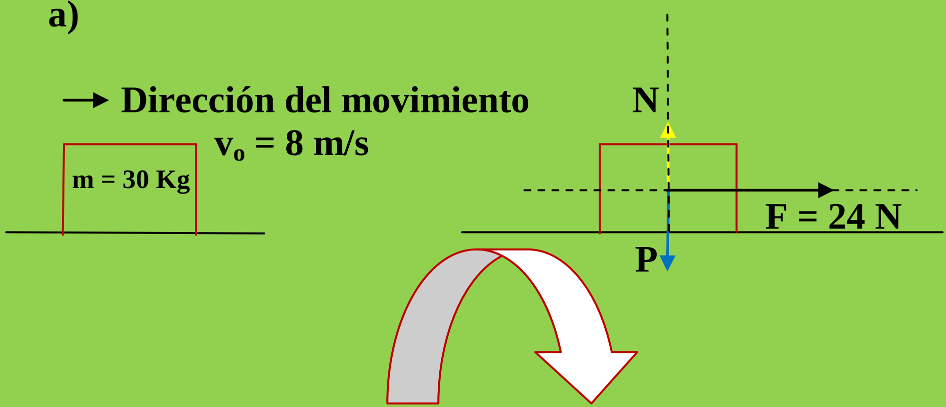
Sobre un cuerpo de masa 30 kg, que se mueve inicialmente con una velocidad de 8 m/s, actúa una fuerza constante de 24 N en la dirección del movimiento. Supuesto que no hay rozamiento, calcula su velocidad al cabo de 15 segundos, si el sentido de la fuerza es:

a. **El de la velocidad inicial.**
b. **Contrario al de la velocidad inicial.**

Resolución :

Como sobre el cuerpo actúa una fuerza el movimiento del cuerpo será un M.R.U.A. Las ecuaciones a utilizar serán las de este tipo de movimiento. Hagamos el diagrama de fuerzas:

a)



Eje OY: $\sum F = 0$

Eje OX: **Fganan – Fpierden = m . a**

24 N – 0 N = 30 Kg . a ; 24 N = 30 Kg . a

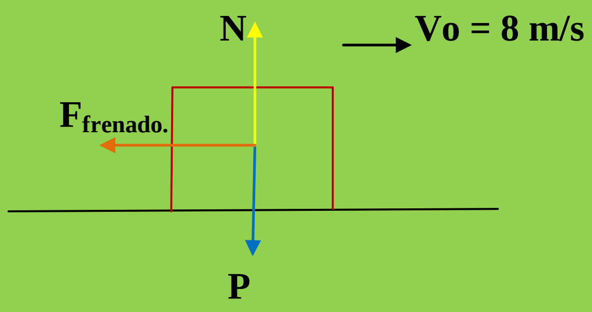
a = 24 N / 30 Kg = 0,8 m/s^2

El cuerpo adquiere una aceleración de 0,8 m/s^2 que hará que la velocidad al cabo de 15 s, sea distinta a la inicial. Tenemos que recordar ahora las ecuaciones de la Cinemática y entre ellas hay una que dice:

Vf = Vo + a . t ; Vf = 8 m/s + 0,8 m/s^2 . 15 s

Vf = 8 m/s + 12 m/s = 20 m/s

b)



En este caso la fuerza de 24 N está actuando como si fuera una fuerza de frenado puesto que tiene un sentido inverso al de avance del cuerpo.

Eje OY: $\sum F = 0$

Eje OX: F ganan – Fpierden = m .a

0 – 24 N = 30 Kg . a ; a = - 24 N / 30 Kg = - 0,8 m/s^2

El signo negativo de la aceleración nos indica que la velocidad DISMINUYE.

La velocidad final será en este caso:

Vf = Vo + a . t ; Vf = 8 m/s + (- 0,8 m/s^2) . 15 s = 8 m/s – 12 m /s =

= - 4 m/s (este resultado no tiene sentido físico, el coche no puede dar la vuelta) lo que nos viene a decir que el cuerpo se paró antes de cumplirse los 15 s.

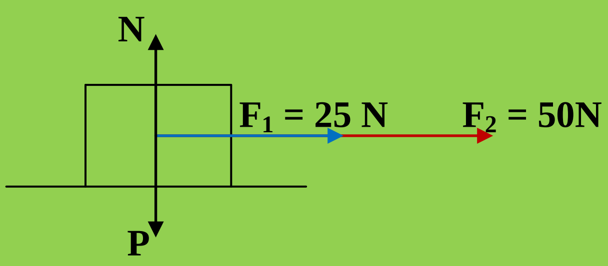
Problema resuelto

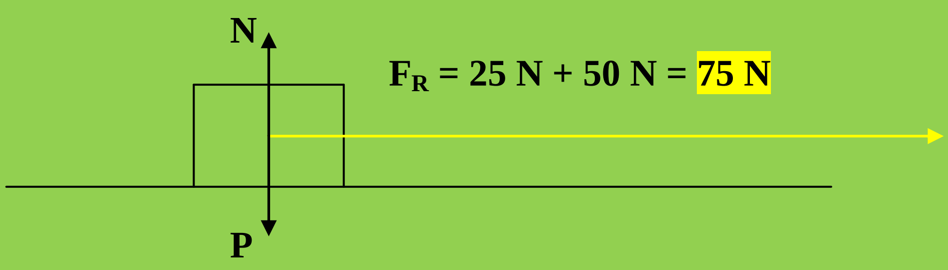
Se ejercen dos fuerzas de 25 y 50 N, sobre un cuerpo de 5 kg de masa, que descansa sobre un plano horizontal.. Calcula la aceleración que adquiere cuando:

   a. **Las dos fuerzas actúan en el mismo sentido.**
   b. **Las dos fuerzas actúan en sentidos opuestos.**

Resolución

a)

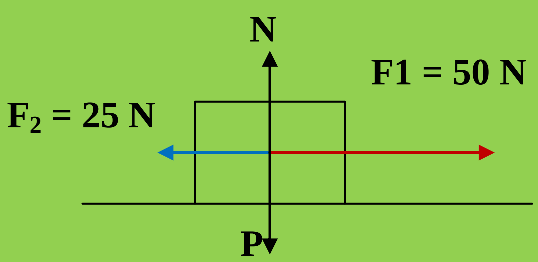


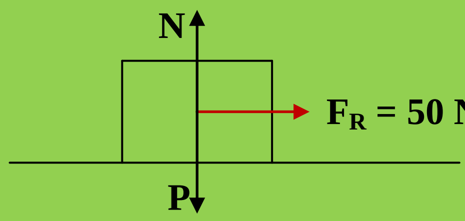


Recordar que el P y la N se anulan mutuamente.

$$\sum F = m \cdot a \quad ; \quad 75\ N = 5\ Kg \cdot a \quad ; \quad a = 75\ N / 5\ Kg = 15\ m.s^{-2}$$

b)





$F_R = 50\ N - 25\ N = 25\ N$

$\sum F = m \cdot a$; $25\ N = 5\ Kg \cdot a$; $a = 25\ N / 5\ Kg = 5\ m.s^{-2}$

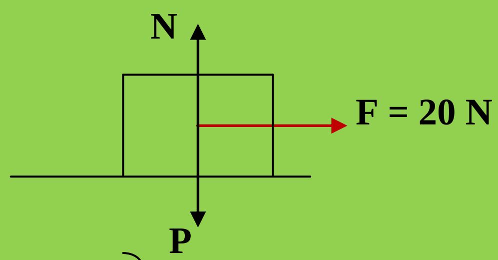
Problema resuelto

Sobre un cuerpo de 2500 g, inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 20 N, durante 4 s, dejando de actuar en ese momento. Supuesto que no hay rozamiento,

a. ¿Qué velocidad tiene a los 4 s?.
b. ¿Qué velocidad tiene a los 10 s?. Explícalo.

Resolución

a) 2500 g . 1 Kg / 1000 g = **2,5 Kg**



$V_o = 0$

$V_f = V_o + a \cdot t$

Necesitamos conocer la aceleración para obtener V_f

$\sum F = m \cdot a$; $20\ N = 2{,}5\ Kg \cdot a$; $a = 20\ N / 2{,}5\ Kg$

$a = 2{,}8\ m.s^{-2}$

$V_f = V_o + a \cdot t$; $V_f = 0 + 2{,}8\ m.s^{-2} \cdot 4\ s = 11{,}2\ m.s^{-1}$

b) A los 10 s, no existiendo rozamiento, la velocidad será constante. De los 10 s, 4 s. son consumidos para alcanzar la velocidad de $11{,}2\ m.s^{-1}$. En los 6 s. restantes el cuerpo mantendrá su velocidad ($11{,}2\ m.s^{-1}$) puesto que no existe rozamiento. Las únicas fuerzas que actúan son el P y la N pero como ya sabemos se anulan mutuamente.

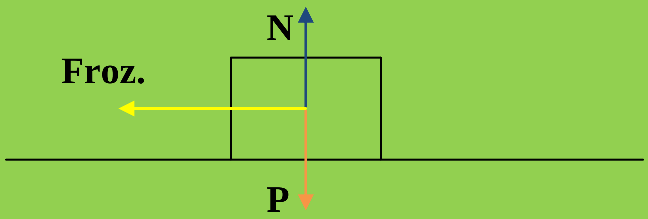
Problema resuelto

Un objeto de 20 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal. La fuerza de rozamiento es 15 N.

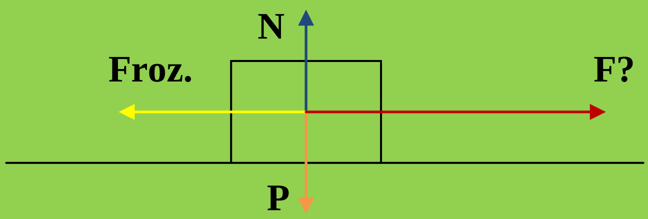
a. **Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.**
b. **¿Qué fuerza hay que aplicar para que adquiera una velocidad de 36 km/h en 5 s?.**
c. **¿Qué fuerza hay que aplicar, una vez que ha alcanzado la velocidad de 36 km/h, para que esa velocidad se mantenga constante?.**

Resolución:

a)



b)



m = 20 Kg
Froz. = 15 N
Vo = 0
Vf = 36 Km / h . 1000 m / 1 h . 1 h / 3600 s = 10 m.s^{-1}
t = 5 s

Cinemáticamente sabemos que:

Vf = Vo + a . t ; 10 m.s-1 = 0 +a . 5 s ; 10 m.s-1 = a .5 s

a = 10 m.s-1 / 5 s ; a = 2 m.s^{-2}

El móvil debe conseguir una aceleración de 2 m.s^{-2}, que podremos obtener si trabajamos con la Dinámica.

Eje OY: **∑ F = 0**

Eje OX: **∑ F = Fganan – Fpierden = m . a**

$$F - 15\ N = 20\ Kg \cdot 2\ m.s^{-2}$$

$$F - 15\ N = 40\ N\ ;\ F = 40\ N + 15\ N = 55\ N$$

c)Con la fuerza de 55 N, el móvil llevará una velocidad de 10 $m.s^{-1}$. Si quiere mantener esta velocidad NO DEBE APLICAR FUERZA ALGUNA. En estas condiciones F y Froz se encuentran equilibradas y el móvil consigue el equilibrio DINÁMICO que implica la velocidad constante. En el momento que apliquemos una nueva fuerza, el equilibrio se rompe y la velocidad ya no permanece constante.

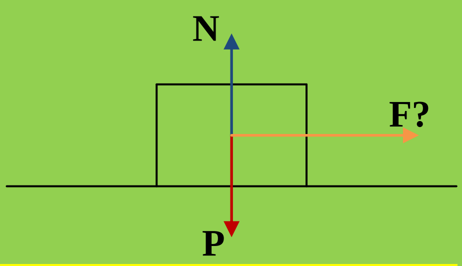
Problema resuelto

Un carrito de 40 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal.

a. **¿Con qué fuerza se le debe empujar para que adquiera una aceleración de 0,8 m/s^2?.**
b. **¿Qué fuerza se le ha de aplicar para que siga con movimiento rectilíneo y uniforme, una vez que ha alcanzado una velocidad de 2 m/s?.**
c. **¿Cuál será la aceleración si, cuando está moviéndose con una velocidad de 2 m/s, se le empuja con una fuerza de 17 N?.**

Resolución:

a)



Debemos de suponer que no hay rozamiento.

Ya sabéis que en el eje OY → $\sum F = 0$

En el eje OX: Fganan – Fpierden = m . a

$$F - 0 = 40\ Kg \cdot 0{,}8\ m.s^{-2}$$

$$F = 32\ N$$

b)

Cuando ha alcanzado la velocidad de 2 m.s^{-1}, y queremos que se mantenga esta velocidad para llevar un M.R.U NO DEBEMOS EJERCER FUERZA ALGUNA, se rompería el equilibrio dinámico que tiene el cuerpo.

c)

Sabemos que $\sum F = m \cdot a$ (1)

El móvil lleva una velocidad constante de 2 m.s^{-1} = Vo

Cuando se le aplique una fuerza de 17 N, el móvil adquirirá una aceleración que hará que la velocidad final sea superior a los 2 m.s^{-1}. Pero a nosotros no nos interesa la velocidad final. Lo que debemos de buscar es la aceleración que consigue el móvil, aceleración que podremos conocer por la ecuación (1):

$$17\ N = 40\ Kg \cdot a \quad ; \quad a = 17\ N / 40\ Kg = 0{,}42\ m.s^{-}$$

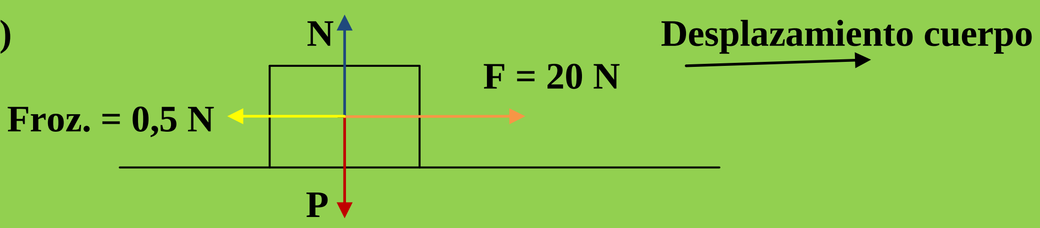
Problema resuelto

Un cuerpo de masa 10 Kg alcanza una velocidad de 20 m/s cuando actúa sobre él una fuerza de 20 N durante 10 segundos por un plano horizontal. La fuerza de rozamiento es de 0,5 N.

- **a. Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante los 10 primeros segundos.**
- **b. Pasados los 10 segundos la fuerza de 20 N es anulada ¿Cuánto tiempo tardará en pararse?**
- **c. ¿Qué distancia habrá recorrido en total?**

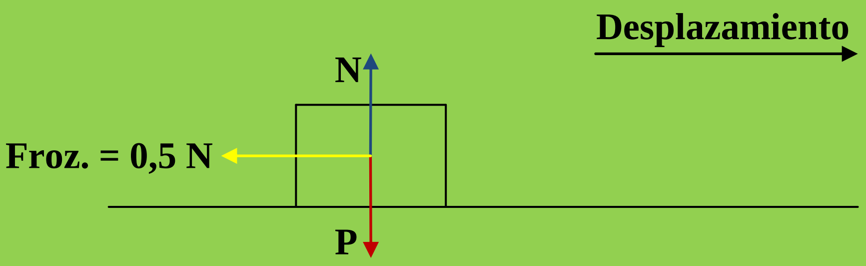
Resolución:

a)



Si lleva una velocidad constante el $\sum F = 0$

b) **Pasados los 10 s, las únicas fuerzas que actúan son el P y la N y la fuerza de rozamiento:**



En el Eje OY: $\sum F = 0 \rightarrow P = N$

En el eje OX: **Fganan – Fpierden = m . a**

$$0 - Froz. = m \cdot a$$

$$0 - 0{,}5\ N = 10\ Kg \cdot a \ ; \ a = -\,0{,}5\ N / 10\ Kg = -\,0{,}05\ m.s^{-2}.$$

Esta aceleración será la que hará posible que el cuerpo se pare:

$$Vf = Vo + a.\ t \ ; \ 0 = 20\ m.s^{-1} + (-0{,}05\ m.s^{-2}) \cdot t$$
$$0 = 20\ m.s^{-1} - 0{,}05\ m.s^{-2} \cdot t \ ; \ t = 20\ m.s^{-1} / 0{,}05\ m.s^{-2}$$
$$t = 400\ s$$

c) **Para conocer el espacio total recorrido por el cuerpo, dividiremos el movimiento en dos etapas:**
1.- Etapa: los 10 s iniciales.
2.- Etapa: los 400 s que tarda en pararse.

1.- Etapa:

$$\left.\begin{array}{l} e = Vo \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ Vo = 0 \end{array}\right\} \quad e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (1)$$

La aceleración en los 10 s. iniciales la calcularemos:

$$Fganan - Fpierden = m \cdot a \ ; \ 20\ N - 0{,}5\ N = 10\ Kg \cdot a$$

$$a = 1{,}95\ m.s^{-2}$$

Volviendo a (1):

$$e = ½ \cdot a \cdot t^2 = ½ \cdot 1{,}95\ m.s^{-2} \cdot (10\ s)^2 =$$

$$e = 97{,}5\ m$$

2ª Etapa:

$Vf^2 = Vo^2 + 2 \cdot a \cdot e$; $0 = (20\ m.s^{-1})^2 + 2 \cdot (-1{,}95\ m.s^{-2}) \cdot e$

$0 = 400\ m^2.s^{-2} – 3{,}9\ m.s^{-2} \cdot e$; $e = 400\ m^2.s^{-2} / 3{,}9\ m.s^{-2} = 102{,}56\ m$

El espacio total recorrido será:

$e_{1^a etapa} + e_{2^a etapa} = 97{,}5\ m + 102{,}56\ m = 200{,}06\ m$

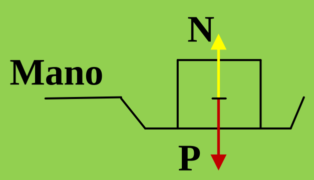
Problema resuelto

¿Qué fuerza hemos de hacer para mantener en reposo, en la mano, un cuerpo de 10 N?.

a. **¿Y para subirlo con una aceleración de 1 m/s^2?.**
b. **¿Y para bajarlo con una aceleración de 1 m/s^2?.**

Resolución:

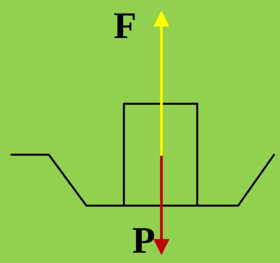
Queremos establecer el equilibrio estático:



Como se cumple que P es igual a la N, nuestra mano debe realizar una fuerza de 10 N (en sentido ascendente, es decir, la N).

a)

El cuerpo debe ascender con una aceleración de 1 m/s^2. Sabemos que el cuerpo está bajo la acción de su peso, si queremos que ascienda con una aceleración determinada, la mano debe realizar una fuerza F ascendente:



$\sum$ F = m . a ; Fganan – Fpierden = m . a

F – P = m . a (1)

Debemos conocer la masa del cuerpo:

P = m . g ; 10 N = m . 9,8 m.s^{-2}

m = 10 N / 9,8 m.s^{-2} = 1,02 Kg

Volviendo a (1):

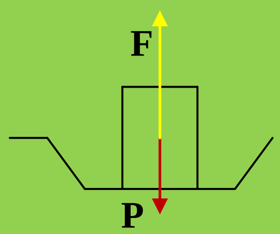
F – 10 N = 1,02 Kg . 1 m.s^{-2}

F = 1,02 N + 10 N = 10,02 N

Fuerza ascendente que debe realizar la mano.

b)
Bajando con una aceleración de 1 m.s^{-2}

Si no existiera la mano el cuerpo caería en caída libre con una aceleración de 9,8 m.s^{-2}. Pero queremos que el cuerpo descienda con una aceleración de 1 m.s^{-2}, mucho más pequeña. El peso debe ser controlado por otra fuerza que realizará la mano en sentido ascendente para contrarrestar al peso que tiene el sentido descendente.



Fganan – Fpierden = m . a ; P - F = m . a

10 N – F = 1,02 Kg . 1 m.s^{-2} ; F = 10 N – 1,02 N = 8,98 N

Es decir, la mano irá hacia abajo pero manteniendo al peso con una fuerza de 8,98 N

Problema resuelto

Un cuerpo de masa 3 kg se hace subir por la acción de una fuerza vertical de 50 N. Calcula la aceleración del movimiento.

Resolución:

El cuerpo estará bajo la acción de dos fuerzas: su peso y la que ejercemos sobre él de 50 N:

El peso del cuerpo vale: $P = m \cdot g$; $P = 3\ Kg \cdot 9{,}8\ m.s^{-2} = 29{,}4\ N$

En el Eje OY: $\sum F = m \cdot a \rightarrow$ **Fganan – Fpierden = m . a**

$$F - P = m \cdot a \ ; \ 50\ N - 29{,}4\ N = 3\ Kg \cdot a$$

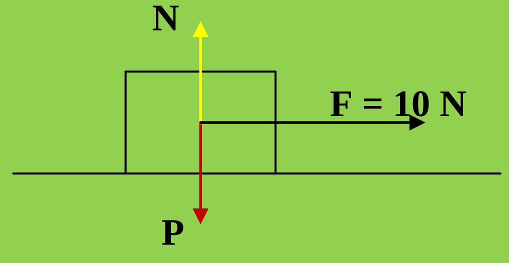
$$20{,}6\ N = 3\ Kg \cdot a \ ; \ a = 20{,}6\ N / 3\ Kg = 6{,}9\ m.s^{-2}$$

Problema resuelto

Un bloque de 1 Kg de masa se encuentra sobre un plano horizontal, si sobre él actúa una fuerza de 10 N, determina:
a) Aceleración que adquiere. b) Espacio y velocidad adquirida a los 5s.(IES MORATO. Enunciado. Resolución: A. Zaragoza)

Resolución:

a)



Eje OY: $\sum F = 0 \rightarrow P = N$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$; **Fganan – Fpierden = m .a**

10 N – 0 = 1 Kg . a ; $a = 10\ N / 1\ Kg = 10\ m.s^{-2}$

b) **Al trabajar en Cinemática nos encontramos com la ecuación:**

$$V_f = V_o + a \cdot t \ ; \quad Vf = 0 + 10\ m.s^{-2} \cdot 5\ s$$

$$V_f = 50\ m.s^{-1}$$

En lo referente al espacio:

$e = Vo \cdot t + ½ \cdot a \cdot t$; $Vo = 0 \rightarrow$

$e = ½ \cdot a \cdot t^2 = ½ \cdot 10\ m.s^{-2} \cdot (5\ s)^2 = 125\ m$

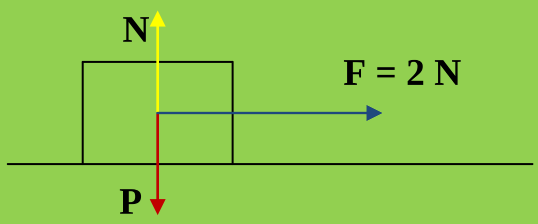
Problema resuelto

De un cuerpo de 500 g se tira hacia la derecha, paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.

a) **Calcular la aceleración con la que se mueve.**
b) **¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?**

Resolución:

a)



Eje OY: $\sum F = 0 \rightarrow P = N$ **(Se anulan mutuamente)**

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

Fganan – Fpierden = m . a

2 N – 0 = 0,5 Kg . a ; $a = 2\ N / 0,5\ Kg = 4\ m.s^{-2}$

b)

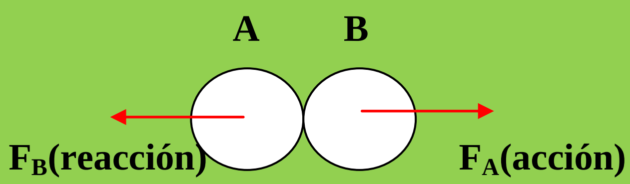
$Vf = Vo + a \cdot t$; $Vo = 0$ → $Vf = a \cdot t$; $Vf = 4\ m.s^{-2} \cdot 2{,}3\ s$

$$Vf = 9{,}2\ m.s^{-1}$$

2.4.- Tercer principio o Principio de Acción y Reacción

Ya estamos en condiciones de establecer la Tercera ley de Newton o Principio de Acción y Reacción:

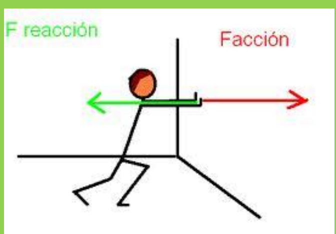
Si un cuerpo actúa sobre otro con una fuerza F_A (acción), éste reacciona contra el primero con otra fuerza F_B (reacción) de igual valor, de la misma dirección y sentido contrario.



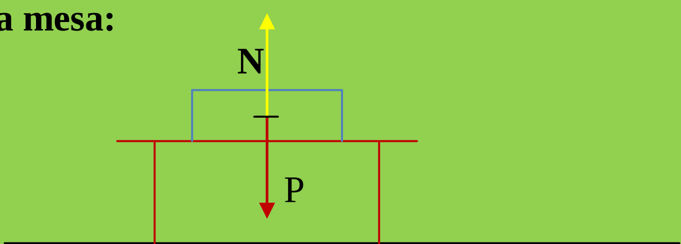
Se cumple por tanto:

$$F_A = - F_B$$

Algunos ejemplos gráficos pueden ser:



La fuerza llamada NORMAL se suele confundir con la reacción al peso de los cuerpos. Esto ocurre en los cuerpos apoyados sobre superficies, por ejemplo, una mesa:

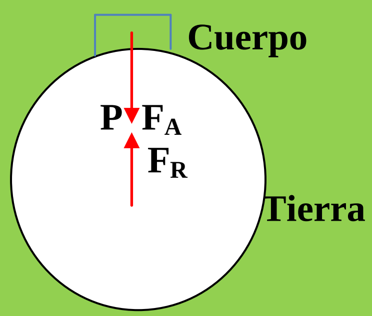


Como observamos, sobre el cuerpo actúan dos fuerzas: la primera su peso que es consecuencia de la acción de la gravedad que ejerce la Tierra sobre todos los cuerpos que están dentro de su Campo Gravitatorio. La segunda la ejerce sobre el cuerpo la superficie sobre la que se apoya, la normal. Si no fuera así, el cuerpo atravesaría la superficie y seguiría bajando. Lógicamente, para que el cuerpo se encuentre tal y como está (Equilibrio Estático), se debe cumplir que:

$$\sum F = P - N = N - P = 0 \rightarrow P = N$$

Es decir, son dos fuerzas de igual intensidad, igual dirección pero de sentido contrario.

Pero acabo de mencionar que el PESO (acción) lo provoca la Tierra, luego la fuerza de reacción debe estar en el centro de la Tierra:

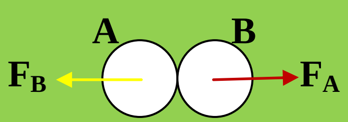


Conclusión: la fuerza NORMAL no es la FUERZA DE REACCIÓN.

Problema resuelto

Un cuerpo A de 1000 kg ejerce una fuerza F sobre otro B de 1 kg. ¿Cómo es la fuerza (módulo, dirección, sentido y punto de aplicación) que ejerce el cuerpo de 1 kg sobre el de 1000 kg?.

Resolución:



La fuerza que ejerce el cuerpo B sobre en cuerpo A, por el Principio de Acción y Reacción, tiene las siguientes características:

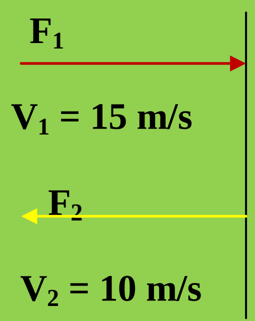
a) **Punto de aplicación en el centro de A.**
b) **La misma dirección.**

c) Sentido contrario.
d) Módulo $F_B = F_A$

Problema resuelto

Una pelota de 300 g llega perpendicularmente a la pared de un frontón con una velocidad de 15 m/s y sale rebotada en la misma dirección a 10 m/s. Si la fuerza ejercida por la pared sobre la pelota es de 150 N, calcula el tiempo de contacto entre la pelota y la pared.

Resolución:



Al llegar la pelota a la pared, ésta repelerá a la pelota con la misma fuerza con la que llega, PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN, pero en sentido contrario. En este caso parte de la fuerza de la pelota se utiliza para la deformación que sufre ésta. Por ello la fuerza del rebote no será misma que la fuerza de llegada. De todas formas la fuerza de rebote es un dato del problema (150 N).
En Cinemática (para el rebote) sabemos que:

300 g . 1 Kg / 1000 g = 0,3 Kg

$V_f = V_0 + a \cdot t$ **(1) ;** $10\ m/s = a \cdot t$ **; debemos conocer la aceleración que adquiere la pelota:**

$F_2 = m \cdot a$; $150\ N = 0{,}3\ Kg \cdot a$; $a = 150\ N / 0{,}3\ Kg = 500\ m/s^2$.

Si volvemos a (1):

$10\ m/s = 0 + 500\ m/s^2 \cdot t$; $t = 10\ m/s\ / (500\ m/s^2) = 0{,}02\ s.$

Cuando la pelota es rebotada en sentido contrario, su velocidad de partida es $V_o = 0$

Existe en el tema de Dinámica un principio que dice:

Impulso mecánico = Cantidad de movimiento

Impulso (I) mecánico = F . t ; Cantidad de movimiento (p) = m . v

Si aplicamos este principio a nuestro problema nos encontramos con:

F . t = m . v

150 N . t = 0,3 Kg . 10 m/s ; t = 3 (Kg . m/s) / 150 N

t = 0,02 s

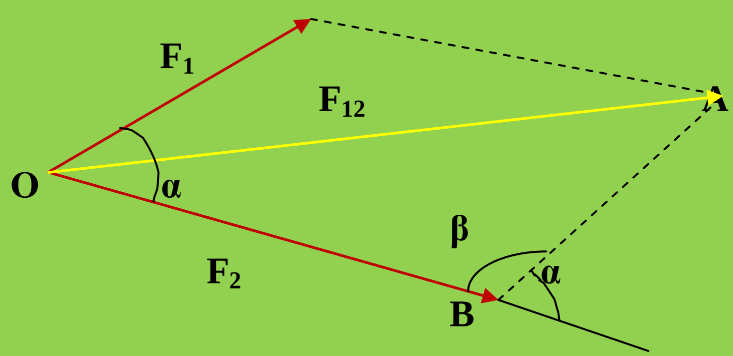
3.- Fuerza Resultante

Como se puso de manifiesto, en ejemplos anteriores, sobre un cuerpo pueden actuar varias fuerzas. Todas estas fuerzas se pueden reducir en una, con los mismos efectos del conjunto, y que recibe el nombre de

FUERZA RESULTANTE.

Estudiaremos en principio la RESULTANTE de dos fuerzas concurrentes en un punto y que forman entre ellas un ángulo determinado.

Para trabajar gráficamente utilizaremos la llamada Regla del paralelogramo.- Desde el extremo de F_1 trazamos una paralela a F_2. Desde el extremo de F_2 trazamos una paralela a F_1. Mediante la unión entre los vértices del paralelogramo constituido, obtenemos la fuerza resultante.



Si aplicamos al triángulo $\widehat{OAB}$ el teorema del coseno:

$$F_{12}^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\beta \quad (1)$$

Se cumple que $\alpha + \beta = 180^o$, es decir α y β son suplementarios y en ángulos suplementarios se cumple que:

$$\cos\beta = -\cos\alpha$$

Si nos vamos a la ecuación (1), nos encontramos con la ecuación que nos permite obtener la RESULTANTE de un par de fuerzas que forman entre ellas un ángulo determinado:

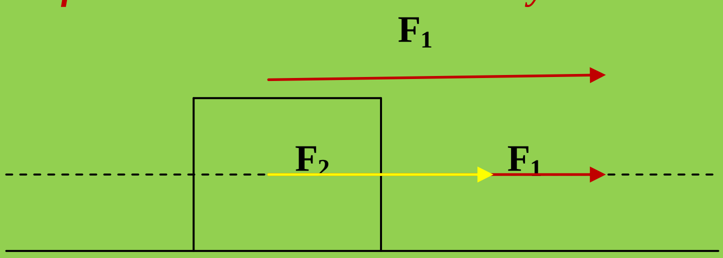
$$F_{12}^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \, (-\cos\alpha)$$

$$F_{12}^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha$$

$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha)^{1/2} \quad (2)$$

Ahora podemos estudiar casos determinados como:

a)
***Resultante de dos fuerzas de la misma dirección y el mismo sentido*:**



En este caso el valor del ángulo $\alpha = 0$ y el $\cos 0^o = 1$, por lo que la ecuación (2):

$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 0)^{1/2}$$

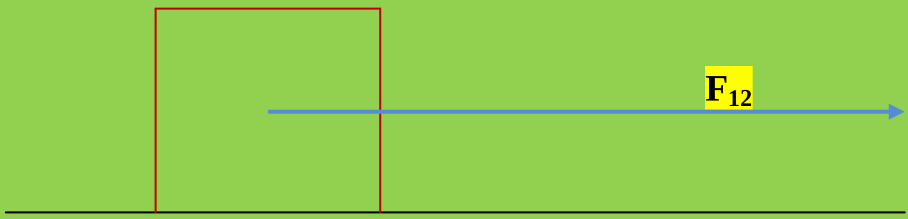
$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot 1)^{1/2}$$

$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2)^{1/2}$$

$$F_{12} = [(F_1 + F_2)^2]^{1/2}$$

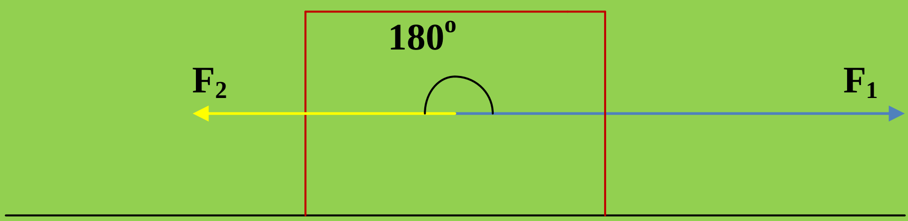
$$F_{12} = F_1 + F_2$$

Gráficamente:



La resultante de dos fuerzas concurrentes en un punto, de la misma dirección y sentido es igual a otra fuerza de la misma dirección y sentido de las anteriores y de módulo la suma de los módulos.

b)
***Resultante de dos fuerzas concurrentes en un punto, de la misma dirección pero de sentido contrario*:**



$$\cos 180^{o} = -1$$

La ecuación (2) quedará:

$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \,.\, F_1 \,.\, F^2 \cos 180^{o})^{1/2}$$

$$F_{12} = [(F_1^2 + F_2^2 + 2 \,.\, F_1 \,.\, F_2 \,.\, (-1)]^{1/2}$$

$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 - 2 \,.\, F_1 \,.\, F_2)^{1/2}$$

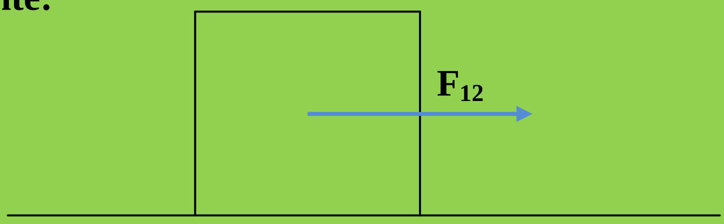
$$F_{12} = [(F_1 - F_2)^2]^{1/2}$$

$$F_{12} = F_1 - F_2$$

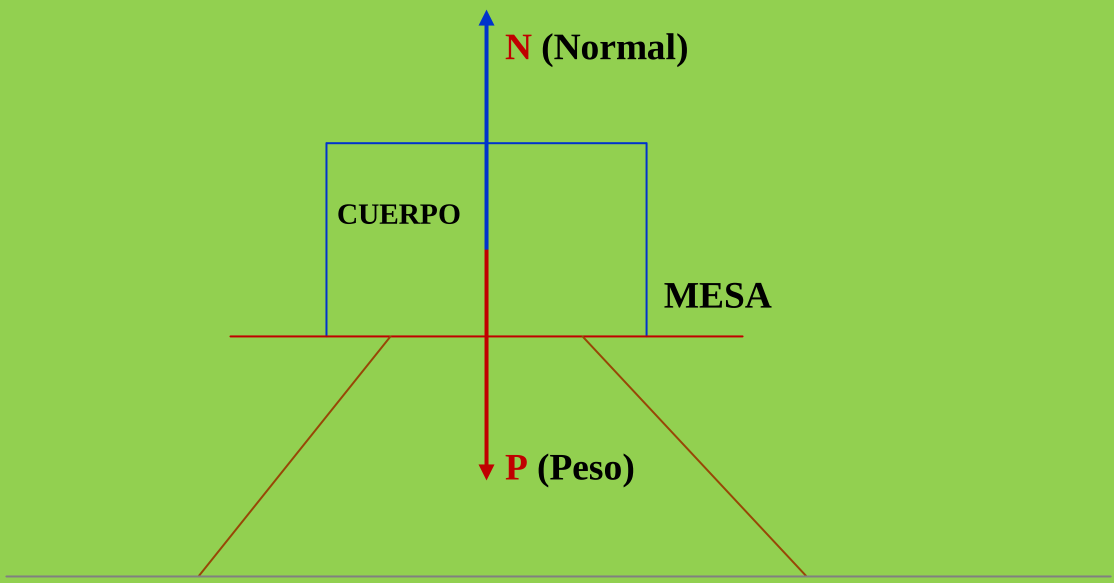
La resultante de dos fuerzas concurrentes en un punto de la misma dirección pero de sentido contrario es otra fuerza de la misma

dirección de las anteriores, de intensidad la diferencia de intensidades y de sentido el de la mayor.

Gráficamente:



No se han dibujado pero existen dos fuerzas que no hemos representado y que no van a actuar a nuestro nivel (si existe ROZAMIENTO, sí) veremos la explicación. Estas fuerzas reciben los nombres de *NORMAL* y una ya conocida *PESO*. Gráficamente:



El *Peso*, como recordáis, *es la fuerza con la que la Tierra atrae a todos los cuerpos dentro de su Campo gravitatorio*.

La *Normal* es la *fuerza que la mesa ejerce sobre el cuerpo*.

Se han intentado que veáis en el croquis que la Normal y el Peso son dos fuerzas que cumplen las condiciones:

a) Tienen la misma Dirección
b) Poseen módulos (valores) iguales
c) Sentidos opuestos

Para estas condiciones:

$$F_R = F_1 - F_2$$

como F_1 es igual a F_2:

$$F_R = F_1 - F_1 \quad ; \quad F_R = 0$$

***NO EXISTE FUERZA RESULTANTE*. Es decir la *Normal* y el *Peso* se *ANULAN MUTUAMENTE* y por lo tanto no actúan en un desplazamiento (sin rozamiento).**

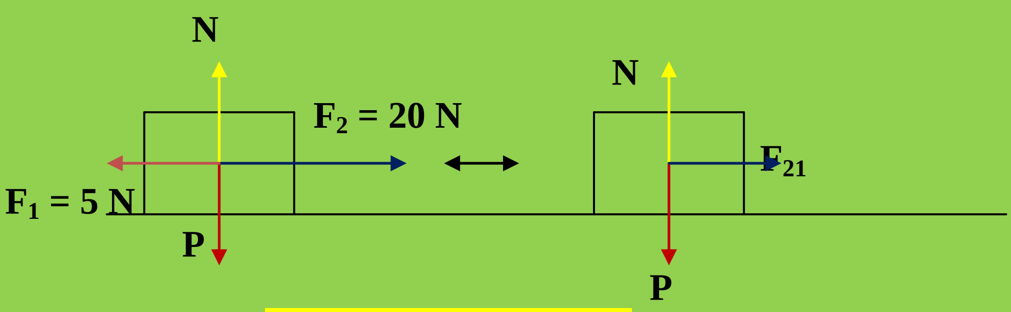
Debe quedar muy claro que si al *Peso* le llamamos *"Fuerza de Acción"* La *Normal* no es la *"Fuerza de Reacción"*.

Como veremos más adelante la *Fuerza Reacción* del *Peso* se encuentra en el *CENTRO DE LA TIERRA*.

Problema resuelto

Sobre un cuerpo de m = 2Kg se aplica una fuerza de 20N y otra de 5N, en la misma dirección y sentido opuesto, determina: a) Espacio recorrido en 3s.b) Velocidad a los 10 s de comenzar el movimiento.(IES MORATO)

Resolución:



$$F_{21} = 20\ N - 5\ N = 15\ N$$

Con este cálculo sabemos que la fuerza que actúa sobre el cuerpo es de 15 N.

a)

El espacio lo podremos conocer con la ecuación:

$$\left.\begin{array}{l} e = Vo \,.\, t + \frac{1}{2} \,.\, a \,.\, t^2 \\ V_o = 0 \end{array}\right\} \quad e = \frac{1}{2} \,.\, a \,.\, t \quad (1)$$

$t = 3\ s.$

Debemos conocer la aceleración que lleva el móvil:

$$F = m \,.\, a \quad ; \quad a = F / m \quad ; \quad a = 15\ N / 2\ Kg = 7{,}5\ m.s^{-2}$$

Volvemos a la ecuación (1):

$$e = \frac{1}{2} \,.\, 7{,}5\ m.s^{-2} \,.\, (3\ s)^2 = 33{,}75\ m$$

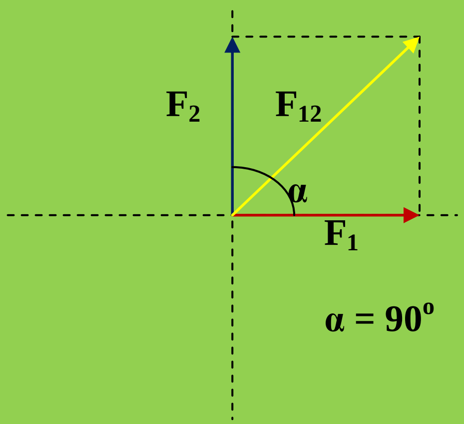
b)

La velocidad se calculará:

$$V_f = V_o + a \,.\, t \quad ; V_o = 0 \rightarrow \quad V_f = a \,.\, t = 7{,}5\ m.s^{-2} \,.\, 3\ s = 22{,}5\ m.s^{-1}$$

Estudiemos la fuerza Resultante de dos fuerzas concurrentes en un punto y que forman un ángulo de 90º.

Gráficamente utilizamos la regla del paralelogramo:



$\alpha = 90^o \quad ; \quad \cos 90^o = 0$

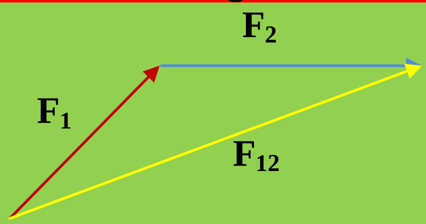
Si nos vamos a la ecuación (2):

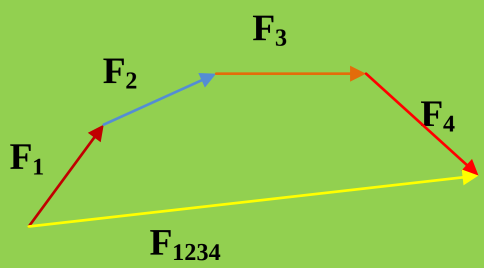
$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 + 2 . F_1 . F_2 \cos 90º)^{1/2}$$

$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 + 2 . F_1 . F_2 . 0)^{1/2}$$

$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2}$$

Si las fuerzas no son coincidentes en sus orígenes, la resultante será otra fuerza que tendrá su origen en el origen de la primera fuerza y el extremo en el extremo de la segunda fuerza. Ejemplos:





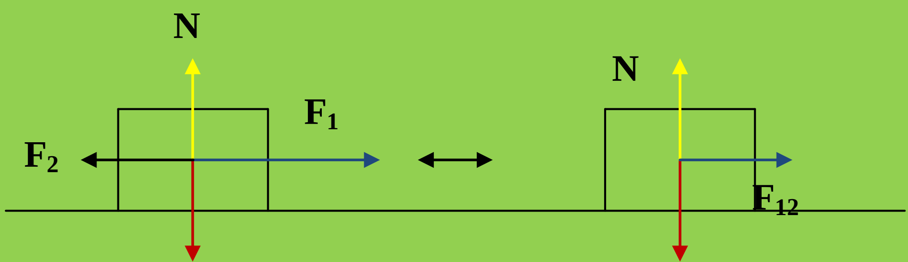
Problema resuelto

Sobre cuerpo de m = 250 g actúan dos fuerzas. Una de 3 N hacia la derecha y otra de 1 N hacia la izquierda. Calcular

a) La aceleración con que se mueve.

b) ¿Qué valor deberá tener la fuerza que apunta hacia la derecha si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s

Resolución:



$$F_{12} = F_2 - F_1 = 3\ N - 1\ N = 2\ N$$

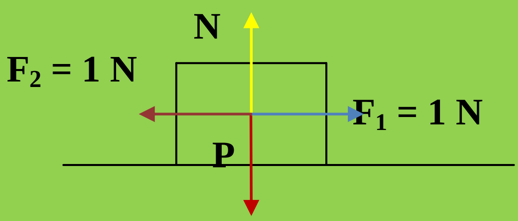
En conclusión, sobre el cuerpo actúa solamente una fuerza de 2 N puesto que como sabemos el P y N se anulan mutuamente.

a)

$$m = 250\ g \cdot 1\ Kg / 1000\ g = 0{,}250\ Kg$$

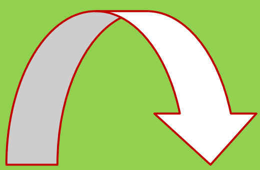
$$F = m \cdot a \ ; \ a = F / m \ ; \ a = 2\ N / 0{,}250\ Kg = 8\ m.s^{-2}$$

b)
Si queremos que el cuerpo se deslice con velocidad constante se debe cumplir ∑ F = 0. Por ello, si la fuerza que apunta hacia la izquierda vale 1 N, para que se cumpla la condición anterior la fuerza que apunta hacia la derecha también debe valer 1 N (Equilibrio Estático). El P y la N no tienen juego puesto que sabemos que se anulan siempre.

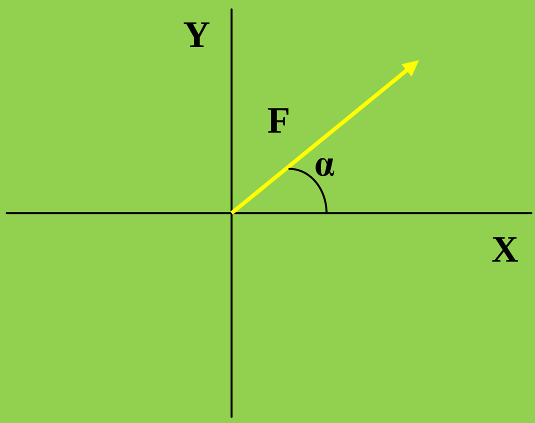


4.- Descomposición de una fuerza

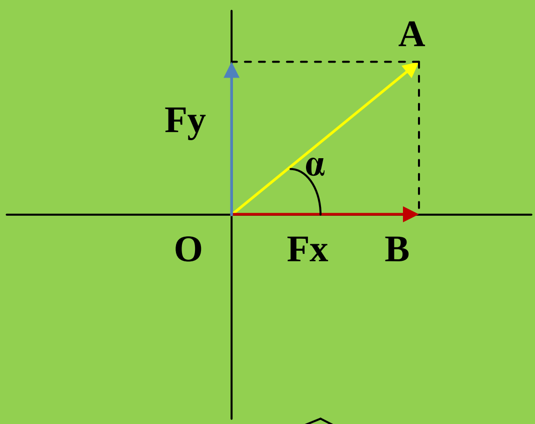
En los puntos anteriores, hemos visto como dos, o más fuerzas, se convertían en una (*resultante*). *Puede darse el caso de que una fuerza se descomponga en dos que formen entre ellas un ángulo de 90º.*



Partiremos de unos ejes de coordenadas cartesianas:



Podemos proyectar la fuerza F sobre los ejes de coordenadas:



Se forma un triángulo rectángulo $\widehat{OAB}$ en donde se cumple:

sen α = cateto opuesto / hipotenusa

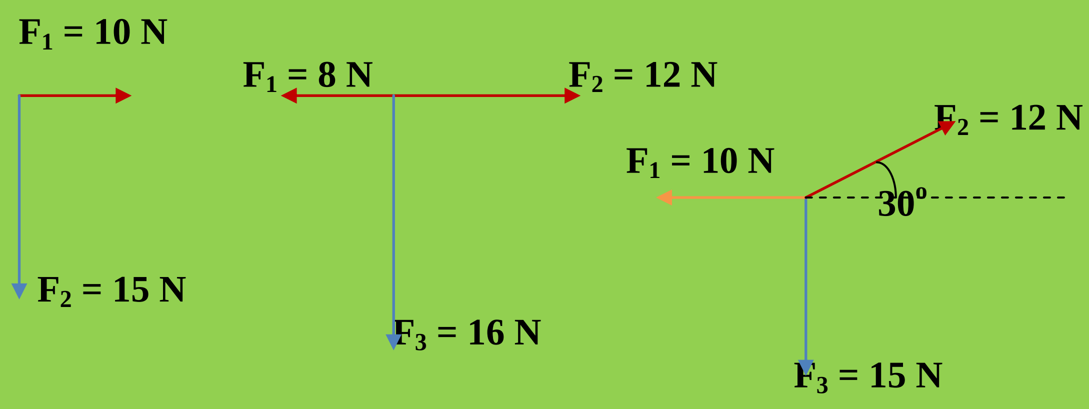
cos α = cateto contiguo / hipotenusa

El cateto opuesto a α es equivalente al valor de Fy. Luego:

sen α = AB / OA ; sen α = Fy / F → Fy = F . sen α
cos α = OB / OA ; cos α = Fx / F → Fx = F . cos α

Problema resuelto

Establecer la resultante de cada uno de los diagramas de fuerzas siguientes:

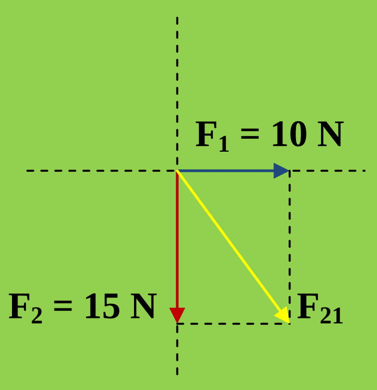


Resolución:

Para realizar este tipo de ejercicios seguiremos los siguientes pasos:

a) **Llevaremos el diagrama de fuerzas a unos ejes de coordenadas.**
b) **Trabajaremos con pares de fuerzas que sea sencillo hallar su resultante.**
c) **Continuaremos este proceso hasta llegar a tener solamente dos fuerzas cuya resultante sea fácil de calcular (sea uno de los casos estudiados**

a)



$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2}$

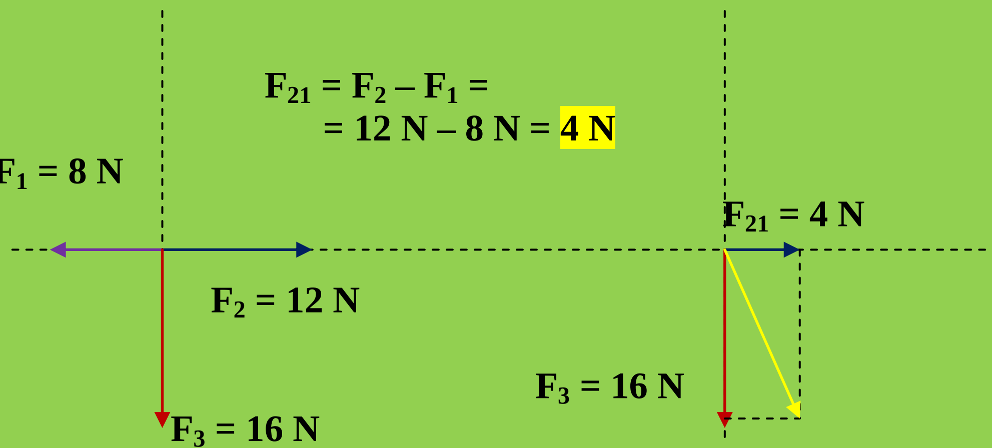
$F_{21} = [(10\ N)^2 + (15\ N)^2]^{1/2}$

$F_{21} = (100\ N^2 + 225\ N^2)^{1/2}$

$F_{21} = (325\ N^2)^{1/2} =$ **18,03 N**

b)

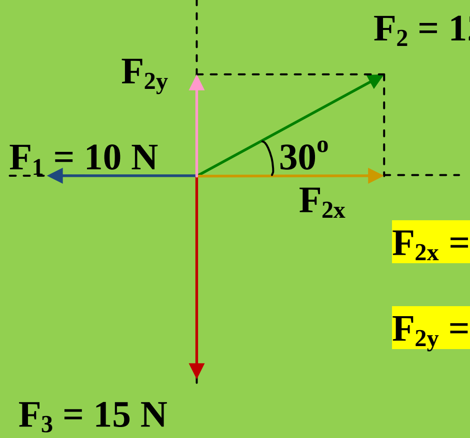
$F_{21} = F_2 - F_1 =$
$= 12\ N - 8\ N = 4\ N$



$$F_{321} = (F_3^2 + F_{21}^2)^{1/2} = (16^2 + 4^2)^{1/2} = 16,5\ N$$

c)

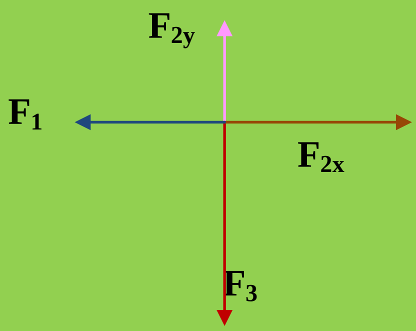
Descomponemos F_2



$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 30^o = 12 \cdot 0,87 = 10,44\ N$

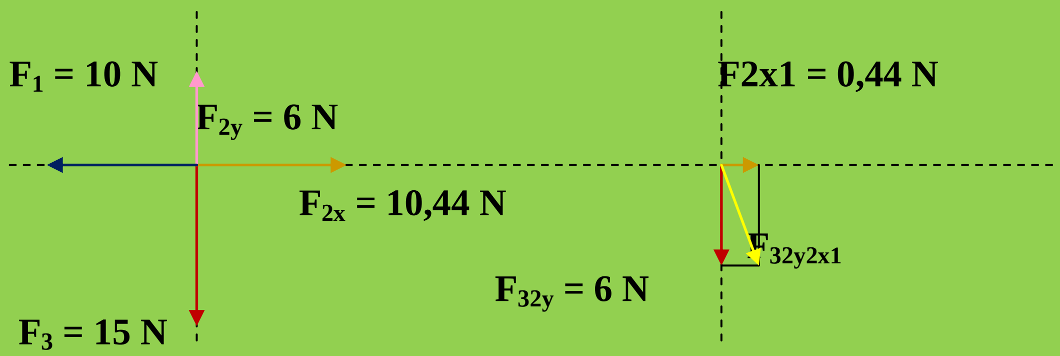
$F_{2y} = F_2 \cdot \text{sen}\ 30^o = 12 \cdot 0,5 = 6\ N$

Ya tenemos todas las fuerzas en los ejes de coordenadas:



$F_{2x1} = F_{2x} - F_1 = 10,44 - 10 = 0,44\ N$

$F_{32y} = F_3 - F_{2y} = 15 - 6 = 9\ N$



$$F_{32y2x1} = (F_{32y}^2 + F_{2x1}^2)^{1/2} = [(6^2 + (0,44)^2)]^{1/2} = 6,016 \text{ N}$$

Ya hemos estudiado lo suficiente las fuerzas para poder establecer una nueva ecuación de la *LEY FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA*:

$$\sum F = m \cdot a$$

En donde ∑ (sumatorio) representa el conjunto de fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Hemos abierto la posibilidad de que sobre un cuerpo actúen a un mismo tiempo varias fuerzas, en donde ∑F es la *resultante*.

Vamos a complicar un poco más la obtención de DIAGRAMAS DE FUERZAS. Vamos a trabajar en planos inclinados con problemas planteados y resueltos para que aprendáis a trabajar sin necesidad de aprenderse un montón de fórmulas.

Ejemplo resuelto

Tenemos un cuerpo de masa 5 Kg en lo alto de un plano inclinado 45º sobre la horizontal y de 20 metros de longitud. Determinar, suponiendo que no existe rozamiento:

a) **La velocidad con la que llega a la parte baja del plano inclinado.**
b) **El tiempo que tarda en recorrer los 20 metros del plano.**

Resolución

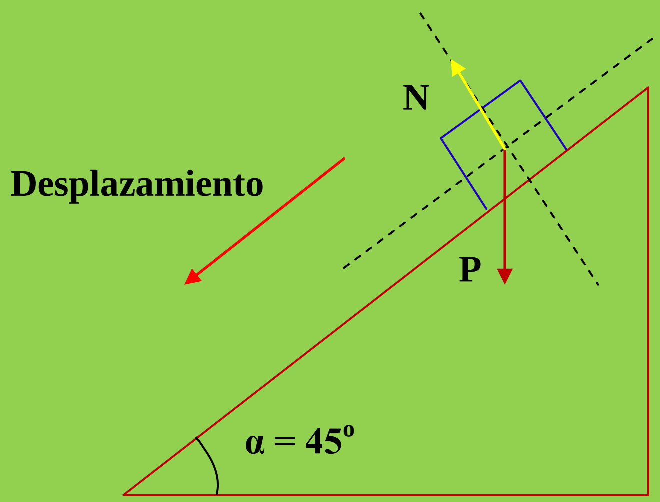
Es muy normal que se mezclen los problemas de Dinámica y Cinemática.

a)
Con los datos que nos proporcionan, mediante la ecuación:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad (1)$$

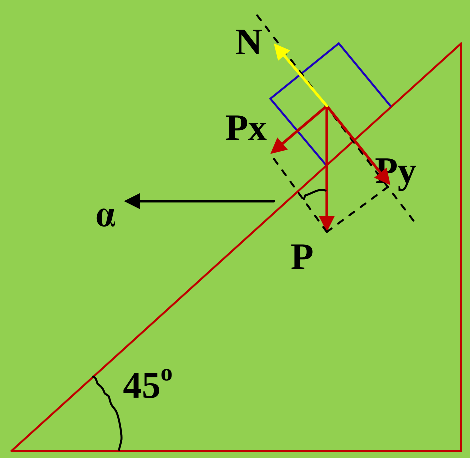
La $V_o = 0$ luego para conocer la V_f debemos conocer la aceleración. Empezamos con la Dinámica:

Situaremos el cuerpo en la parte superior, haremos pasar unos ejes de coordenadas sobre él y estableceremos la fuerzas que actúan.



Según estas fuerzas, no existe la que determina el desplazamiento descendente del cuerpo sobre el plano inclinado.

Vamos a proyectar el peso sobre los ejes de coordenadas:



Con la obtención del diagrama de fuerzas ya hemos hecho algo muy importante. Ahora estudiaremos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cada uno de los ejes de coordenadas:

Eje OY:

Si hubiéramos trabajado con papel milimetrado podríamos observar que la longitud del vector N y la del vector Py son exactamente iguales. Esto implica, si os acordáis del caso de fuerzas concurrentes en un punto, de igual intensidad, igual dirección y sentido contrario, que la resultante se obtenía mediante la diferencia de las fuerzas luego, en este eje: OY

$$\sum F = Py - N = N - Py = 0$$

Nos podemos olvidar de Py y de la N.

En el eje OY no actúa fuerza alguna.

Eje OX:

En este eje el ∑ F lo determino de la siguiente forma:

$$\sum F = F_{ganan} - F_{pierden}$$

Las F_{ganan} son aquellas que llevan el mismo sentido del desplazamiento del cuerpo. La $F_{pierden}$, las que llevan sentido contrario. En nuestro caso:

$$\sum F = m \cdot a \quad (2)$$

$$Px - 0 = m \cdot a$$

Si en el diagrama de fuerzas observáis el triángulo $\widehat{OPxP}$ vemos que:

$$\text{sen}\ \alpha = Px / P \rightarrow Px = P \cdot \text{sen}\ \alpha \ ; \ P = m \cdot g \rightarrow Px = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$$

Si nos vamos a (2):

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\, \alpha = m \cdot a$$

$$a = g \cdot \text{sen}\, \alpha$$

Está ecuación NO QUIERO QUE LA APRENDÁIS DE MEMORIA, quiero que sepáis deducirla.

Con esta ecuación conoceremos la aceleración de bajada:

$$a = 9{,}8\ m \cdot s^{-2} \cdot \text{sen}\ 45^o \quad ; \quad a = 6{,}86\ m \cdot s^{-2}$$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad ; \quad V_f^2 = 0 + 2 \cdot 6{,}86\ m \cdot s^{-2} \cdot 20\ m = 274{,}4\ m^2 \cdot s^{-2}$$

$$V_f = (\ 274{,}4\ m^2 \cdot s^{-2})^{1/2} \quad ; \quad V_f = 16{,}56\ m \cdot s^{-1}$$

b)
En lo referente al tiempo:

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad ; \quad 16{,}56\ m \cdot s^{-1} = 0 + 6{,}86\ m \cdot s^{-2} \cdot t$$

$$16{,}56\ m \cdot s^{-1} = 6{,}86\ m \cdot s^{-2} \cdot t \quad ; \quad t = 16{,}56\ m \cdot s^{-1} / 6{,}86\ m \cdot s^{-2}$$

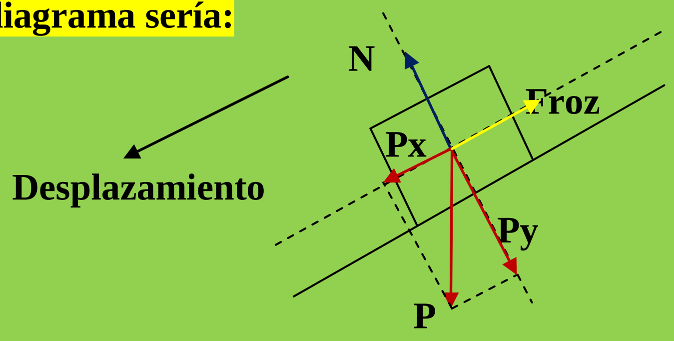
$$t = 2{,}4\ s$$

Observar que para resolver el ejercicio hemos tenido que recordar ecuaciones de Cinemática pero respecto a la Dinámica, la única ecuación que hemos utilizado ha sido:

$$\sum F = m \cdot a$$

Una pequeña variación haría que el diagrama de fuerzas sea distinto y por lo tanto la ecuación final de la aceleración sería distinta a la anterior. Por ejemplo, si existe una fuerza de rozamiento de 2 N:

El diagrama sería:



Eje OY: **N = Py → ∑ F = 0 (N y Py se anulan mutuamente)**

Eje OX: **∑ F = m . a**

Fganan – Fpierden = m .a

Px – Froz = m . a

m . g . sen α - Froz. = m . a

a = (m . g . sen α – Froz.) / m

Observar como la aceleración es distinta a la aceleración de la primera situación.

Con el nuevo valor de la aceleración podemos terminar de realizar el problema, con las mismas ecuaciones del primer enunciado.

Ejemplo resuelto

En la base de un plano inclinado, 30º sobre la horizontal, tenemos un cuerpo de 5 Kg de masa. Le aplicamos una fuerza constante de 100 N paralela al plano inclinado y en sentido ascendente, adquiere una velocidad de 20 m.s^{-1}.

a) **¿Qué espacio habrá recorrido, sobre el plano inclinado, a los 20 segundos de iniciado el movimiento.**
b) **¿Qué tiempo ha tardado en recorrer ese espacio?.**

Resolución

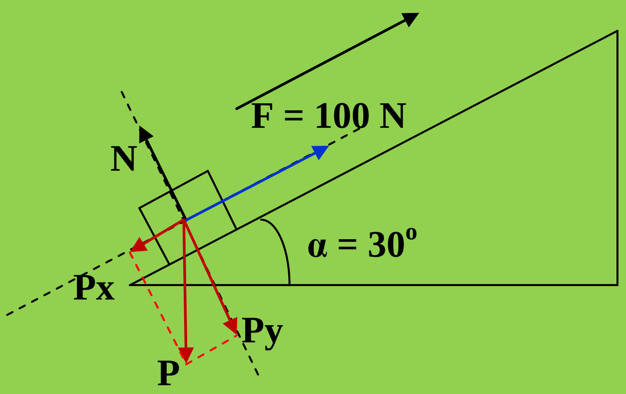
Leemos el problema y recordamos que el cuerpo está sometido a una fuerza lo que implica una aceleración. Esto me dice que nos encontramos frente a una situación de un M.R.U.A:

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad (1)$$

$$e = e_o + V_o \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2 \quad (2)$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad (3)$$

En todos los casos nos vemos en la necesidad del cálculo de la aceleración y para ello no tenemos más remedio que plantearnos el diagrama de fuerzas:



Eje OY: N = Py → Se anulan mutuamente. No intervienen.

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$\sum F = F_{ganan} - F_{pierden}$$

$$F - Px = m \cdot a \quad ; \quad Px = m \cdot g \cdot sen\ \alpha$$

$$100 - m \cdot g \cdot sen\ 30^o = m \cdot a$$

$$100 - 5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 = 5 \cdot a \quad ; \quad a = 75{,}5 / 5 = 15{,}1\ m \cdot s^{-2}$$

Si trabajamos en el S. I. y nos sabemos las unidades de las diferentes magnitudes con las que hemos trabajado, podemos eliminar unidades de la ecuación y hacer el cálculo más rápido.

a)
Podemos utilizar la ecuación (3):

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 . a . e$$

$$(20\ m.s^{-1})^2 = 0 + 2 . 15{,}1\ m.s^{-2} . e$$

$$400\ m^2 . s^{-2} = 30{,}2\ m . s^{-2} . e$$

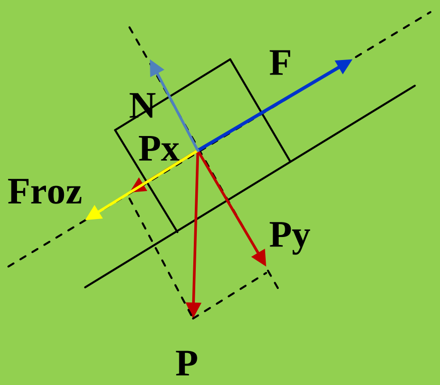
$$e = 400\ m^2 . s\text{-}2 / 30{,}2\ m . s\text{-}2 \quad ; \quad e = 13{,}24\ m$$

b)
En lo referente al tiempo:

$$Vf = Vo + a . t \quad ; \quad 20\ m . s\text{-}1 = 0 + 15{,}1\ m.s\text{-}2 . t$$

$$t = 20\ m.s^{-1} / 15{,}1\ m.s^{-2} \quad ; \quad t = 1{,}32\ s$$

Supongamos ahora la existencia de una fuerza de rozamiento de 5 N. El diagrama de fuerzas será:



Eje OY: $N = Py \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m . a$

$$Fganan – Fpierden = m .a$$

$$F – (Px + Froz) = m . a$$

$$a = [F - (Px + Froz.)] / m$$

$$a = (F – m . g\ sen\ \alpha – Froz.) / m$$

La aceleración es distinta a la aceleración de la situación inicial. El diagrama de fuerzas ya no es el mismo y ∑ F también será distinto. El resto del problema lo podéis resolver con el nuevo valor de la aceleración.

Creo que he transmitido el hecho de que en Dinámica la única fórmula que existe es:

$$\sum F = m \cdot a$$

PARA CADA SITUACIÓN HAY UNA EXPRESIÓN DE ∑F. Pueden aparecer multitud de fórmulas en Dinámica, partiendo siempre de la misma (∑F = m . a).

Problema resuelto

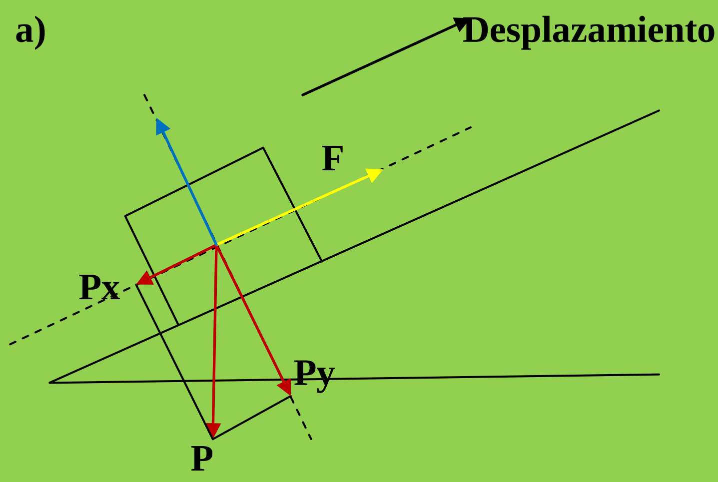
Para subir un cuerpo de 10 kg por un plano inclinado liso (sin rozamiento) que forma un ángulo de 30º con la horizontal, se le aplica una fuerza de 130 N en la dirección de la máxima pendiente del plano (p_x = 49 N).

a. **Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.**
b. **Halla la resultante sobre cada uno de los ejes (perpendicular y paralelo al plano).**
c. **Calcula la aceleración con la que sube por el plano.**
d. **Calcula la velocidad que tiene cuando ha recorrido 20 m.**

a) **Resuelve el ejercicio suponiendo que existe una fuerza de rozamiento 20 N.**

Resolución

a)



b)

Eje OY: **N = Py → ∑F = 0**

Eje OX: **∑F = m . a**

∑F = Fganan – Fpierden = 130 N – Px = 130 N – 49 N = 81 N

c) Trabajamos en el eje OX. En el eje OY hemos visto que ∑F = 0

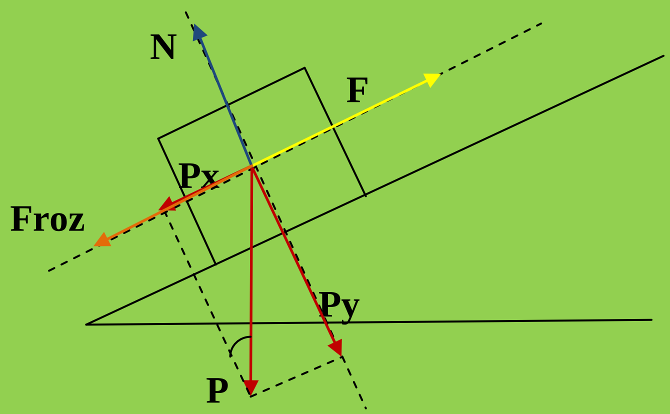
∑F = m . a ; 81 N = 10 Kg . a ; a = 81 N / 10 Kg = 8,1 m.s^{-2}

d) En Cinemática:

$V_f^2 = V_o^2 + 2 . a . e$; $V_o = 0 \rightarrow V_f^2 = 2 . a . e$

$Vf = (2 . a . e)^{1/2}$; V_f = (2 . 8,1 m.s-2 . 20 m)1/2 = 18 m.s^{-}

e) El nuevo diagrama será:



Eje OY: **N = Py → ∑F = 0**

Eje OX: **∑F = m . a**

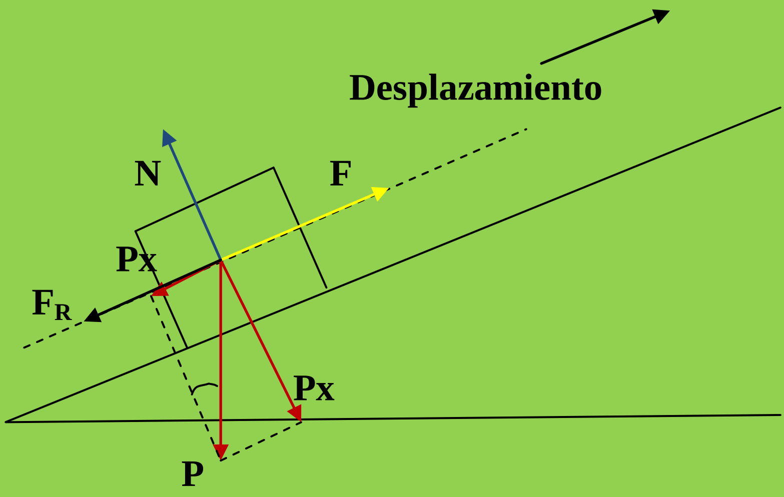
Fganan – Fpierden = m . a

F – (Px – Froz) = m . a

De esta expresión obtenemos el valor de "a" y podemos realizar el resto del problema.

Problema resuelto

Se quiere subir un cuerpo de 200 Kg por un plano inclinado 30 º con la horizontal. Determinar la fuerza que debería aplicarse al cuerpo para que ascendiera por el plano a velocidad constante.



Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

El desplazamiento es paralelo al eje OX.

Veamos las fuerzas que actúan en este eje.

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$$

$$F - P_x - F_R = m \cdot a \quad ; \quad F - m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha - F_R = m \cdot a$$

Como queremos que el cuerpo suba a velocidad constante, la aceleración debe valer cero (a = 0). Luego:

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha - F_R = m \cdot 0$$

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha - F_R = 0$$

$$F = m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha + F_R$$

$$F = 200\ \text{Kg} \cdot 9{,}8\ \text{m.s-2} \cdot \text{sen}\ 30^o + F_R = 980\ \text{N}$$

$$F_R = \mu \cdot N$$

El enunciado del problema no nos dice nada sobre el coeficiente de rozamiento. El resultado del problema será de la forma:

$$F = 200\ Kg \cdot 9{,}8\ m.s\text{-}2 \cdot sen\ 30^o + F_R = 980\ N$$

$$F = 980 + F_R$$

Problema Propuesto

Un cuerpo de m = 3Kg se encuentra en la parte más alta de un plano inclinado 30º con respecto a la horizontal, determina :

a) **La aceleración con que desciende por el plano si no existe fuerza de rozamiento.**
b) **La aceleración cuando la fuerza de rozamiento vale 0,5 N.**

(IES MORATO. Enunciado)

Problema Propuesto

Un bloque de 2Kg de masa se encuentra sobre un plano horizontal, si sobre él actúa una fuerza de 20N que forma un ángulo de 30º con respecto a la horizontal, calcula la velocidad que lleva después de recorrer 2m.(IES MORATO. Enunciado)

Problema Propuesto

Calcula el valor de la fuerza paralela al plano que debemos ejercer sobre un cuerpo m = 2 Kg para que suba por un plano inclinado 30º con respecto a la horizontal con una aceleración de 2 m/s^2 .No existe rozamiento. (IES MORATO)

Problema resuelto

Un bloque de m=2 Kg. se encuentra en la parte superior de un plano inclinado 30º y de longitud 4m, después continúa moviéndose por un plano horizontal hasta que se para, por la oposición al avance de una fuerza de 2N, calcula:

- **Aceleración con que desciende por el plano inclinado.**
- **Tiempo que tarda en recorre los 4m de longitud del plano inclinado.**
- **Velocidad con que llega al final de dicho plano.**
- **Calcula la aceleración que llevará por el plano horizontal.**

- **Tiempo que tarda en detenerse.**(Fuente ENUNCIADO: IES MORATO. Resolución: A. Zaragoza)

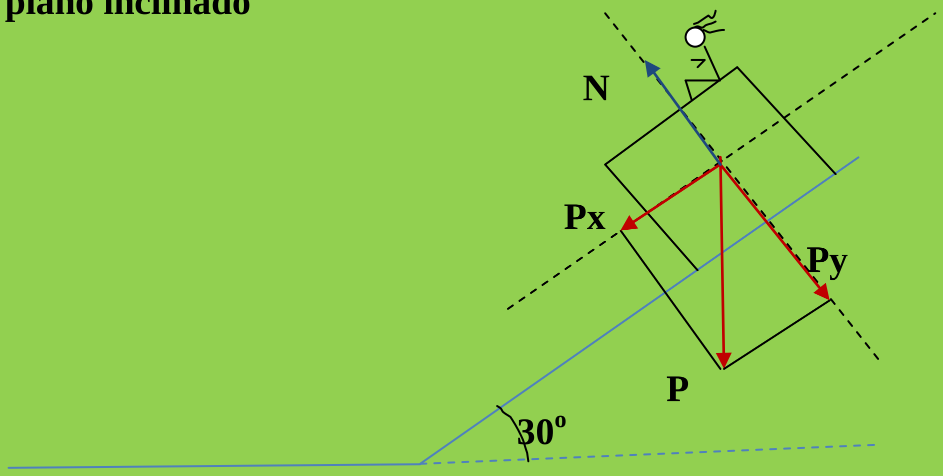
Resolución

a) **Mirad, estoy cansado, no, aburrido de hacer tantas fuerzas y descomposiciones de las mismas. Para animarme y seguir realizando el tema voy a subirme arriba del cuerpo que se va a desplazar. Podré de esta forma observar si se dan las condiciones para que se produzca la experiencia propuesta en el problema.**

b) **Veamos:**

a) **¿Está dibujado el peso? SI**
b) **¿Están dibujadas las componentes del peso? SI**
c) **¿Está dibujada la normal? SI**
d) **¿Hay fuerzas de rozamiento? NO**

Todo está en condiciones. Pues nos vamos para la parte baja del del plano inclinado



Veamos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su desplazamiento por el plano inclinado:

Eje OY: $N = Py \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

Fganan – Fpieden = m . a

Px – 0 = m . a ; $Px = m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha \rightarrow$

$m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha = m \cdot a$

$a = g \cdot sen\ \alpha$; $a = 9{,}8\ m.s^{-2} \cdot sen\ 30^o = 4{,}9\ m.s^{-2}$

c) **Tiempo en descender el plano de 4 metros de largo:**

$e = V_o \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$; $V_o = 0 \rightarrow$ $e = ½ \cdot a \cdot t^2$

$4\ m = ½ \cdot 4{,}9\ m.s^{-2} \cdot t^2$; $t = (8\ m / 4{,}9\ m.s^{-2})^{1/2}$

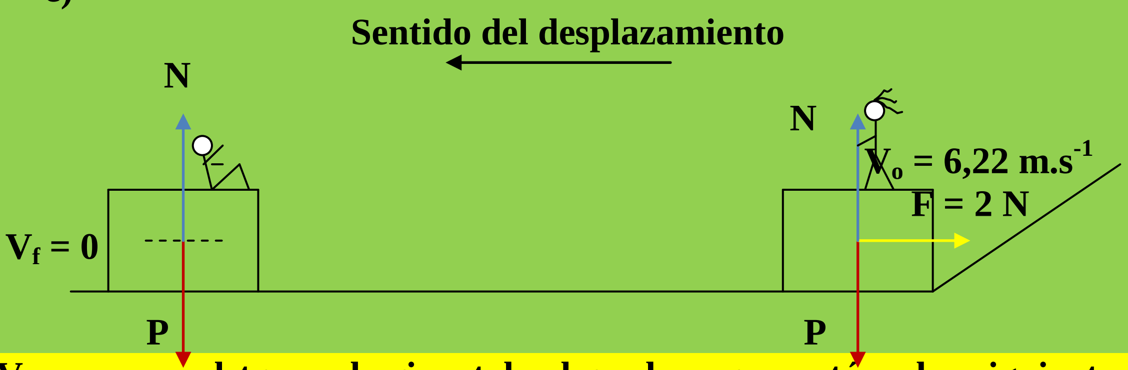
$t = 1{,}27\ s$

d) V_f?

$V_f = V_o + a \cdot t$; $V_o = 0 \rightarrow$ $V_f = a \cdot t$

$V_f = 4{,}9\ m.s^{-2} \cdot 1{,}27\ s = 6{,}22\ m.s^{-1}$

e)



Veamos, en el tramo horizontal sobre el cuerpo actúan las siguientes fuerzas:

Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

Antes de obtener el valor de la aceleración, pensemos. Como la fuerza que actúa lleva el sentido contrario al desplazamiento, la aceleración debe ser negativa. Veamos si es cierto:

$$Fganan - Fpierden = m \cdot a$$

$$0 - F = m \cdot a \ ; \ 0 - 2\ N = 2\ Kg \cdot a$$

$$a = -2\ N / 2\ Kg \ ; \ a = -1\ m.s^{-2}$$

En lo referente al tiempo que tarda en pararse, sabemos:

$$\left.\begin{array}{l} V_o = 6{,}22\ m.s^{-1} \\ a = -1\ m.s^{-2} \\ V_f = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} V_f = V_o + a\ .\ t\ \ ;\ 0 = 6{,}22\ m.s\text{-}1 + (-1\ m.s\text{-}2)\ .\ t \\ 0 = 6{,}22\ m.s^{-1} - 1\ m.s^{-2}\ .\ t \\ 1\ m.s^{-2}\ .\ t = 6{,}22\ m.s^{-1} \\ t = 6{,}22\ m.s^{-1} / 1\ m.s^{-2} = 6{,}22\ s \end{array}$$

5.- Fuerzas en Equilibrio

En la última visita que tuve con el psiquiatra, me decía el buen hombre: Antonio, la clave para resolver tus problemas pasa por tener una cabeza BIEN MONTADA, bien EQUILIBRADA.

Debes tener una cabeza BIEN ESTRUCTURADA, bien EQUILIBRADA, me decía el psicólogo.

¡Qué buenos profesionales tengo¡. Si tuviera una cabeza bien EQUILIBRADA, MONTADA o ESTRCTURADA al último lugar donde yo iría es a la consulta de un psiquiatra o de un psicólogo.

Que mi cabeza esté bien montada o bien equilibrada, por supuesto que es problema MIO. Vuestro problema reside en saber cuando las *fuerzas se equilibran* y cómo las *fuerzas actúan sobre los cuerpos, cuando se encuentran en equilibrio*.

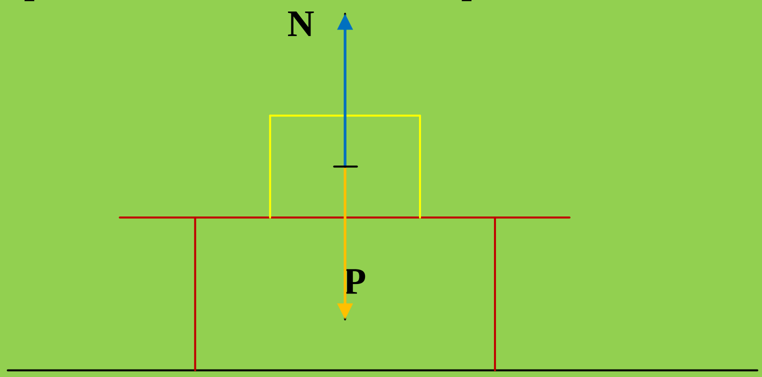
Me parece que ya podemos llegar a conclusiones: *Dos, o más fuerzas, están en equilibrio cuando su resultante vale cero*:

$$\sum F = 0$$

Como las fuerzas actúan sobre los cuerpos podemos decir: Un cuerpo se encuentra en equilibrio cuando la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él sea nula:

$$\sum F = 0$$

Supongamos un cuerpo de masa "m" colocado encima de una mesa. Las fuerzas que actúan sobre dicho cuerpo son:



Como vemos actúan dos fuerzas: La N(normal) y el P(peso). Ambas son de igual intensidad, igual dirección pero de sentido contrario. Su resultante será la diferencia entre las dos:

$$F_{resultante} = P - N = 0$$

Sobre el cuerpo no actúa fuerza alguna, no hay movimiento y por lo tanto se encuentra en EQUILIBRIO. Hemos establecido el EQUILIBRIO ESTÁTICO.

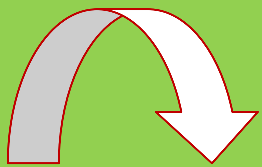
¿Puede un cuerpo que está en movimiento, estar en equilibrio?

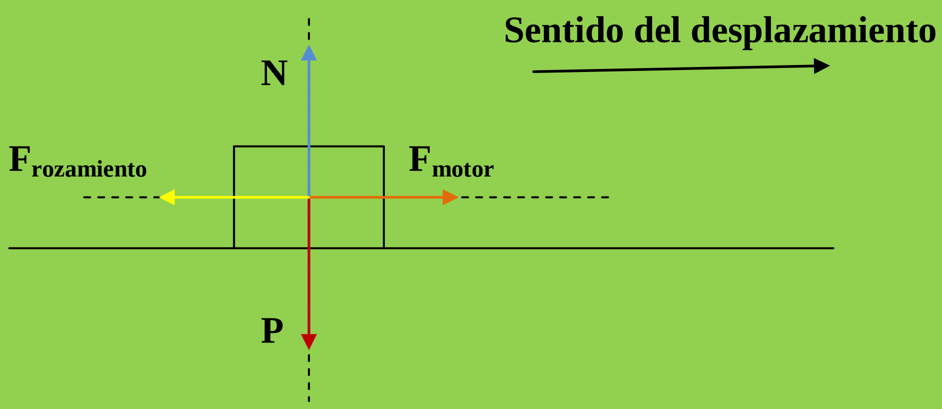
Siempre que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él se anulen, SÍ.

Veamos un ejemplo:

Un móvil se desplaza por una carretera. Sobre dicho móvil van a actuar las siguientes fuerzas:

a) **El peso.**
b) **La Normal.**
c) **La fuerza del motor.**
d) **Las fuerzas de rozamiento (con el suelo, aire, etc…)**





Según hemos visto, el peso y la normal se anulan mutuamente (eje OY).

Si la fuerza del motor fuera igual al conjunto de las fuerzas de rozamiento, la resultante (eje OX) sería cero:

$$F_{motor} - F_{rozamiento} = 0 \rightarrow \sum F = 0 \quad (1)$$

Por el principio Fundamental de la Dinámica sabemos que:

$$\sum F = m \cdot a$$

Si llevamos la condición (1) a la ecuación anterior, nos quedaría:

$$m \cdot a = 0 \rightarrow a = 0 / m \rightarrow a = 0$$

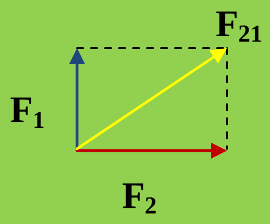
El móvil no tendría aceleración, pero no tener aceleración no implica no existir movimiento. En estas condiciones el cuerpo se movería con MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME. El cuerpo se desplazaría hacia la derecha, según el croquis, pero con velocidad constante. Hemos establecido las condiciones del *EQUILIBRIO DINÁMICO*.

Problema resuelto

Tres fuerzas aplicadas a un mismo punto se equilibran entre sí. Dos de ellas son perpendiculares y sus intensidades valen 10N y 20N. ¿Qué características tendrá la tercera fuerza?. Haga un esquema.(IES MORATO. Enunciado)

Resolución:

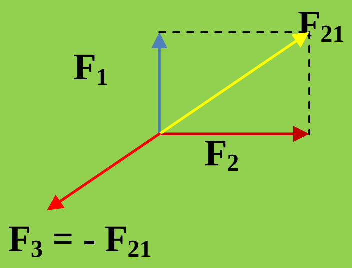
Trabajaremos con las dos fuerzas que conocemos y que podemos calcular su resultante:



$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} \;;\quad F_{21} = (10^2 + 20^2)^{1/2} \;;\quad F_{21} = (100 + 400)^{1/2}$$

$$F_{21} = 22,4\ N$$

La tercera fuerza, F_3, tiene que establecer el equilibrio en el sistema, luego numéricamente debe valer 22,4 N, tener la misma dirección de F_{21} y sentido contrario, es decir:



Problema resuelto

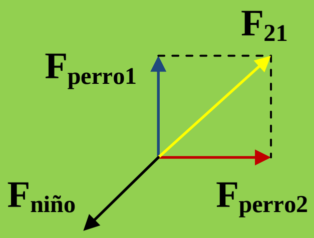
Un niño sujeta en cada una de sus manos un perro atado a una correa. Los dos perros tiran del niño en direcciones perpendiculares y con las fuerzas de 1N y 1,5N. ¿Cómo debe ser la fuerza que haga el niño para no moverse?

(Fuente de Enunciado: IES MORATO. Resolución: A. Zaragoza)

Resolución:

Para que el niño no se mueva el sistema (los dos perros y el niño) debe estar en equilibrio. Para ello el niño tendrá que realizar una fuerza que equilibre a la resultante (F_{21}) de las fuerzas que ejercen los perros, es decir, del mismo valor, de la misma dirección y de sentido contrario.

Según el esquema:



$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} \quad ; \quad F_{21} = [\,1^2 + (1{,}5)^2]^{1/2}$$

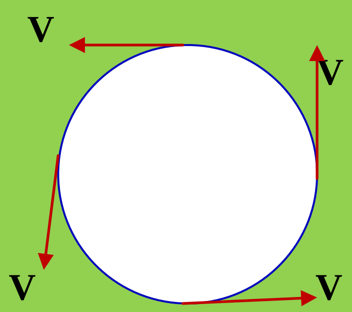
$$F_{21} = (\,1 + 2{,}25\,)^{1/2} \quad ; \quad F_{21} = 1{,}8\ N$$

La fuerza que debe ejercer el niño vale 1,8 N.

6.- Aceleración Centrípeta

A estas alturas del tema os pregunto *¿Puede un cuerpo llevar velocidad constante y tener aceleración?* Recordar que velocidad constante implicaba aceleración cero.

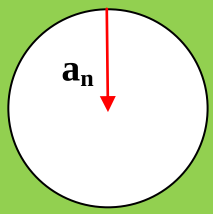
Un cuerpo está describiendo un movimiento circular con velocidad lineal constante:



La velocidad es una magnitud vectorial y por tanto goza de :

a) **Intensidad o módulo.**
b) **Dirección.**
c) **Sentido.**

Puede ocurrir que el módulo no varíe (por ejemplo, 20 $m.s^{-1}$) pero su dirección y sentido SÍ y cuando existe una variación en alguna de las características del vector velocidad va a existir una aceleración. A esta aceleración le llamamos ACELERACIÓN NORMAL (a_n).



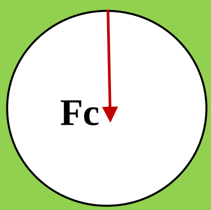
La a_n tiene la dirección y sentido hacia el centro de la trayectoria circular. Se trata de una magnitud vectorial y su unidad es m . s^{-2}

Su módulo se puede obtener por la ecuación:

$$\boxed{a_n = \frac{V^2}{R}}$$

Y repito, *representa la variación de la dirección y el sentido del vector velocidad*.

Si existe una aceleración, debe existir una fuerza que la produzca. A esta fuerza se le llama *FUERZA CENTRÍPETA* cuya dirección y sentido es hacia el centro de la trayectoria circular:



El valor de Fc, como fuerza que es, será:

$$F = m \cdot a$$

En este caso: $a = a_n$

$a_n = V^2/R$

$$Fc = m \cdot V^2/R$$

Problema resuelto

Cuando un automóvil recorre una curva sobre terreno horizontal, la fuerza centrípeta necesaria para ello es el rozamiento entre las ruedas y el suelo. Si un automóvil describe una curva de 50 m de radio a 90 Km/h ¿Cuánto valdrá la Fuerza centrípeta si la masa del automóvil es de 1000 Kg?.

Resolución

R = 50 m

V = 90 Km/h . 1000 m/1h . 1 h/3600 s = 25 m/s

m = 1000 Kg

$Fc = m . V^2/R$; $Fc = 1000 Kg . (25 m/s)^2/50 m =$

Fc = 12500 N

7.- Ley de Gravitación Universal

¿A qué puede referirse el siguiente dibujo?

Todos sabemos que cuando el rabito que une la manzana al árbol se rompe, la manzana cae hacia abajo (suelo). Pero Newton era una persona muy inteligente y siempre que tengo que explicar este punto del tema, me hago la siguiente pregunta¿ Era Newton un GENIO en Física antes de que le callera la manzana, o fue el manzanazo quien despertó la inteligencia de este Señor?. La contestación es muy sencilla si estudiamos un poco los trabajos de Newton.

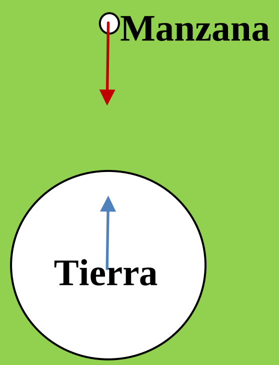
Sir Isaac Newton fue un físico, filósofo, teólogo, inventor, alquimista y matemático inglés, autor de los *Philosophiae naturalis principia mathematica*, más conocidos como los *Principia*, donde describió la *ley de gravitación universal* y estableció las bases de la mecánica clásica mediante las leyes que llevan su nombre. Entre sus otros descubrimientos científicos destacan los trabajos sobre la naturaleza de la luz y la óptica y el desarrollo del cálculo matemático.

Newton fue el primero en demostrar que las leyes naturales que gobiernan el movimiento en la Tierra y las que gobiernan el movimiento de los cuerpos celestes son las mismas. Es, a menudo, calificado como el *científico* más grande de todos los tiempos. El matemático y físico matemático Joseph Louis Lagrange (1736–1813), dijo que "Newton fue el más grande genio que ha existido y también el más afortunado dado que sólo se puede encontrar una vez un sistema que rija el mundo."

Según este Curriculum no podemos decir que Newton fuera una persona que admitiera los fenómenos porque sí. El necesitaba una explicación de los fenómenos que se producían en la Naturaleza. Por ello, cuando recibió el manzanazo, él quería saber por qué la manzana caía hacia el suelo y no subía hacia arriba. Sus investigaciones sobre este fenómeno le llevó a establecer ***LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL***.

Newton estudiando el movimiento de la Tierra alrededor del Sol llegó a la conclusión de que entre el Sol y la Tierra debía de existir una fuerza de atracción que dependería de las masas de los cuerpos (Sol y Tierra) y de la distancia de separación entre ellos. Dicho de otra forma:

Si la manzana cae hacia el suelo en dirección y sentido hacia el centro de la Tierra es porque la Tierra ejerce una fuerza sobre la manzana y la manzana ejerce una fuerza sobre la Tierra de la misma intensidad, en igual dirección pero en sentido contrario . Esta fuerza es directamente proporcional al producto de de las masas de los cuerpos (Tierra y manzana) e inversamente proporcional a la distancia de separación al cuadrado.



Según Newton: Cuando tenemos dos cuerpos de masas m_1 y m_2 a una distancia determinada, "d", dichos cuerpos se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional a la distancia de separación al cuadrado.

La expresión matemática de esta ley quedaría de la forma:

$$\boxed{F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}}$$

Ecuación que se conoce como ECUACIÓN DE LA LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL.

G se conoce como CONSTANTE DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL. Y tiene un valor , en el S.I., de:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 / Kg^2$$

Cuando uno de los cuerpos es la Tierra y el otro cuerpo se encuentra en la superficie de la Tierra, la ecuación de la ley de Gravitación la podemos expresar de la forma:

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot m_c}{R_T^2} \quad (1)$$

De esta expresión podemos decir que:

$$g \text{ (valor de la aceleración de la gravedad)} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

recordar el famoso $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

y la ecuación (1) quedaría de la forma:

$$F = g \cdot m_c \rightarrow F = m \cdot g$$

es decir, acabamos de establecer el peso de los cuerpos:

$$P = m \cdot g$$

ecuación que ya conocemos.

Problema resuelto

Calcular la velocidad lineal y angular de la luna, en su órbita alrededor de la tierra, expresando la velocidad angular en rad/s y en vueltas/día. (Datos: G= $6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²/Kg²; Mt=$5{,}98\cdot10^{24}$ Kg; R(tierra- luna)= $3{,}84\cdot10^{8}$ m).

Resolución:

$V = \Delta e/t$

Δe será la longitud de la trayectoria (circular) = $2 \cdot \pi \cdot R$

$\Delta e = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}84 \cdot 10^{8}$ m = $24{,}11 \cdot 10^{8}$ m

La luna tarda aproximadamente 28 días en dar una vuelta a la tierra.

t = 28 días . 24 h/ 1 día . 3600 s / 1 h = $2{,}42 \cdot 10^{6}$ s

luego:

$V = 24{,}11 \cdot 10^{8}$ m / $2{,}42 \cdot 10^{6}$ s = 996,3 m.s^{-1}

Recordemos que:

$V = \omega \cdot R$; $\omega = V / R$; ω = 996,3 m.s-1 / $3{,}84 \cdot 10^{8}$ m

$\omega = 259{,}45 \cdot 10^{-8}$ rad/s = $2{,}59 \cdot 10^{-6}$ rad/s

En lo referente a vueltas /día partiremos de V:

V = 996,3 m.s-1. (1 vuelta / $24{,}11 \cdot 10^{8}$ m) . (86400 s / 1 día) =

= $3{,}57 \cdot 10^{-2}$ vueltas / día

Problema resuelto

Sabiendo que la luna tiene una $m = 7,3.10^{22}$Kg y que su radio es de 1740Km, determina:

- **El valor de la gravedad sobre la superficie de la luna.**
- **El peso de un hombre de M=80Kg situado sobre la superficie lunar.(IES MORATO)**

El problema debería dar más datos.

Resolución:

a) **Se dedujo en el apartado teórico que:**

$$g = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$$

$$1740\ Km \cdot 1000\ m / 1\ Km = 1,74 \cdot 10^6\ m$$

$$g = (6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/ Kg^2)\ 7,3 \cdot 10^{22}\ Kg / (1,74 \cdot 10^7\ m)^2 =$$

$$= (48,69 \cdot 10^{11}\ N \cdot m^2 / Kg) / 3 \cdot 10^{12}\ m^2 = 16,23 \cdot 10^{-1}\ N/Kg =$$

$$= 1,62\ N/Kg = 1,62\ m/s^2 = 1,62\ m.s^{-2}$$

b) **Sabemos que:**

$$P = m \cdot g_L \quad ; \quad P = 80\ Kg \cdot 1,62\ N/Kg = 129,6\ N$$

Problema resuelto

¿ A qué distancia deben situarse dos cuerpos de masa 10^9g para que se atrajeran con una fuerza de 1 N.? (IES MORATO. Enunciado)

Resolución:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \quad ; \quad d^2 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{F}$$

$$m = 10^9\ g \cdot 1\ Kg / 1000\ g = 10^6\ Kg$$

$d = (G \cdot m_1 \cdot m_2 / F)^{1/2}$

$d = (6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 / Kg^2 \cdot 10^6\ Kg \cdot 10^6\ Kg / 1\ N)^{1/2} = (6{,}67 \cdot 10\ m^2)^{1/2} =$

$= 8{,}16\ m.$

***Segunda Parte*:**

Estudio de la *Dinámica de Traslación* a nivel de *1º de Bachillerato*

1.- Momento Lineal. Conservación del Momento Lineal

Cantidad de movimiento. Conservación de la cantidad de movimiento. Choques
http://www.proyectosalonhogar.com/Enciclopedia_Ilustrada/Ciencias/Cantidad_Movimiento.htm

Momento lineal. Conservación del Momento Lineal
http://html.rincondelvago.com/fuerzas-y-leyes-de-newton.html

Momento lineal. Conservación del Momento Lineal. Choques
http://fisicayquimicaenflash.es/dinamica/dinamica01b.htm

Tipos de choques
http://www.fisica-facil.com/Temario/Trabajo/teorico/Choque/Choques.htm

Problemas de choques
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/examenes/choques/choques.htm

Video: Momento lineal o Cantidad de movimiento. Impulso mecánico.
http://www.youtube.com/watch?v=5uLsG7pWz54

Video: Conservación de la Cantidad de Movimiento
http://www.youtube.com/watch?v=Vtzy34p_Zd4

El *Momento Lineal* o *Cantidad de Movimiento* se define como el producto de la masa por el vector velocidad:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

como $\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k} \rightarrow \vec{p} = m \cdot (v_x\, i + v_y\, j + v_z\, k)$

Se trata de una *magnitud vectorial*. Con las características de estas magnitudes:

a) **Módulo:**

$$|\vec{p}\,| = m \cdot |\vec{V}\,|$$

b) **Dirección y sentido determinados por la dirección y sentido del vector Velocidad.**
c) **Sus unidades en el sistema internacional serán por tanto:**

***Kg . m/s*.**

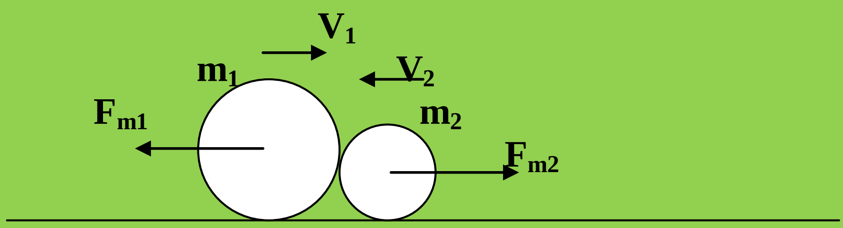
Una vez establecido el *Momento Lineal* la Segunda ley de Newton o Principio fundamental de la Dinámica lo podemos poner de la forma:

$$F = m \cdot a \;\; ; \;\; F = m \cdot dv/dt = d(m \cdot v)/dt \;\; ; \;\; F = dp/dt$$

Según la ecuación anterior si la fuerza resultante de todas las que actúan sobre el cuerpo es nula el *momento lineal* del de dicho cuerpo permanece constante (teoría de derivadas, derivada de una const = 0):

$$dp/dt = 0 \rightarrow p = constante$$

Supongamos un sistema formado por dos partículas de masas cada una de ellas constante m_1 y m_2 que se mueven a una velocidad v_1 y v_2 y *CHOCAN ENTRE ELLAS*. La fuerza que ejerce cada partícula sobre la otra implica (*principio de acción y reacción*) que la segunda ejerce sobre la primera una fuerza de *igual módulo*, *dirección* y *sentido contrario*.



Se cumplirá por el tercer principio de la dinámica:

Leyes de Newton o Principios de la Dinámica
http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Dinamica/index.htm

$$F_{m1} = - F_{m2}$$

$$m_1 \cdot \Delta V_1/\cancel{t} = - m_2 \cdot \Delta V_2/\cancel{t} \quad ; \quad m_1 \cdot \Delta V_1 = - m_2 \cdot \Delta V_2$$

Recordemos que $p = m \cdot V$

V_1 **= Antes del choque ;** V_2 **= Antes de choque**
V'_1 **= Después del choque ;** V'_2 **= Después del choque**

$$m_1 \cdot (V'_1 - V_1) = - m_2 \cdot (V'_2 - V_2)$$

quitemos paréntesis:

$$m_1 \cdot V'_1 - m_1 \cdot V_1 = - [m_2 (V'_2 - V_2)]$$

$$m_1 \cdot V'_1 - m_1 \cdot V_1 = - m_2 \cdot V'_2 + m_2 \cdot V_2$$

reagrupemos términos:

$$m_1 \cdot V'_1 - m_1 \cdot V_1 = m_2 \cdot V_2 - m_2 \cdot V'_2$$

$$- \quad m_2 \cdot V_2 - m_1 \cdot V_1 = - m_2 \cdot V'_2 - m1 \cdot V'_1$$

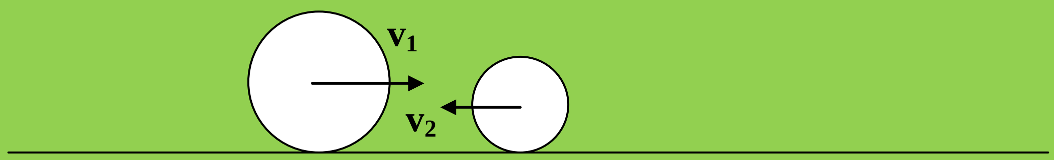
multipliquemos por (-1) los dos términos de la ecuación:

$$m_2 \cdot V_2 + m_1 \cdot V_1 = m_1 \cdot V'_1 + m_2 \cdot V'_2$$

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$$

$$\sum p_{\text{antes del choque}} = \sum p_{\text{después del choque}}$$

ANTES DEL CHOQUE

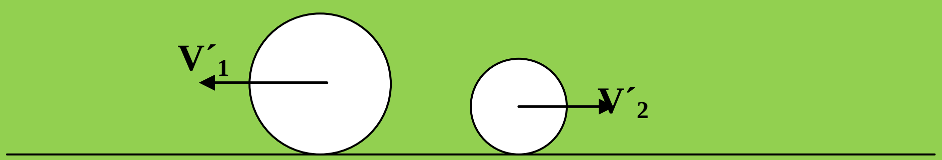


$p_1 = m_1\, v_1 \qquad p_2 = m_2 \cdot v_2$

Cantidad de movimiento total:

$p_T = p_1 + p_2 \quad ; \quad p_T = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$

DESPUÉS DEL CHOQUE



$P'_1 = m_1 \cdot v'_1 \qquad p'_2 = m_2 \cdot v'_2$

Cantidad de movimiento total después del choque:

$p_T' = p'_1 + p'_2 \quad ; \quad p'_T = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2$

Antes del choque igual a después del choque:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2$$

Si sobre el sistema no actúa ninguna fuerza exterior el momento lineal total del sistema permanecerá constante.

Significa **que la interacción entre las partículas 1 y 2 produce un *intercambio de momento lineales*, de modo que el momento lineal *"ganado"* por una de ellas es igual al *"perdido"* por el otro.**

Ejercicio resuelto

En una autovía existe una retención. El último coche tiene las luces de emergencia encendidas. Por detrás se acerca otro coche con una velocidad de 100 Km/h y choca con el último de la cola que estaba lógicamente parado. Después del choque los dos coches se desplazan en la misma dirección y sentido llevando uno de ellos, el de menor masa, la velocidad de 50 Km/h. Sabiendo que la masa del coche de la cola es de 50000 Kg y la del que viene por detrás de 65000 Kg ¿ Cuál será la velocidad que alcanzará el otro coche?

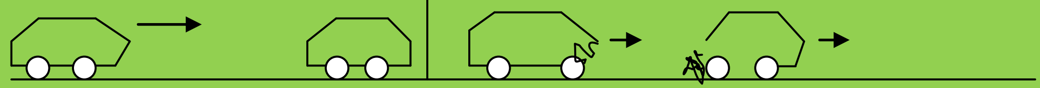
Resolución

En este tipo de ejercicios es totalmente necesario establecer un criterio de signos para las velocidades. El criterio a seguir es el siguiente:

⟶ (+)   (-) ⟵

ANTES DEL CHOQUE | **DESPUÉS DEL CHOQUE**

V_1 = 100 Km/h V_2 = 0 $V´_1$? $V´_2$ = 50 Km/h



m_1 = 65000 Kg m_2 = 50000 Kg

Determinación de las cantidades de movimiento:

$p_1 = m_1 \cdot v_1$ $p_2 = m_2 \cdot v_2$ $p´_1 = m_1 \cdot v´_1$ $p´_2 = m_2 \cdot v´_2$

La ley de conservación de la cantidad de movimiento nos dice:

$$p_1 + p_2 = p´_1 + p´_2$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v´_1 + m_2 \cdot v´_2$$

Llevando los datos a la ecuación anterior nos queda:

v_1 = 100 Km / h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 27,8 m/s

v'_2 = 50 Km / h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 13,9 m/s

$$65000 \cdot 27{,}8 + 50000 \cdot 0 = 65000 \cdot v'_1 + 50000 \cdot 13{,}9$$

$$1807000 - 695000 = 65000 \cdot v'_1$$

$$v'_1 = 1112000 / 65000 = 17{,}10\ m \cdot s^{-1}$$

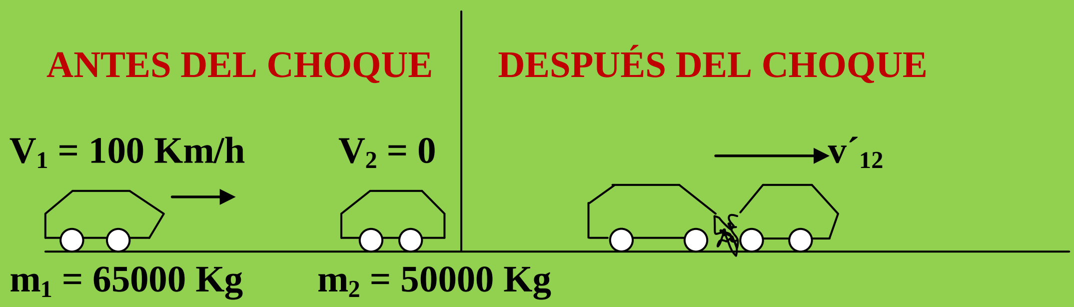
Ejercicio resuelto

Si los dos coches del problema anterior quedan incrustados ¿ Con qué velocidad se moverá el conjunto?.

Resolución

En este tipo de ejercicios es totalmente necesario establecer un criterio de signos para las velocidades. El criterio a seguir es el siguiente:

→ (+)   (-) ←



Determinación de las cantidades de movimiento:

$p_1 = m_1 \cdot v_1 \qquad p_2 = m_2 \cdot v_2 \qquad p'_{12} = (m_1 + m_2) \cdot v'_{12}$

La ley de conservación de la cantidad de movimiento establece que:

$$p_1 + p_2 = p'_{12}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'_{12}$$

$$65000 \cdot 27{,}8 + 50000 \cdot 0 = (65000 + 50000) \cdot v'_{12}$$

$$1807000 = 115000 \cdot v'_{12}$$

$$v'_{12} = 1807000 / 115000 = 15{,}7\ m \cdot s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

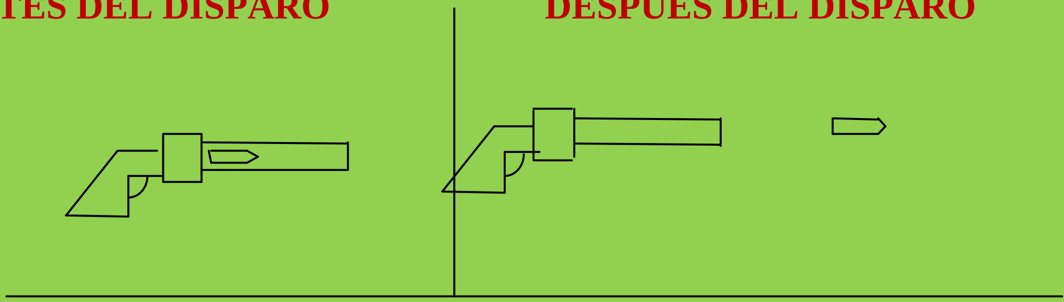
Un pistolero posee un revolver de masa 200 g y es capaz de disparar proyectiles de 40 g de masa. Al disparar el arma los proyectiles salen con una velocidad de 150 m/s ¿Cuál es la velocidad del revolver? Interpreta el resultado.

Resolución

$m_{pistola}$ = 200 g . 1 Kg / 1000 g = 0,2 Kg

$m_{proyectil}$ = 40 g . 1 Kg / 1000 g = 0,040 Kg

ANTES DEL DISPARO **DESPUÉS DEL DISPARO**



$p_{pi} = m \cdot v_{pi}$ $p_{pr} = m \cdot v_{pr}$ $p'_{pi} = m \cdot v'_{pi}$ $p'_{pr} = m \cdot v'_{po}$

Conservación de la cantidad de movimiento:

$$m \cdot v_{pi} + m \cdot v_{pr} = m \cdot v'_{pi} + m \cdot v'_{po}$$

$$0{,}2\ Kg \cdot 0 + 0{,}04\ Kg \cdot 0 = 0{,}2\ Kg \cdot v'pi + 0{,}04\ Kg \cdot 150\ m/s$$

$$0 = 0{,}2\ v'_{pi} + 6\ ;\ -0{,}2\ v'_{pi} = 6\ ;\ v'_{pi} = 6 / -0{,}2 = -30\ m \cdot s^{-1}$$

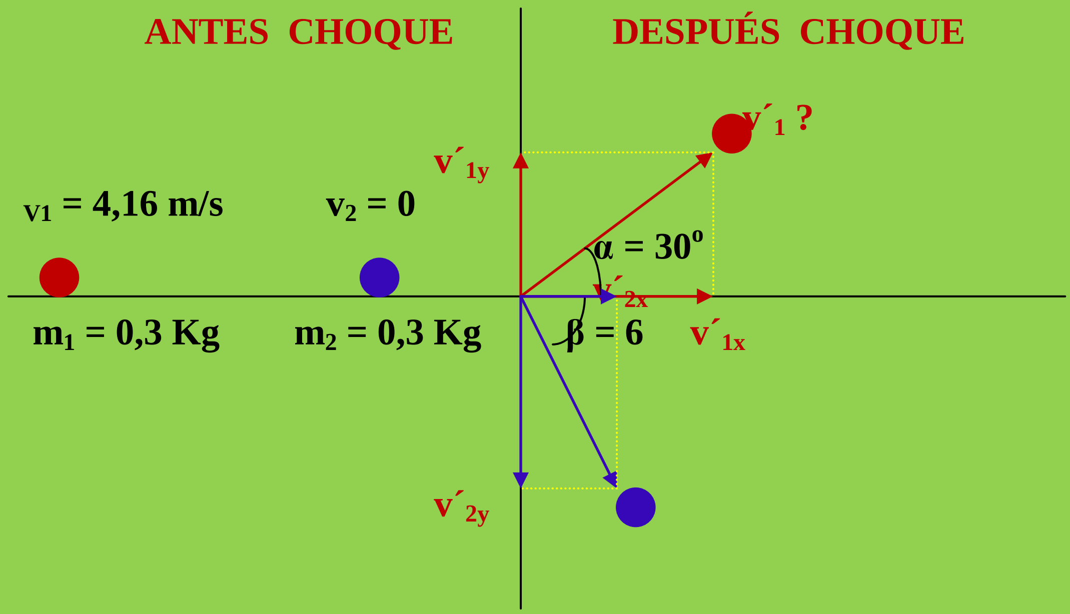
La velocidad de la pistola es de 30 m/s *pero en sentido contrario al del proyectil* (velocidad de retroceso de la pistola). Esta conclusión la constata el hecho del valor negativo de la velocidad.

Ejercicio resuelto

En el clásico juego del billar nos encontramos con dos bolas de la misma masa, 300 g. A una de ellas se le proporciona una velocidad de 15 Km/h mientras la segunda permanece en reposo. Después del choque una de ellas se desvía formando un ángulo de 30º con respecto a la horizontal en la cual se encontraban las bolas inicialmente. Determinar las velocidades de ambas bolas después del choque. La segunda bola se desvía un ángulo de 60º.

Resolución

$m_{bolas} = 300\ g \cdot 1\ Kg/1000\ g = 0{,}3\ Kg$
$v_1 = 15\ Km/h \cdot 1000\ m/1\ Km \cdot 1\ h/3600\ s = 4{,}16\ m/s$
$v_2 = 0$



En este tipo de choques la Conservación de la Cantidad de Movimiento la haremos en función de los ejes de coordenadas:

Eje OX:

$p_{1x} = m_1 \cdot v_{1x}$ $\quad p_{2x} = m_2 \cdot v_{2x}$ $\qquad p'_{1x} = m_1 \cdot v'_{1x}$ $\quad p'_{2x} = m_2 \cdot v'_{2x}$

$$m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} = m_1 \cdot v'_{1x} + m_2 \cdot v'_{2x}$$

$v'_{1x} = v'_1 \cdot \cos 30^o$; $v'_{1y} = v'_1 \cdot \text{sen}\ 30^o$
$v'_{2x} = v'_2 \cdot \cos 60^o$; $v'_{2y} = v'_2 \cdot \text{sen}\ 60^o$

$$0,3 \,.\, 4,16 \;+ 0,3 \,.\, 0 = 0,3 \,.\, v´1 \,.\, \cos 30^o + 0.3 \,.\, v´2 \,.\, \cos 60^o$$

$$1,25 + 0 = 0,3 \,.\, v´1 \,.\, 0,87 \;+\; 0,3 \,.\, v´2 \,.\, 0,5$$

$$1,25 = 0,73 \,.\, v´1 + 0,15 \,.\, v´_2 \quad (1)$$

Eje OY:

$$p_{1y} = m_1 \,.\, v1y \qquad p_{2y} = m_2 \,.\, v_{2y} \qquad p´_{1y} = m_1 \,.\, v´_{1y} \;+ m_2 \,.\, v´_{2y}$$

$$m_1 \,.\, v_{1y} + m_2 \,.\, v_{2y} \;= m_1 \,.\, v´_{1y} \;+ m_2 \,.\, v´_{2y}$$

$$0,3 \,.\, 0 \;+ 0,3 \,.\, 0 = 0,3 \,.\, v´_1 \,.\, \text{sen } 30^o \;+ 0,3 \,.\, (\, - v´_2 \,.\, \text{sen } 60^o)$$

$$0 = 0,3 \,.\, v´_1 \,.\, 0,5 – v´_2 \,.\, 0,87 \;\;;\;\; v´_2 \,.\, 0,87 = v´_1 \,.\, 0,5 \;\; (2)$$

Con las ecuaciones (1) y (2) podemos formar un sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 1,25 = 0,73 \,.\, v´1 + 0,15 \,.\, v´_2 \\ v´2 \,.\, 0,87 = v´1 \,.\, 0,5 \end{array}\right\} \quad \boxed{v´_1 = 0,87 \,.\, v´_2 \,/\, 0,5}$$

Que llevada a (1):

$$1,25 = 0,73 \,.\, 0,87 \,.\, v´_2 \,/\, 0,5 \;+ 0,15 \,.\, v´_2$$

$$0,625 = 0,63\, v´_2 + 0,15\, v´_2$$

$$0,625 = \;0,78\, v´_2 \;\;;\;\; v´_2 = 0,625 \,/\, 0,78 = 0,80\, m \,.\, s^{-1}$$

Si llevamos $v´_2$ a la ecuación (1):

$$0,80 \,.\, 0,87 = v´_1 \,.\, 0,15 \;\;;\;\; 0,76 = v´1 \,.\, 0,15$$

$$v´_1 = 0,76 \,/\, 0,15 = 5,06\, m \,.\, s^{-1}$$

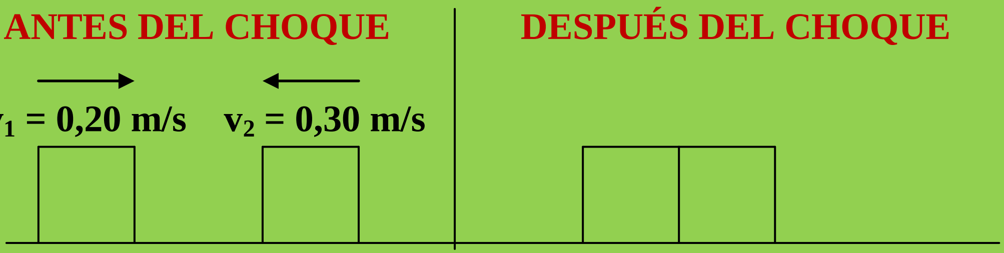
Ejercicio resuelto

Dos cuerpos de masas 10 y 15 gramos con velocidades de 20 cm/s y 30 cm/s se mueven una al encuentro de la otra. Después del choque los cuerpos permanecen unidos. Determinar la velocidad de desplazamiento del conjunto.

Resolución

m_1 = 10 g . 1 Kg / 1000 g = 0,010 Kg
m_2 = 15 g . 1 Kg / 1000 g = 0,015 Kg
v_1 = 20 cm/s . 1 m / 100 cm = 0,20 m/s
v_2 = 30 cm/s . 1 m / 100 cm = 0,30 m/s

ANTES DEL CHOQUE | **DESPUÉS DEL CHOQUE**



$p_1 = m_1 \cdot v_1$ **$p_2 = m_2 \cdot v_2$** **$p'_{12} = (m_1 + m_2) \cdot v'_{12}$**

Conservación de la Cantidad de movimiento:

$$p_1 + p_2 = p'_{12}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'_{12}$$

$$0{,}010 \cdot 0{,}20 + 0{,}015 \cdot (-0{,}30) = (0{,}010 + 0{,}015) \cdot v'_{12}$$

$$0{,}002 - 0{,}0045 = 0{,}025\, v'_{12} \;;\; -0{,}0025 = 0{,}025\, v'_{12}$$

$$v'_{12} = -0{,}0025 / 0{,}025 = -0{,}1\ m \cdot s^{-1}$$

El conjunto se desplazará con una velocidad de 0,1 m/s hacia la IZQUIERDA.

2.- Impulso Mecánico.

Impulso Mecánico
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio//1000/1152/html/11_impulso_mecnico.html

Impulso Mecánico. Animación
http://www.educaplus.org/play-317-Impulso-mec%C3%A1nico.html

Impulso Mecánico. Teoría y animación
http://fisicayquimicaenflash.es/dinamica/dinamica01b.htm

Teorema del impulso mecánico
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio//1000/1152/html/12_teorema_del_impulso_mecnico.html

Impulso mecánico y Cantidad de movimiento
http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio//1000/1152/html/12_teorema_del_impulso_mecnico.html

Video: Impulso Mecánico
http://www.youtube.com/watch?v=l88jx2UDYzo

El efecto dinámico de una fuerza depende no sólo del valor de la fuerza, sino que también del *tiempo que ésta actúa*. Por eso definimos una nueva magnitud que reúne los dos factores indicados, es decir, *F* y *tiempo*.

Esta nueva magnitud se llama *Impulso Mecánico* de una partícula y su valor lo determinaremos mediante la 2ª Ley de Newton:

Leyes de Newton o Principios de la Dinámica
http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Dinamica/index.htm

El 2º Principio de la Dinámica se podía expresar de la forma (trabajamos en módulos por lo que no aparecen las flechas del carácter vectorial):

$$\sum F = m \cdot a$$

como: $a = dv/dt$

$$\sum F = m \cdot dv/dt$$

si quitamos denominadores:

$$\sum F \cdot dt = m \cdot dv$$

Integrando los dos miembros de la ecuación anterior:

$$\int \sum F \cdot dt = \int m \cdot dv \rightarrow \sum F \int dt = m \int dv$$

$$\boxed{\sum F\,(t_1 - t_o)} = m \cdot (v_1 - v_o) = m \cdot \Delta v = \boxed{\Delta p}$$

Impulso Mecánico = I ***Variación de la C. de M.***

Llegamos a la conclusión:

El Impulso Mecánico es igual a la variación de la Cantidad de Movimiento.

De la forma más simple posible podemos escribir:

$$I = F \cdot t$$

Se trata de una *magnitud vectorial* de:

- **Módulo** $I = F \cdot t$
- **Dirección y sentido** ***los de la fuerza*.**

Laboratorio virtual: Conservación de la Cantidad de movimiento
http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/collision1D/collision1D_s.htm

Ejemplo resuelto
Un camión de 50000 kg de masa está en movimiento con una velocidad de 0,5 m/s. El conductor del camión observa el cambio de color de un semáforo y pisa el freno proporcionándole al camión una fuerza de frenado de 720 N. Si el semáforo se encontraba a 50 m del camión ¿se detendrá a tiempo el camión? ¿Cuánto tiempo estuvo frenando el camión?

Solución

$m_{camión}$ = 50000 Kg
$v_{ocamión}$ = 0,5 m/s
$F_{frenado}$ = -720 N
$v_f = 0$

Mediante la ecuación:

$$F \,.\, (tf - to) = m \,.\, (vf - vo)$$

$$F \,.\, tf = m\,(0 - 0{,}5) \;;\; -720 \,.\, tf = 50000 \,.\, (-0{,}5)$$

$$-720 \,.\, tf = -25000 \;;\; tf_{(frenada)} = -25000 / -720 = 34{,}7\ s$$

El camión estuvo frenando durante 34,7 s. Conociendo la aceleración podemos conocer el espacio de frenada:

$$a = Vf - Vo / t \;;\; a = 0 - 0{,}5 / 34{,}7 = -0{,}014\ m/s^2$$

Si llevamos los datos a la ecuación:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2 \,.\, a \,.\, e \;;\; 0 = (0{,}5)^2 + 2 \,.\, (-0{,}014) \,.\, e$$

$$0 = 0{,}25 - 0{,}028 \,.\, e \;;\; 0{,}028\, e = 0{,}25 \;;\; e = 0{,}25 / 0{,}028 = 8{,}9\ m$$

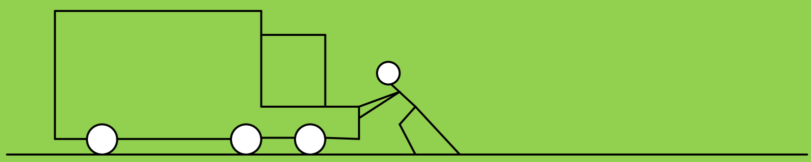
El conductor detiene el camión a una distancia inferior a 50 m y por lo tanto no cometerá *INFRACCIÓN*.

Ejercicio resuelto
Queremos detener un camión lleva una velocidad de 30 Km/h ¿qué fuerza deberemos aplicar al vagón para pararlo en un tiempo de 50 s?. La masa del camión de 100 toneladas.

Solución

v_o = 30 Km/h . 1000 m/ 1 Km . 1 h / 3600 s = 8,33 m/s
t = 50 s
$v_f = 0$

m = 100 toneladas . 1000 Kg / 1 Tonelada = 100000 Kg



Mediante la ecuación:

$$F \cdot (t_f - t_o) = m \cdot (v_f - v_o)$$

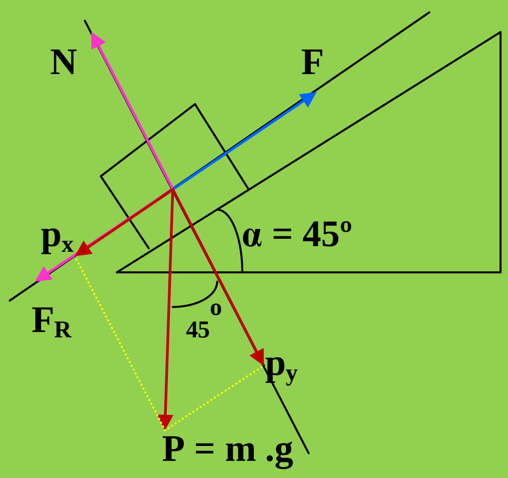
$$F \cdot 50 = 100000 \cdot (0 - 8{,}33) \;;\; 50\,F = -\,833000$$

$$F = -\,833000/50 = -\,16660\ N$$

Deberemos ejercer una fuerza de 15660 N en *sentido contrario* al movimiento del camión (signo negativo de la fuerza).

Ejercicio resuelto

Queremos subir un cuerpo de masa 150 Kg por un plano inclinado 45º sobre la horizontal. Ejercemos una fuerza ascendente paralela al plano inclinado que le proporciona al cuerpo una aceleración de 5 m/s^2. ¿Cuál es el valor de la fuerza aplicada? ¿Cuál es el valor de la velocidad que alcanza el cuerpo después de que la fuerza ascendente actúe durante 10 s?
NOTA: Coeficiente de rozamiento μ = 0,2



Aplicando el 2º principio de la Dinámica:

$$\sum F = m \cdot a$$

$$F - (p_x + Fr) = m \cdot a \quad (1)$$

$Fr = \mu \cdot N$; $N = p_y$; $p_y = p \cdot \cos 45^o$; $p_y = m \cdot g \cdot \cos 45^o$

$p_y = 150 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7$; $p_y = 1030{,}05\ N \rightarrow Fr = 0{,}2 \cdot 1030{,}05 = 206{,}1\ N$

$p_x = p \cdot sen\ 45^o$; $p_x = m \cdot g \cdot sen\ 45^o$; $p_x = 150 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 = 1030{,}05\ N$

De la ecuación (1):

$$F - (1030{,}05 + 206{,}1) = 150 \cdot 5 \ ; \ F \cdot 1236{,}15 = 750$$

$$F = 750 / 1236{,}15 = 0{,}6\ N$$

En lo referente a la velocidad alcanzada a los 10 s de iniciado el movimiento:

$F \cdot t = m \cdot (v_f - v_o)$; $v_o = 0$; $F \cdot t = m \cdot v_f$

$0{,}6 \cdot 10 = 150 \cdot v_f$; $6 = 150 \cdot v_f$; $v_f = 6 / 150 = 0{,}04\ m \cdot s^{-1}$

Ejercicio resuelto

Un niño quiere comprobar la fuerza que tiene mediante el lanzamiento de una piedra de masa 5 Kg. Su acción sobre la piedra hasta que esta queda libre dura 1,5 s y la piedra alcanza una velocidad de 70 m/s ¿ Cuál será el valor de la fuerza?

Resolución

$m = 5$ Kg
$t = 1{,}5$ s
$v_f = 70$ m/s

La ecuación a utilizar es:

$$F \cdot t = m \cdot (v_f - v_o)$$

F . 1,5 = 5 (70 – 0) ; F . 10 = 5 . 70 ; *F* = 350 / 10 = *35 N*

Ejercicio resuelto

El motor de un coche es capaz de desarrollar una fuerza de 3000 N. Si partimos del reposo y la masa del coche es de 15000 Kg ¿Qué velocidad alcanzará transcurridos 15 s?

Resolución

F = 3000 N
$v_o = 0$
m = 15000 Kg
t = 15 s

Ecuación a utilizar:

$$F \cdot t = m \cdot (vf - vo)$$

$$3000 \cdot 15 = 15000 \cdot (v_f - 0) \; ; \; 45000 = 15000 \cdot vf$$

$$Vf = 45000 / 15000 = 3 \; m \cdot s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

El cañón de una escopeta mide 1,25 m y es capaz de disparar proyectiles de 300 gramos. El tiempo que tarda el proyectil en salir del tubo del cañón es 0,5 s. con una velocidad de 250 m/s. Determinar:

a) La aceleración que adquiere el proyectil dentro del cañón.
b) La fuerza que desarrolla la expansión de los gases.

Resolución

l = 1,25 m
m = 300 g . 1 Kg / 1000 g = 0,3 Kg
$v_f = 50$ m/s
t = 0,5 s

a) Dentro del cañón del arma y por Cinemática sabemos que:

$$a = v_f - v_o / t \; ; \; a = 250 - 0 / 0,5 = 500 \; m/s^2$$

b) En lo referente a la fuerza de expansión de los gases:

$$F \,.\, t = m\,(\,vf - vo\,)$$

$$F \,.\, 0{,}5 = 0{,}3 \,.\, (\,250 - 0\,)\;\;;\;\; F \,.\, 0{,}5 = 75\;\;;\;\; F = 75 / 0{,}5 = 150\ N$$

Se podía haber resuelto la cuestión de forma más corta aplicando el ***2º Principio de la Dinámica*****:**

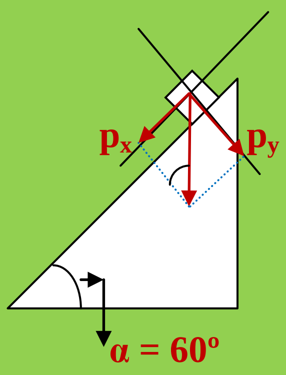
$$\sum F = m \,.\, a\;\;;\;\; F = 0{,}3 \,.\, 500 = 150\ N$$

Ejercicio resuelto

Desde la parte alta de un plano inclinado 60º sobre la horizontal dejamos en libertad un cuerpo de masa 75 Kg. Si no existe una fuerza de rozamiento determina la fuerza que debe actuar sobre el cuerpo para que consiga una aceleración de bajada de 5 m/s^2.

Resolución

Lo primero que debemos de comprobar es si su propio peso le proporciona esa aceleración:



La única fuerza que lleva la dirección y sentido descendente es *"p_x"*.

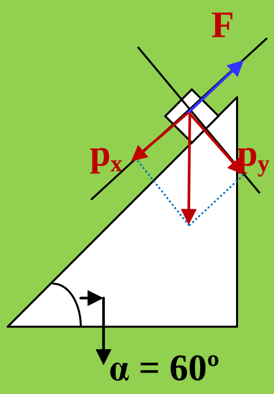
$$\sum F = m \,.\, a$$

$$p_x = p \,.\, sen\ \alpha = m \,.\, g \,.\, sen\ \alpha$$

$$m \,.\, g \,.\, sen\ \alpha = m \,.\, a\;\;;\;\; g \,.\, sen\ \alpha = a$$

$$a = 9{,}81 \,.\, 0{,}86 = 8{,}43\ m \,.\, s^{-2}$$

El propio peso le proporciona una aceleración superior a la establecida luego la fuerza que debemos ejercer debe ser paralela al plano inclinado, de la misma dirección de *"p_x"* pero de sentido contrario para frenar al cuerpo y conseguir la aceleración de 5 m/s^2:



La única fuerza que lleva la dirección y sentido descendente es *"p_x"*.

$$\sum F = m \cdot a$$

$p_x = p \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$

Como sabemos:

$$\sum F = m \cdot a \;\; ; \;\; [\, p_x + (-F)\,] = m \cdot a \;\; ; \;\; m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha - F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha - m \cdot a \;\; ; \;\; F = 75 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 - 75 \cdot 5 =$$

$$F = 640{,}1 - 375 = 265{,}1\ N.$$

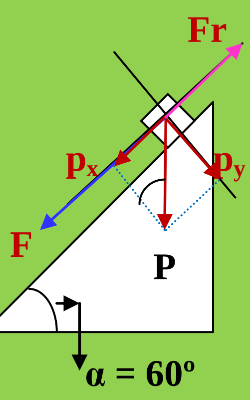
Ejercicio resuelto

Resolver el problema anterior cuando exista una fuerza de rozamiento de 850 N.

Resolución

$p_x = m \cdot g \cdot \text{sen}\ 60^o \;\; ; \;\; p_x = 75 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 = 640{,}1\ N$

Al ser mayor la fuerza de rozamiento que p_x, el cuerpo no descenderá y si queremos que descienda con una aceleración de 5 m/s^2 la fuerza "F" que debemos ejercer debe tener la misma dirección y sentido que p_x:



En base al 2º principio de la Dinámica:

$$\sum F = m \cdot a$$

Podemos escribir:

$[(F + p_x) - Fr = m \cdot a$

$$F + 640{,}1 - 850 = 75 \cdot 5 \;\; ; \;\; F = 375 - 640{,}1 + 850 = 584{,}9\ N$$

3.- Fuerzas de Inercia.

Fuerzas de Inercia
http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/finercia/index.htm

Fuerzas de Inercia
http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/dinam1p/finercia.html

Se llaman *fuerzas de inercia* (o *fuerzas ficticias*) a las fuerzas que explican la aceleración *aparente* de un cuerpo visto desde un sistema de *referencia no inercial* (no está en reposo o en M.R.U.).

Supongamos que estamos en un coche parado pero con el motor en marcha. Estamos sentados en los asientos en una postura determinada. De momento el conductor acelera, es decir, el motor del coche origina una fuerza:

En el esquema, se intenta explicar, como el copiloto *estaba en reposo* y en una posición determinada, cuando se genera la *fuerza* el copiloto *quiere seguir como estaba* y por ello *se desplaza hacia atrás*. Se quiere establecer una situación de equilibrio del sistema.

El copiloto marcha hacia atrás con la *misma fuerza* que ejerce el motor y por lo tanto con la misma aceleración que conseguiría el coche por la fuerza del motor. A la $F_{retroceso}$ también se le conoce como *FUERZA DE INERCIA*.

Si el vehículo marcha a una velocidad determinada y de momento se ve en la necesidad de frenar, el copiloto se desplazará hacia delante, en este caso el ciclista:

La razón la podemos buscar en el hecho de que el ciclista *quiere seguir en su estado de movimiento* y por ello es desplazado hacia delante.

Estudiar la animación que viene a continuación ya que nos ayudará a la comprensión de las Fuerzas de Inercia

Animación. Fuerzas de Inercia
http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/dinam1p/finercia.html

Supongamos la siguiente experiencia:

Un señor (observador inercial, V = 0) se encuentra en los pies de un semáforo a la espera del cambio de color para cruzar la calzada. Se acerca un automóvil en cuyo interior se encuentran el conductor, el acompañante del conductor y un pasajero en la parte de atrás que va a actuar como segundo observador.

El conductor observa el cambio de color y empieza a frenar, lo que ocurre es:

El acompañante se desplaza hacia delante por *Inercia* o por *restablecer el equilibrio del sistema*. De este cambio el señor del semáforo *NO SE ENTERA* y sin embargo el acompañante de la parte trasera del coche ve como el copiloto se desplaza. La razón estriba en que el señor del semáforo esta en *reposo*, es un *observador Inercial*, mientras que el viajero de la parte trasera es un observador *NO inercial*, es decir, también está sufriendo la *desaceleración* del coche.

Las *fuerzas de Inercia* sólo de ponen de manifiesto cuando el sistema *está bajo los efectos de una aceleración*.

Las Fuerzas de Inercia sólo son percibidas por observadores no inerciales.

Un sistema sometido a la acción de varias fuerzas está en equilibrio cuando la resultante de todas ellas es nula. Si no lo es, el sistema evoluciona tendiendo a anular la resultante. En todo momento las *fuerzas de inercia contrarrestan a las fuerzas no equilibradas* que actúan sobre el sistema.

Las fuerzas de inercia se caracterizan por manifestarse cuando el sistema se encuentra acelerado, precisamente para contrarrestar la fuerza que produce la aceleración y su sentido siempre es opuesto a la fuerza que produce el estado acelerado.

D´Alembert enunció el Princcipio que lleva su nombre: *La suma algebraica de todas las fuerzas que actúen sobre un sistema, incluidas las de Inercia, es igual a cero:*

$$F - \underbrace{m \cdot a}_{} = 0$$

$$F_{real} - F_{inercia} = 0$$

Video: Aplicación de las fuerzas de Inercia. Construcción de edificios antisísmicos
http://www.youtube.com/watch?v=v5e7zGgnlKI

Video: Aplicación de las fuerzas de Inercia. Construcción de edificios antisísmicos
http://www.youtube.com/watch?v=ne_nKk6QeaU

Un ejemplo muy aclaratorio para que comprendáis las Fuerzas de Inercia es el clásico problema del ascensor que veremos más adelante cuando expliquemos las fuerzas llamadas *Tensiones*.

4.- Fuerzas de rozamiento

Fuerzas de rozamiento
http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Fisica/02/froz.html

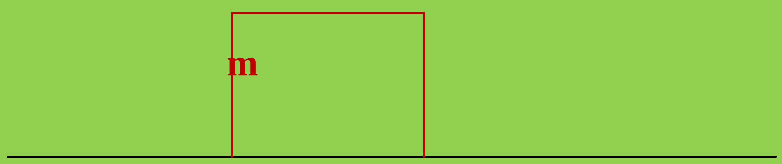
Fuerzas de rozamiento
http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/rozamiento/medidacoef.htm

Fuerzas de rozamiento
http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Dinamica/Rozamiento.swf

Fuerzas de rozamiento
http://catedu.es/cnice/fisica/1bach/rozamiento/rozamiento.pdf

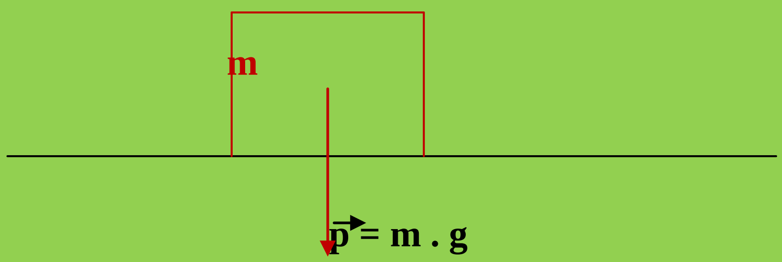
Video: Fuerza de Rozamiento
http://www.youtube.com/watch?v=QWtO9H8-vjc

Supongamos un cuerpo de masa *"m"* apoyado sobre una superficie:

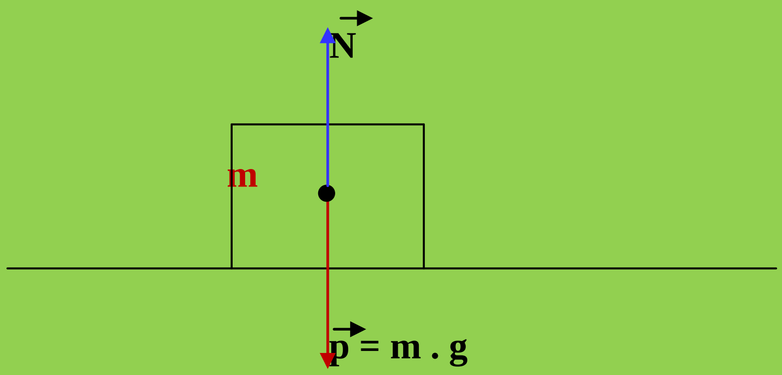


Sobre este cuerpo actúan dos fuerzas:

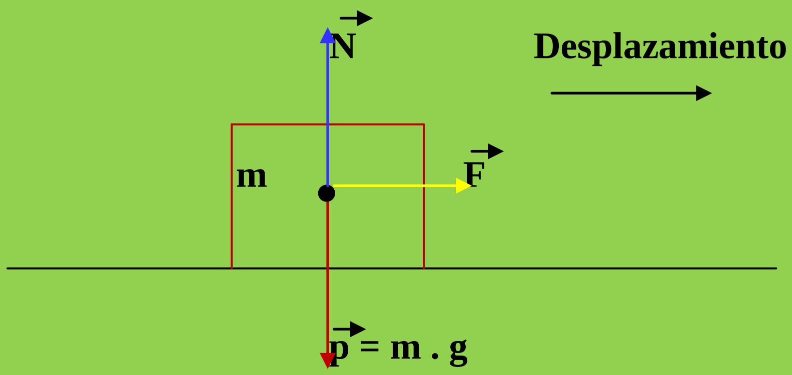
a) ***Su peso.***
b) ***La Normal.***



Si solo actuara esta fuerza peso el cuerpo tendería a ir hacia abajo pero la respuesta de la superficie de contacto a esta fuerza es otra fuerza que se conoce como *Normal*.

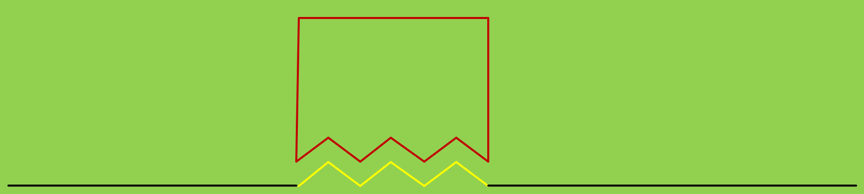


La fuerza peso y la normal tienen el mismo módulo y dirección pero son de sentido contrario. Esta característica hace que las dos fuerzas se *ANULEN* mutuamente y por lo tanto con una mínima fuerza el cuerpo se podría trasladar:

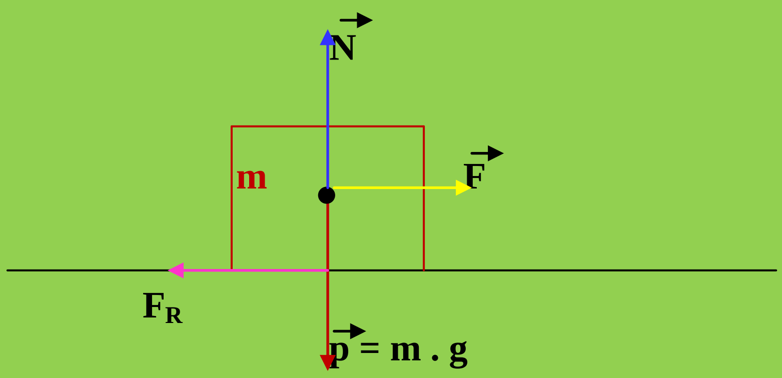


Pero esto *NO ES ASÍ*. A veces hay que realizar grandes fuerzas para mover un bloque. Debe ocurrir algo que justifique esta afirmación.

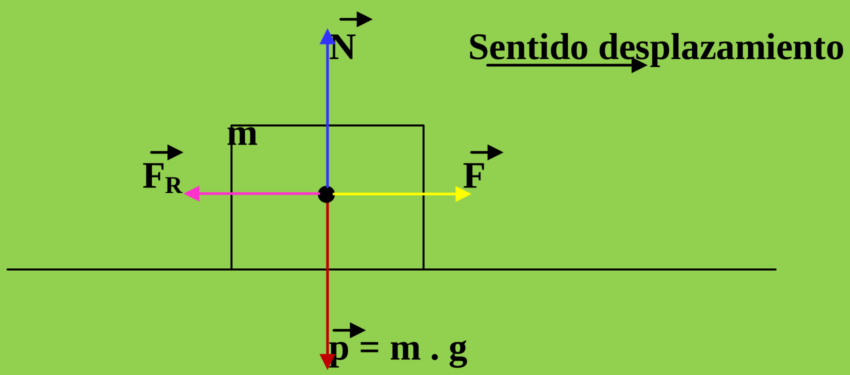
A pesar que las superficies puestas en contacto aparenten ser totalmente planas si pudiéramos ver con un microscopio estas superficies veríamos algo parecido a:



Existen rugosidades en las superficies que al acoplarse *dificultan el movimiento del cuerpo*. Esta dificultad da lugar a la llamada *Fuerza de Rozamiento*. El diagrama de fuerzas que actúan sobre el cuerpo sería:



Por equipolencia vectorial podemos hacer que todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo tengan el mismo punto de aplicación:



La fuerza de rozamiento se caracteriza por:

a) ***Tener un sentido contrario al desplazamiento del cuerpo.***
b) ***Es independiente del área de las superficies en contacto.***
c) ***Depende de la naturaleza de las superficies en contacto.***

La fuerza de rozamiento es proporcional a la Fuerza Normal. Su expresión matemática es:

$$F_R = \mu \cdot N$$

En donde *"μ"* recibe el nombre de Coeficiente de Rozamiento y podemos observar, matemáticamente, que es el factor de proporcionalidad entre la Fuerza de Rozamiento y la Normal.

El Coeficiente de rozamiento es un número *ADIMENSIONAL*, no tiene unidades. Lo podemos demostrar si de la ecuación anterior si despejamos el citado coeficiente:

$$\mu = F_R / N \quad \begin{cases} \text{Unidad de } F_R \text{ en el S.I.} \rightarrow \text{Newton (N)} \\ \text{Unidad de N en el S.I.} \rightarrow \text{Newton (N)} \end{cases}$$

$$\mu = \cancel{N} / \cancel{N} \text{ (No tiene unidades)}$$

Es muy importante aclarar de que a pesar de que la F_R se opone al movimiento del cuerpo *ES LA CAUSA DEL MOVIMIENTO* ya que sin ella no habría movimiento puesto que hay que *vencerla* para que el cuerpo empiece a desplazarse (La fuerza de rozamiento es una fuerza que aparece cuando hay dos cuerpos en contacto y es una fuerza muy importante cuando se estudia el movimiento de los cuerpos. Es la causante, por ejemplo, de que podamos *andar* (cuesta mucho más andar sobre una superficie con poco rozamiento, hielo, por ejemplo, que por una superficie con rozamiento como, por ejemplo, un suelo rugoso). A mayor rozamiento mayor agarre entre la superficie de una rueda de bicicleta y el asfalto y los velocistas pueden desarrollar toda su potencia.

Existen dos tipos de Fuerzas de Rozamiento:

a) ***Fuerza de Rozamiento Estática*.- Es la fuerza que hay que vencer, los cuerpos en contacto están en reposo, para que uno de ellos empiece el desplazamiento. Su expresión matemática es:**

$$F_{Re} = \mu_e \cdot N$$

En donde μ_e es el Coeficiente de rozamiento Estático.

b) ***Fuerza de Rozamiento Dinámico*.- Aparece cuando los cuerpos puestos en contacto empiezan a moverse:**

$$F_{Rd} = \mu_d \cdot N$$

En donde μ_d es el Coeficiente de Rozamiento Dinámico.

Se cumple la condición:

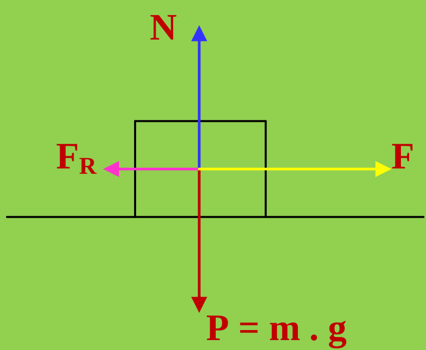
$$\mu e > \mu d$$

Laboratorio virtual: Fuerzas de rozamiento
http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/applets/Hwang/ntnujava/friction/friction_s.htm

Ejercicio resuelto
Dos obreros quieren mover un cajón, por una plataforma horizontal, que junto con su contenido tiene una masa de 80 kg. El coeficiente de rozamiento estático (μ_e) vale 0,3. Puesto en movimiento el cajón la plataforma se inclina hacia abajo un ángulo para que dicho cajón descienda por sí mismo. El coeficiente de rozamiento cinético (μ_c) es de 0,2. ¿Cuál será el ángulo de inclinación para que se cumplan tales condiciones?.

Resolución

En el plano horizontal las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:
Para iniciar el movimiento del cajón los dos obreros deben vencer la fuerza de rozamiento puesto que la normal y el peso se anulan mutuamente:



Se dan las siguientes circunstancias:

a) N = P → Se anulan entre ellas

b) $F_R = \mu \cdot N = 0,3 \cdot P = 0,3 \cdot m \cdot g$

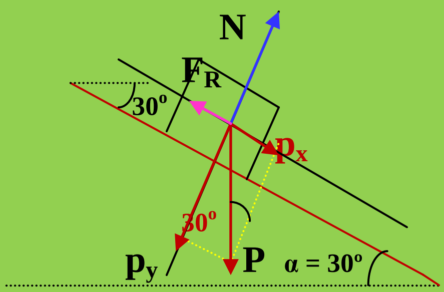
$= 0,3 \cdot 80 \cdot 9,81 = 235,44$ N

Las dos únicas fuerzas que actúan sobre el cuerpo son F y F_R, luego:

$$F + (-F_R) = 0 \;\; ; \;\; F - F_R = 0 \;\; ; \;\; F = Fr = 235,44\ N$$

Inclinamos el plano hacia abajo:

y el nuevo diagrama de fuerzas es:



Como en el caso anterior la N y el P se anulan mutuamente pero ahora la normal equivale a:

$$N = P_y = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

El 2º Principio de la Dinámica nos dice:

$$\sum F = m \cdot a$$

$$p_x - Fr = m \cdot a \; ; \; m \cdot g \cdot \text{sen}\, \alpha - \mu_c \cdot N = 0$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\, \alpha - \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\cancel{m} \, (g \cdot \text{sen}\, \alpha - \mu_c \cdot g \cdot \cos \alpha) = 0$$

$$g \, (\text{sen}\, \alpha - \mu c \cdot \cos \alpha) = 0 \; ; \; \text{sen}\, \alpha - \mu c \cdot \cos \alpha = 0$$

Nos queda:

$$\text{sen}\, \alpha - \mu c \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\text{sen}\, \alpha = \mu c \cdot \cos \alpha$$

Si dividimos ambos miembros por cos α, nos queda:

$$\text{sen}\, \alpha / \cos \alpha = \mu c \cdot \cos \alpha / \cos \alpha$$

$$\text{tag}\, \alpha = \mu c \; ; \; \text{tag}\, \alpha = 0{,}2 \rightarrow \alpha = 11{,}54^{o}$$

Ejercicio resuelto

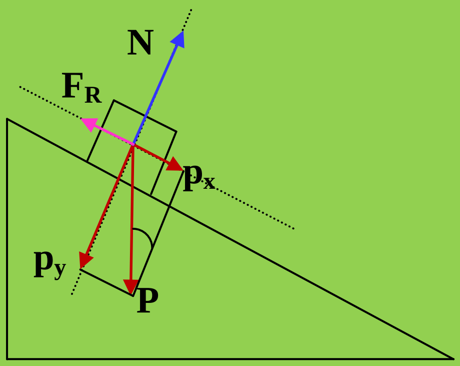
En lo alto de un plano inclinado, 45º sobre la horizontal, tenemos un cuerpo de masa "m". El μ = 0,2. Determinar:

a) **La aceleración de caída.**
b) **¿Qué espacio de plano inclinado habrá recorrido en 15 segundos?.**
c) **¿Cuál es la velocidad alcanzada al cabo de los 15 s?**

Resolución

a)

Diagrama de fuerzas:



a) Vo = 0 ; α = 45º

$\sum F = m \cdot a$

$[\, p_x + (-F_R)\,] = m \cdot a$

$p_x = p \cdot \text{sen}\, \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\, \alpha$

$F_R = N = p_y = m \cdot g \,,\, \cos \alpha$

$$[\, p_x + (-F_R)\,] = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\, \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = m \cdot a$$

Sacando factor común (m . g) nos queda:

$$\cancel{m} \cdot g\, (\,\text{sen}\, \alpha - \mu \cos \alpha\,) = \cancel{m} \cdot a$$

$$a = g \cdot (\,\text{sen}\, \alpha - \mu \cdot \cos \alpha\,)$$

$$a = 9{,}81 \cdot (\,\text{sen}\, 45^{\circ} - 0{,}2 \cdot \cos 45^{\circ}\,)$$

$$a = 9{,}81 \cdot (\,0{,}7 - 0{,}14\,) = 5{,}5\ m \cdot s^{-2}$$

b)
Vo = 0 ; t = 15 s

Según la Cinemática:

$e = vo \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$; **Vo = 0 → e = ½ . a . t^2 ; e = ½ . 5,5 . $(15)^2$**

$$e = 618{,}75\ m$$

c)
También en función de la Cinemática sabemos que:

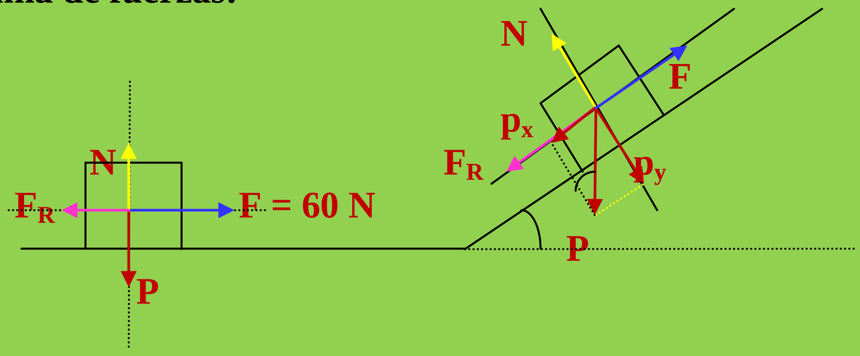
$$Vf = Vo + a \cdot t$$

Como $v_o = 0$ → Vf = a . t → Vf **= 5,5 m/s^2 . 15 s =** $82{,}5\ m \cdot s^{-1}$

Ejercicio resuelto
Un bloque de piedra de masa 30 Kg puede ser arrastrado por una superficie horizontal mediante una fuerza paralela al plano de 50 N. Si elevamos el plano una inclinación de 30º que fuerza paralela al plano inclinado sería necesario aplicar para que el bloque ascienda con una aceleración constante de 5 m/s^2?.

Resolución

Diagrama de fuerzas:



En el plano inclinado se cumple:

$$\sum F = m \cdot a$$

$$F - (p_x + F_R) = m \cdot a \ ;\ F - p_x - F_R = m \cdot a$$

$p_x = m \cdot g \cdot sen\,\alpha$
N = $p_y = m \cdot g \cdot cos\,\alpha$

$$F - m \cdot g \cdot sen\,\alpha - \mu \cdot N = m \cdot a$$

$$F - m \cdot g \cdot sen\,\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,\alpha = m \cdot a$$

Lo conocemos todo excepto μ. Para su conocimiento nos vamos al plano horizontal en donde se cumple:

$$\sum F = m \cdot a$$

como $a = 0$

$$F - F_R = m \cdot 0 \;\; ; \;\; F - F_R = 0 \rightarrow F = F_R$$

Sabemos que $F_R = \mu \cdot N$; N = P $\rightarrow F_R = \mu \cdot P = \mu \cdot m \cdot g$

Luego:

$$F = \mu \cdot m \cdot g \;\; ; \;\; \mu = F / m \cdot g \;\; ; \;\; \mu = 60\ N / 30\ Kg \cdot 9{,}81\ m/s^2$$

$$\mu = 60 / 294{,}3 = 0{,}2 \text{ (No tiene unidades)}$$

Ya nos podemos marchar al plano inclinado:

$$F - m \cdot g \cdot sen\,\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,\alpha = m \cdot a$$

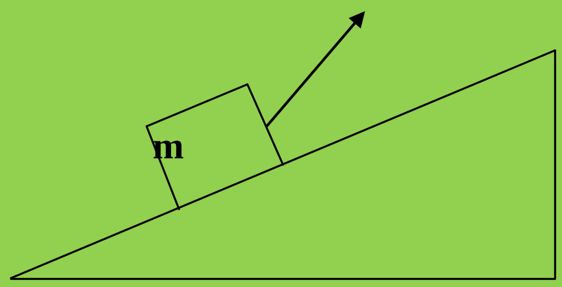
$$F - 30 \cdot 9{,}81 \cdot sen\,30^o - 0{,}2 \cdot 30 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 = 30 \cdot 5$$

$$F - 147{,}5 - 51{,}2 = 150 \;\; ; \;\; F - 198{,}7 = 150$$

$$F = 150 + 198{,}7 = 348{,}7\ N$$

Ejercicio resuelto

Según el esquema adjunto:



DATOS: F = 100 N ; μ = 0,3 ; g = 10 m/s^2 ; m = 15 Kg. ; α = 30º

Determinar:

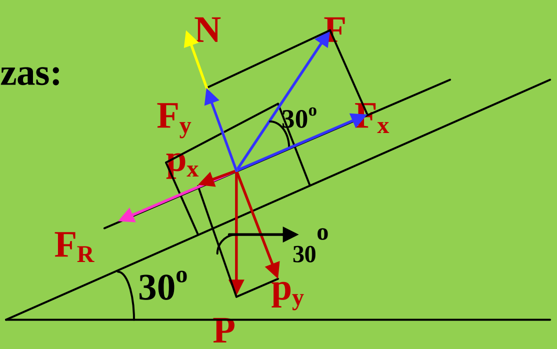
a) **Diagrama de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.**
b) **El valor de la fuerza de rozamiento, F_R, para que el cuerpo quede en reposo.**
c) **El valor de la fuerza F para que el cuerpo ascienda por el plano inclinado con una aceleración de 5 m/s^2.**

Resolución

a)

Sobre el cuerpo además de actuar la fuerza *"F"* actúan el *peso* del cuerpo y la *normal*. Introduciremos un sistema de coordenadas en donde incorporaremos las fuerzas o la descomposición de estas en los ejes de coordenadas:

Diagrama de fuerzas:



b)
Las fuerzas que pueden actuar en la dirección y sentido del desplazamiento del cuerpo son aquellas que tienen componentes en el eje OX. Como el cuerpo debe quedar en reposo se cumplirá:

$$\sum F = 0$$

En base a esta ecuación:

$$F_x - (p_x + F_R) = 0$$

$F_x = F \cdot \cos \alpha$
$p_x = p \cdot \text{sen}\ \alpha$

$$F \cdot \cos 30^o - m \cdot g \cdot \text{sen}\ 30^o - F_R = 0$$

$$100 \cdot 0{,}87 - 15 \cdot 10 \cdot 0{,}5 - F_R = 0$$

$$87 - 75 - F_R = 0 \ ; \ F_R = 87 - 75 = 12\ N$$

c)
Se debe de cumplir que:

$$\sum F = m \cdot a$$

Como en el caso anterior serán las fuerzas del eje OX las que intervendrán en el desplazamiento del cuerpo. Como el cuerpo asciende:

$$Fx - (px + F_R) = m \cdot a \quad (1)$$

$F_R = \mu \cdot N$

En el eje OY se cumple:

$$F_y + N = p_y \ ; \ N = p_y - F_y$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$Fx - px - \mu \cdot N = m \cdot a$$

$$F_x - p_x - \mu \cdot (p_y - F_y) = m \cdot a$$

$F_x = F \cdot \cos\alpha$
$F_y = F \cdot \text{sen}\,\alpha$

$$F \cos 30^o - m \cdot g \cdot \text{sen}\, 30^o - \mu\,(py - Fy) = m \cdot a$$

$p_y = p \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha$
$F_y = F \cdot \text{sen}\,\alpha$

$$F \cdot 0{,}87 - 15 \cdot 10 \cdot 0{,}5 - 0{,}3\,(m \cdot g \cdot \cos 30^o - F \cdot \text{sen}\,30^o) = m \cdot a$$

$$F \cdot 0{,}87 - 75 - 0{,}3\,(15 \cdot 10 \cdot 0{,}87 - F \cdot 0{,}5) = 15 \cdot 5$$

$$0{,}87\,F - 75 - 39{,}15 + 0{,}15\,F = 75$$

$$0{,}87\,F + 0{,}15\,F = 75 + 75 + 39{,}15$$

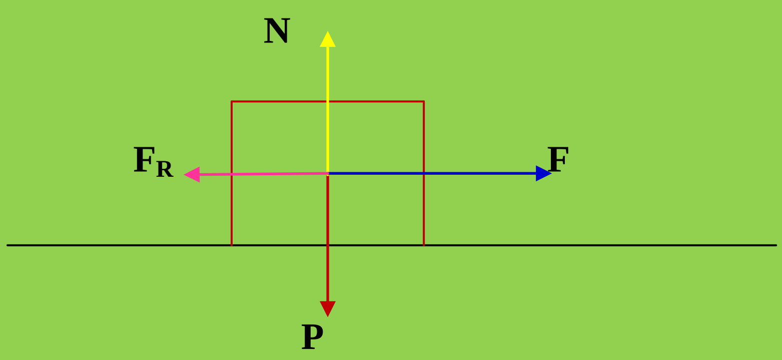
$$1{,}02\,F = 189{,}15 \;;\; F = 189{,}15 / 1{,}02 = 185{,}44\ N$$

Ejercicio resuelto

En un tiempo de 10 segundos hacemos pasar un bloque del reposo hasta conseguir una velocidad de 15 m/s. sobre una superficie horizontal. Tal efecto se ha conseguido por la acción de una fuerza paralela al plano horizontal y de valor 1/2 veces el valor del peso del cuerpo. ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento?

Resolución

El diagrama de fuerzas es:



Podemos aplicar la ecuación:

$$\sum F \cdot t = m \cdot (Vf - Vo)$$

$$(F - F_R) \cdot t = m \cdot (Vf - Vo)$$

$F = 1/2\ p = 1/2 \cdot m \cdot g$
$F_R = \mu \cdot N$; $N = p$; $F_R = \mu \cdot m \cdot g$

$$(1/2 \cdot m \cdot g - \mu \cdot m \cdot g) \cdot 10 = m \cdot (15 - 0)$$

Sacamos factor común la masa:

$$\cancel{m} \cdot (1/2 \cdot 9{,}81 - \mu \cdot 9{,}81) \cdot 10 = \cancel{m} \cdot 15$$

$$49{,}5 - 98{,}1\ \mu = 15 \quad ; \quad 98{,}1\ \mu = 49{,}5 - 15$$

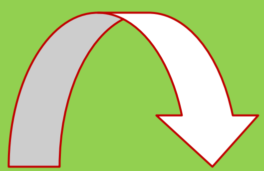
$98{,}1\ \mu = 34{,}5$; $\mu = 34{,}5 / 98{,}1 = 0{,}35$ (**NO TIENE UNIDADES**)

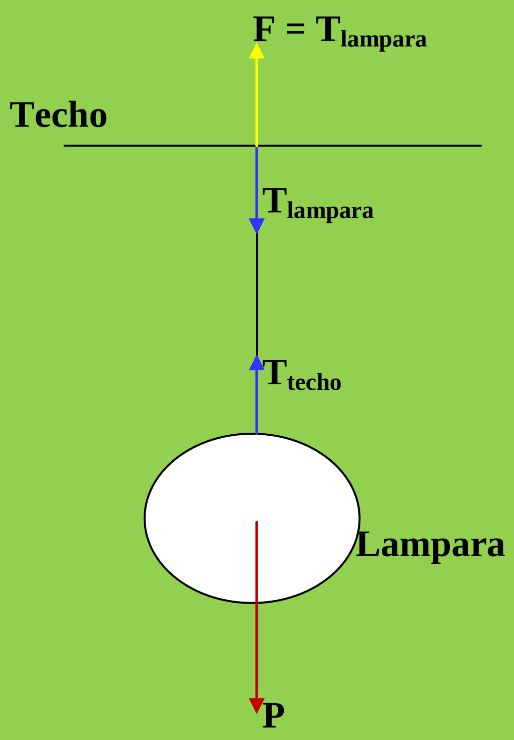
5.- Tensiones en las cuerdas.

Una de las formas más normales de elevar o arrastrar un cuerpo es tirar de él mediante una cuerda (o un cable). También podemos mantener una situación de equilibrio estático por la acción de una cuerda o cable. Las fuerzas son *magnitudes vectoriales deslizantes*, es decir, *la fuerza es transmitida con toda su intensidad a través del cable*.

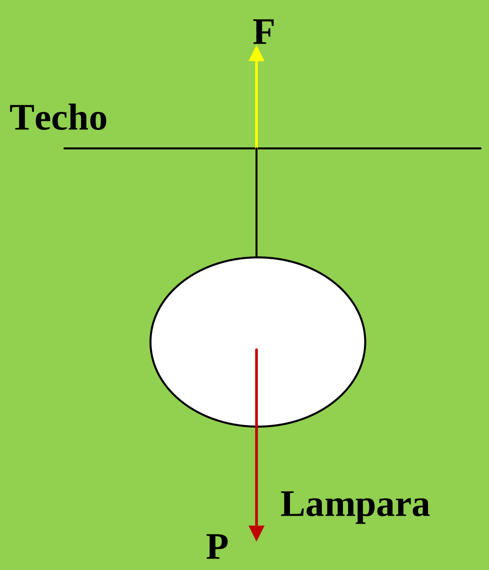
Si el cuerpo se encuentra en equilibrio, por ejemplo una lámpara, en el diagrama adjunto podemos esclarecer el valor de la *TENSIÓN*:

Sobre la lámpara actúa el *peso* de la misma. Por otra parte la lámpara tira del techo con una fuerza llamada *Tensión* ($T_{lampara}$). El techo tira de la lámpara con otra tensión (T_{techo}) y por último el techo responde a la tensión de la lámpara con una fuerza de igual módulo, dirección pero sentido contrario ($F = F_{lampara}$). Veamos el diagrama de fuerzas que actúan sobre el sistema (lámpara – techo) en equilibrio:





La cuerda, cable o cadena que soporta las tensiones está totalmente tensa lo que nos viene a decir que *ambas tensiones son iguales*. Si fueran diferentes y existiera un exceso de fuerza por parte de una tensión uno de los cuerpos subiría o bajaría según el valor del exceso. Otra dificultad en la diferencia de los valores de las tensiones lo tenemos en el hecho de que la cuerda llegara a romperse.
Como las tensiones son iguales en módulo, dirección y de sentido contrario las podemos eliminar y nos quedaría un diagrama de fuerzas:



Como el sistema sigue en equilibrio está claro que:

$$\sum F = 0 \; ; \; P + (-F) = 0 \rightarrow P - F = 0 \rightarrow \mathit{P = F}$$

Si la cuerda que utilizamos *es inextensible*, no se pierde fuerza en deformar la cuerda y *todos los puntos tienen la misma velocidad*.
Los cuerpos unidos a los extremos de una cuerda tensa se *mueven con la misma velocidad* que la cuerda y, por tanto, *tienen la misma aceleración tangencial*.

Video: Problema de tensiones
http://www.youtube.com/watch?v=nJHbC3Kngro

Ejercicio resuelto
Dentro de la caja de un ascensor tenemos un cuerpo de masa 75 Kg. Determinar la fuerza que realiza el cuerpo sobre el fondo del ascensor cuando:

a) **Está parado.**
b) **Asciende con una aceleración de 1 m/s^2.**
c) **Asciende con velocidad constante.**
d) **Llegando al piso deseado el motor del ascensor proporciona una aceleración de -1 m/s^2.**
e) **Desciende con una aceleración de 1 m/s^2.**
f) **Desciende con velocidad constante.**
g) **Llegando a la planta baja el ascensor adquiere una aceleración de -1 m/s^2.**

Resolución

La clave de este tipo de problemas se basa en el hecho de que *la fuerza que actúa sobre el suelo del ascensor es equivalente a la Tensión del cable*. Se podría demostrar con los aparatos de medida correspondientes.

Vamos a resolver el ejercicio mediante dos métodos para poner de manifiesto las *Fuerzas de Inercia* (ficticias) y *Fuerzas reales*.

Mediante fuerzas ficticias:

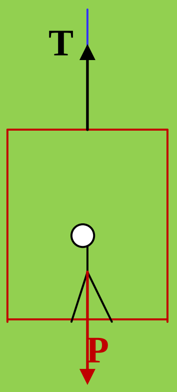
En el ejercicio intervienen tres tipos de fuerza:

a) ***El peso del cuerpo.***
b) ***La tensión del cable.***
c) ***La fuerza de Inercia.***

Utilizaremos el Principio de D´Alember: ***La suma algebraica de todas las fuerzas que actúen sobre un sistema, incluidas las de Inercia, es igual a cero.***

$$\sum F_{reales} - Fi = 0 \ ; \ Fi = m\ .\ a \rightarrow \sum F_{reales} - m\ .\ a = 0$$

a) **Ascensor en reposo. Diagrama de fuerzas:**



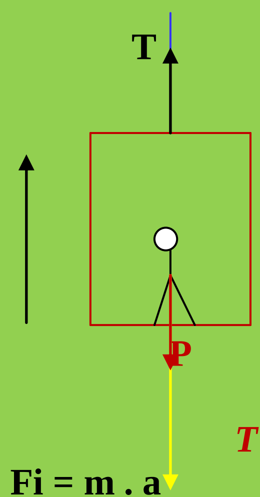
Como el sistema no está acelerado ***no existen Fuerzas de inercia*****.**
Se cumple entonces que:

$$\sum F_{reales} = 0 \ ; \ T - P = 0 \rightarrow T = P$$

$$T = P = m\ .\ g = 75\ Kg\ .\ 9{,}81\ m/s^2 = 735{,}75\ N$$

b) **Asciende con una aceleración de 1 m/s^2. El diagrama de fuerzas quedaría:**

Las fuerzas de Inercia siempre llevan la misma dirección del desplazamiento pero en sentido contrario.



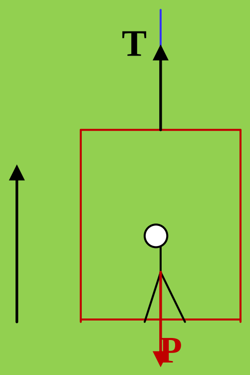
Como el sistema está acelerado ***existen Fuerzas de inercia*****. Estas como**
Se cumple entonces que:

$$\sum F_{reales} - m\ .\ a = 0 \ ; \ [(T + (-P)] - m\ .\ a = 0$$

$$T - P - m\ .\ a = 0 \ ; \ T = P + m\ .\ a$$

$$T = m\ .\ g + m\ .\ a = 75\ .\ 9{,}81 + 75\ .\ 1 = 810{,}75\ N$$

c) **Cuando asciende con velocidad constante. El sistema no está acelerado y por lo tanto no existen las fuerzas de Inercia. El diagrama de fuerzas queda de la forma:**



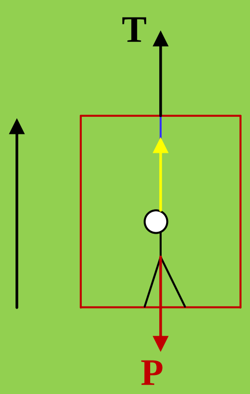
Se cumple entonces que:

$\sum F_{reales} - \cancelto{0}{m \cdot a} = 0$; **[(T + (– P)] = 0**

T – P = 0 ; T = P → T = m . g

T **= m . g =** ***735,75 N***

d) **Cuando asciende con una aceleración de -1 m/s^2. La aceleración negativa nos dice que el ascensor está parando y por lo tanto las fuerzas de Inercia irán hacia arriba. El diagrama de fuerzas quedará:**



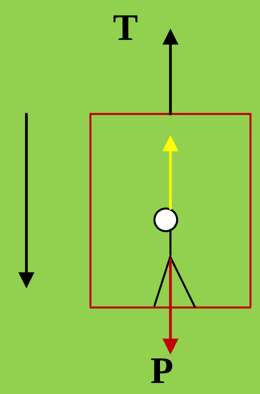
El sistema está acelerado y aparecerán las fuerzas de Inercia.
Se cumple que:
$\sum F_{reales} - m \cdot a = 0$; **[(T + (-P)] – m . a = 0**

T – P – m . a = 0 ; T – m . g – m . a = 0

T = m . g + m . a ; T = 75 . 9,81 + 75 . (-1) =

T **= 735,75 N – 75 . 1 N =** ***660,75***

e) Desciende con una aceleración de 1 m/s².



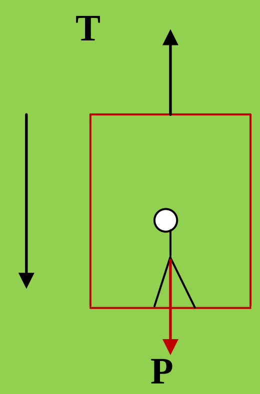
El sistema está acelerado y aparecerán las fuerzas de Inercia.
Como el ascensor desciende la Fi tiene el sentido ascendente. Se cumple que:

$\sum F_{reales} - m \cdot a = 0$; $[(P + (-T)] - m \cdot a = 0$

$P - T - m \cdot a = 0$; $T = P - m \cdot a$

$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot 1 = 660{,}75\ N$

f) Desciende a velocidad contante. El diagrama de fuerzas quedaría de la forma:



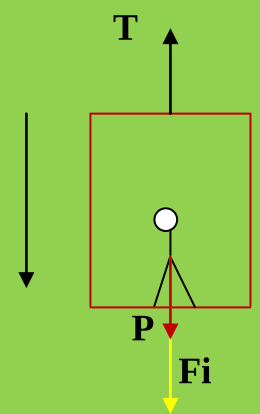
El sistema no está acelerado y no aparecerán Las fuerzas de Inercia.

Sentido descendente. Se cumple que:

$\sum F_{reales} = 0$; $[(P + (-T)] = 0$

$P - T = 0$; $T = P = m \cdot g = 75 \cdot 9{,}81 =$
$= 735{,}75\ N$

g) Desciende con una aceleración de -1 m/s². Este valor negativo de la aceleración indica que el ascensor va frenando y entonces las fuerzas de inercia tienen un sentido descendiente. El diagrama de fuerzas es:



El sistema está acelerado y aparecerán las fuerzas de Inercia.

Sentido descendente. Se cumple que:

$\sum Freales - m \cdot a = 0$

$$[P + (-T) | - m . a = 0 \ ; \quad P - T - m . a = 0$$

$$T = P - m . a = m . g - m . a$$

$$T = 75 . 9{,}81 - 75 . (-1) = 735{,}75 + 75 = 810{,}75 \text{ N}$$

Mediante fuerzas reales

En este caso sólo actuarán dos fuerzas:

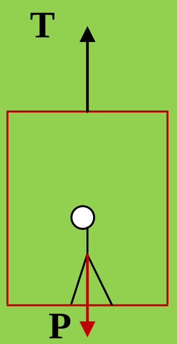
a) La Tensión.
b) El peso.

Estas dos fuerzas cumplen perfectamente el 2º principio de la Dinámica cuya expresión matemática es:

$$\sum F = m . a$$

Al igual que en el caso anterior nuestra premisa de partida es que la fuerza que ejerce el señor sobre el suelo del ascensor es el valor de la *TENSIÓN*:

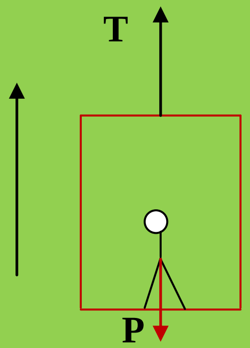
a) El cuerpo está en reposo:



$$\sum F = m . a \ ; a = 0 \rightarrow \sum F = 0$$

$$T - P = 0 \ ; \ T = P = m . g = 75 . 9{,}81 = 735{,}75 \text{ N}$$

b) El cuerpo asciende con una aceleración de 1 m/s^2. El diagrama de fuerzas es:

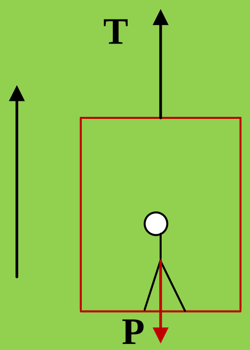


$$\sum F = m . a \ ; \ [T + (-P)] = m . a$$

$$T - P = m . a \ ; \ T = P + m . a \ ; \ T = m . g + m . a$$

$$T = 75 . 9{,}81 + 75 . 1 = 810{,}75 \text{ N}$$

c) Asciende a velocidad constante. Si la velocidad es constante → a = 0. El diagrama de fuerzas es:

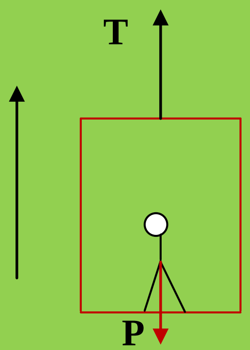


$\sum F = m \cdot a$; $[T + (-P)] = m \cdot 0$

$T - P = 0$; $T = P$; $T = m \cdot g$

$T = 75 \cdot 9{,}81 = 735{,}75\ N$

d) Asciende con una aceleración de -1 m/s². El diagrama de fuerzas:



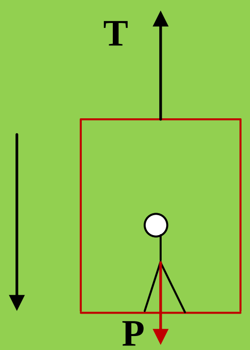
$\sum F = m \cdot a$; $[T + (-P)] = m \cdot a$

$T - P = m \cdot a$; $T = P + m \cdot a$

$T = m \cdot g + m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 + 75 \cdot (-1) =$

$T = 735{,}75 - 75 = 660{,}75\ N$

e) Desciende con una aceleración de 1 m/s2. Diagrama de fuerzas:



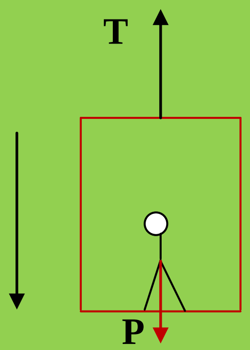
$\sum F = m \cdot a$; $[P + (-T)] = m \cdot a$

$P - T = m \cdot a$; $T = P - m \cdot a$

$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot 1 =$

$T = 735{,}75 - 75 = 660{,}75\ N$

f) Desciende a velocidad constante → a = 0. Diagrama de fuerzas:



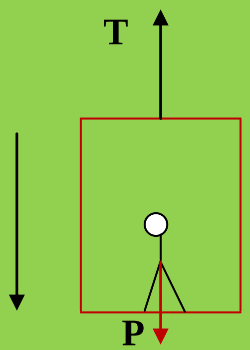
$\sum F = m \cdot a$; $[P + (-T)] = m \cdot a$

$P - T = m \cdot a$; $T = P - m \cdot a$

$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot 1 =$

T* = 735,75 – 75 = *660,75 N

g) Desciende con una aceleración de -1 m/s^2. Diagrama de fuerzas:



$\sum F = m \cdot a$; $[P + (-T)] = m \cdot a$

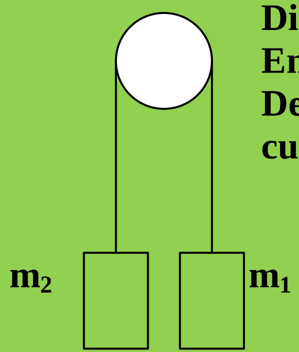
$P - T = m \cdot a$; $T = P - m \cdot a$

$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot (-1) =$

T* = 735,75 + 75 = *810,75 N

Ejercicio resuelto

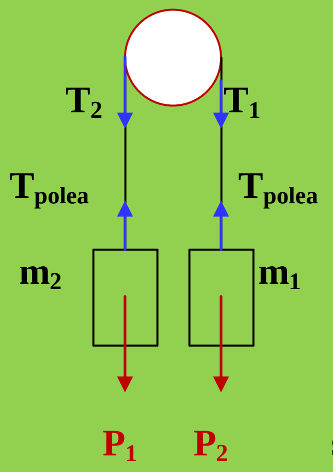
En el dibujo adjunto (máquina de Atwood):



Disponemos de dos masa m_1 y m_2 iguales de 10 N. Encima de una de las masas añadimos otra de 500 g. Determinar la aceleración que adquiere el sistema cuando queda en liberta de movimiento.

Resolución: En los problemas en donde existen poleas éstas no son consideradas puesto que no hemos estudiado la dinámica de Rotación

El diagrama de fuerzas es:

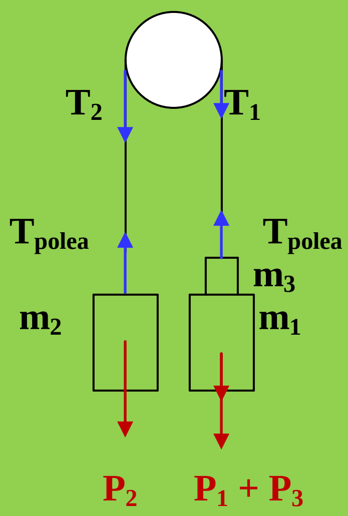


Se cumple:
$T_{polea} = T_1$
$T_{polea} = T_2$
Las poleas se anulan y solo actúan los pesos de Los cuerpos. El peso de los cuerpos es:

$$p = m \cdot g$$

Como los dos cuerpos tienen la misma masa, el sistema queda en equilibrio, *NO EVOLUCIONA.*

Para que el sistema evolucione se añade a unos de los cuerpos otro de masa 500 g = 0,5 Kg. El sistema quedaría:



Para saber el sentido de evolución del sistema utilizo el método cortar las cuerdas. Las tensiones desaparecen y solo actúan los pesos. El cuerpo de mayor peso determina la evolución del sistema:

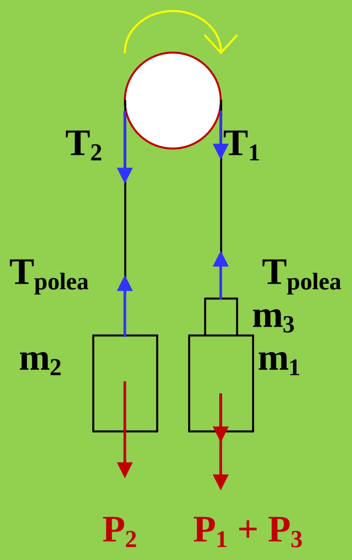
Cuerpo Derecha:

$$P_T = P_1 + P_3 = 10 + m_3 \cdot g = 10 + 4,9 = 14,9 \text{ N}$$

Cuerpo Izquierda:

$$P_T = p_2 = 10 \text{ N}$$

Según los cálculos manda el cuerpo de la derecha y por lo tanto el sistema evoluciona hacia la derecha:



La aceleración del sistema se puede conocer mediante dos métodos:

a) **Trabajando con todas las fuerzas del sistema.**
b) **Trabajando con los cuerpos independientemente.**

Veamos el primer método:

$$\textit{Fuerzas que ganan} - \textit{F que pierden} = m_{sistema} \cdot a$$

$$P_1 + P_3 + \cancel{T_1} + \cancel{T_{polea}} - \cancel{T_{polea}} - \cancel{T_2} - P_2 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$P_1 + P_3 - P_2 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$P_1 = m_1 \cdot 9{,}81$; $m_1 = P_1 / 9{,}81$; $m_1 = m_2 = 10 / 9{,}81 = 1{,}02\ Kg$

$$10 + 0{,}5 \cdot 9{,}81 - 10 = (1{,}02 + 0{,}5 + 1{,}02) \cdot a$$

$$4{,}9 = 2{,}54 \cdot a \quad ; \quad a = 4{,}9 / 2{,}54 = 1{,}93\ m \cdot s^{-2}$$

Trabajando cuerpo a cuerpo.

En función del último dibujo podemos deducir:

Cuerpo Derecha: $P_1 + P_3 - T_{polea} = (m_1 + m_3) \cdot a$

Cuerpo Izquierda: $T_{polea} - P_2 = m_2 \cdot a$

Si sumamos miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$P_1 + P_3 - T_{polea} + T_{polea} - P_2 = (m_1 + m_3) .a + m_2 . a$$

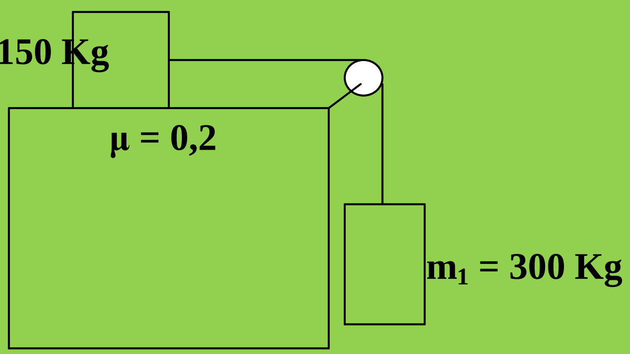
$$P_1 + P_3 - P_2 = (m_1 + m_3 + m_2) a$$

$$10 + 4{,}9 - 10 = (1{,}02 + 0{,}5 + 1{,}02) a$$

$$4{,}9 = 2{,}54 . a \;\; ; \;\; a = 4{,}9 / 2{,}54 = 1{,}93 \, m . s^{-2}$$

Ejercicio resuelto

Dado el esquema siguiente:

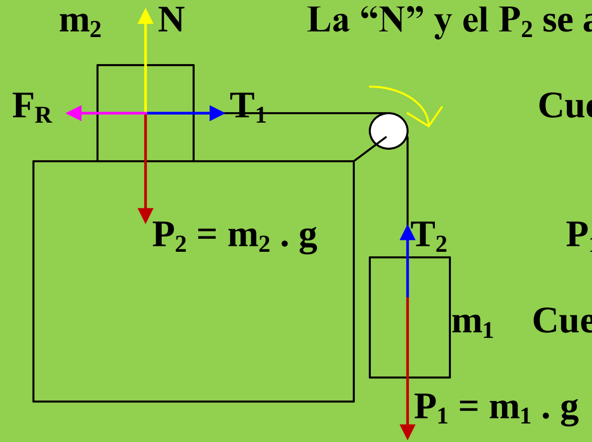


Determinar la aceleración del sistema y el valor de la tensión de la cuerda.

Resolución

En este esquema determinar la evolución del sistema es muy sencillo, únicamente puede girar hacia la derecha, es decir, el cuerpo nº 1 descenderá:

La evolución del sistema así como el diagrama de fuerzas quedan reflejados en el siguiente dibujo:



La "N" y el P_2 se anulan mutuamente → $N = P_2$

Cuerpo de la derecha:

$$\sum F = m . a$$

$$P_1 - T_2 = m_1 . a \quad (1)$$

Cuerpo de la Izquierda:

$$\sum F = m_2 . a$$

$$T_1 - F_R = m_2 . a \quad (2)$$

Sumemos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):

$$P_1 – T_2 + T_1 – F_R = m_1 . a + m_2 . a$$

Como las poleas no intervienen en el proceso las tensiones son iguales:

$$T_2 = T_1$$

Nos queda por tanto:

$$P_1 – F_R = (m_1 + m_2) . a$$

Por otra parte:

$$F_R = \mu . N = \mu . P_2 = \mu . m_2 . g$$

y por tanto:

$$m_1 . g – \mu . m_2 . g = (m_1 + m_2) . a$$

$$300 . 9,81 – 0,2 . 150 . 9,81 = (300 + 150) . a$$

$$2943 – 294,3 = 450 a \;\; ; \;\; 2648,7 = 450 a$$

$$a = 2648,7 / 450 = 5,886 \; m . s^{-2}$$

Para conocer las tensiones podemos elegir entre la ecuación (1) o la (2). Ecuación (1):

$$P_1 – T_2 = m_1 . a \;\; ; \;\; m_1 . g – T_2 = m_1 . a$$

$$m_1 . g – T_2 = m_1 . a \;\; ; \;\; T_2 = m_1 . g – m_1 . a$$

$$T_2 = 300 . 9,81 – 300 . 5,886 = 2943 – 1765,8 = 1177,2 \; N$$

Si elegimos la ecuación (2) comprobaremos como las tensiones son iguales:

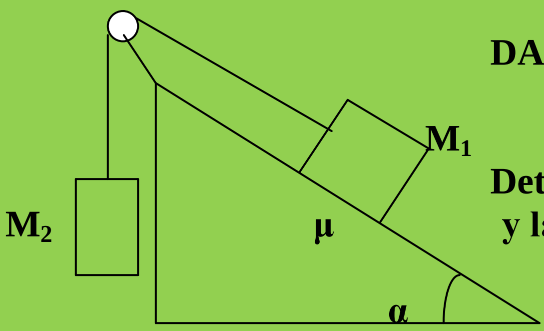
$$T_1 – F_R = m_2 . a \;\; ; \;\; T_1 – \mu . m_2 . g = m_2 . a$$

$$T_1 – 0,2 . 150 . 9,81 = 150 . 5,886$$

$$T_1 - 294,3 = 882,9 \;\; ; \;\; T_1 = 882,9 + 294,3 = 1177,2\ N$$

Ejercicio resuelto

Dado el esquema de la figura adjunta:

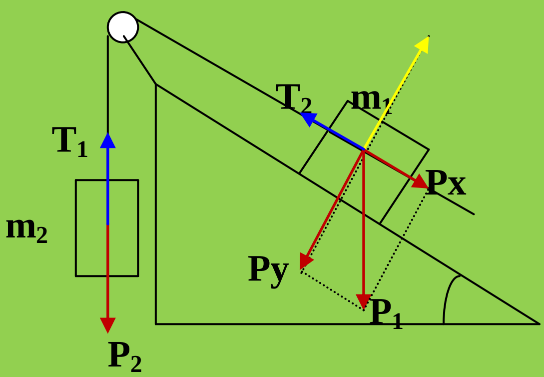


DATOS: $M_1 = 800$ g ; $M_2 = 350$ g
$\alpha = 45^o$; $\mu = 0,3$

Determinar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

Resolución

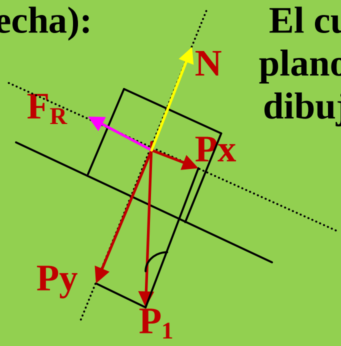
Vamos a establecer el diagrama de todas las fuerzas que actúan en el sistema:



La fuerza de rozamiento en el cuerpo nº 1 (derecha) no la he dibujado puesto que no conozco la evolución del sistema.

La evolución del sistema la determinaremos cortando las cuerdas y desapareciendo por tanto las tensiones. Veamos qué cuerpo es el que manda:

Cuerpo nº 1 (derecha):



El cuerpo descendería a través del plano inclinado y ahora sí podemos dibujar la fuerza de rozamiento.

Las fuerzas que intervienen en el descenso del cuerpo nº 1 son aquellas que tienen la dirección del movimiento, es decir, Px y F_R. Se cumple:

$$F_{T1} = Px - F_R \quad (1)$$

$Px = P_1 \cdot \text{sen}\ \alpha = m_1 \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$

$F^R = \mu \cdot N = \mu \cdot Py = \mu \cdot P_1 \cdot \cos \alpha = \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha$

Si nos vamos a la ecuación (1):

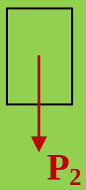
$$F_{T1} = m_1 \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha - \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha =$$

$$= 0{,}8 \cdot 9{,}81 \cdot \text{sen}\ 45^o – 0{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 45^o =$$

$$= 5{,}5 – 1{,}65 = 3{,}85\ N$$

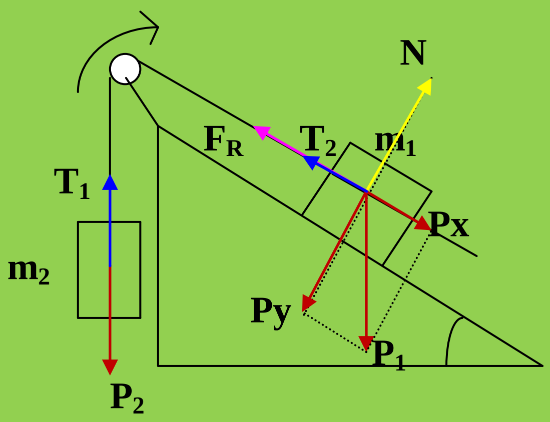
El cuerpo de la derecha descendería por el plano inclinado con una fuerza de 3,85 N.

Cuerpo de la Izquierda (Nº 2):
Solo actúa sobre dicho cuerpo su propio peso.



$$P_2 = m_2 \cdot g = 0{,}350 \cdot 9{,}81 = 3{,}43\ N$$

El cuerpo de la derecha está bajo la acción de una fuerza superior a la que actúa sobre el cuerpo nº 2. El sistema evoluciona hacia la derecha. El nuevo diagrama de fuerzas es:



Cuerpo de la derecha:

$\sum F = m_1 \cdot a$

$Px - T_2 - F_R = m_1 \cdot a$ **(1)**

Cuerpo de la Izquierda:

$\sum F = m_2 \cdot a$

$T_1 - P_2 = m_2 \cdot a$ **(2)**

Si sumamos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):

$Px - T_2 - F_R + T_1 - P_2 = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \qquad (T_1 = T_2)$

$Px - F_R - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$

$P_1 \cdot \text{sen } 45^o - \mu \cdot P_2 \cdot \cos 45^o = (m_1 + m_2) \cdot a$

$m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 45^o - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45^o = (m_1 + m_2) \cdot a$

$0{,}8 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 - 0{,}3 \cdot 0{,}350 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 = (0{,}8 + 0{,}350) \cdot a$

$5{,}5 - 0{,}72 = 1{,}15 \cdot a$; $4{,}78 = 1{,}15\ a$; $a = 4{,}78 / 1{,}15 = 4{,}15\ m \cdot s^{-2}$

En lo referente a la tensión en las cuerdas, al ser iguales, podemos utilizar la ecuación (1) o (2). Haciendo un estudio de ambas ecuaciones es la ecuación más sencilla de utilizar:

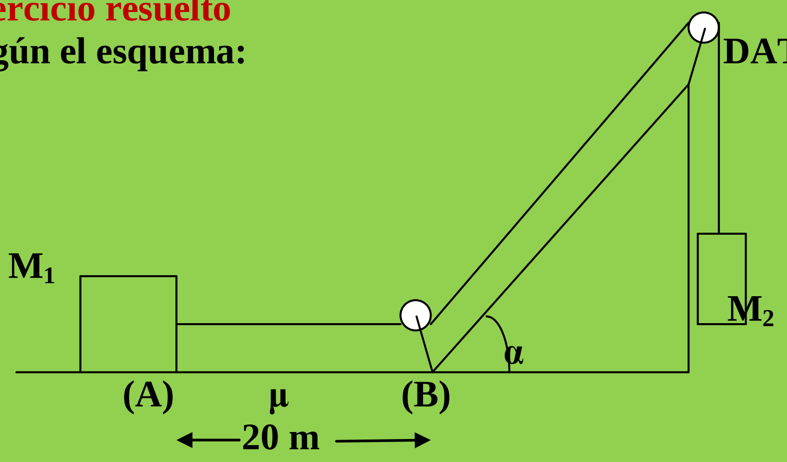
$T_1 - P_2 = m_2 \cdot a$; $T_1 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$; $T_1 = m_2 \cdot g + m_2 \cdot a$

T_1 = 0,350 . 9,81 + 0,350 . 4,15 = 3,43 + 1,45 = **4,88 N = T_2**

Ejercicio resuelto

Según el esquema:

DATOS: M_1 = 10 Kg
M_2 = 50000 g
α = 45º
μ = 0,2

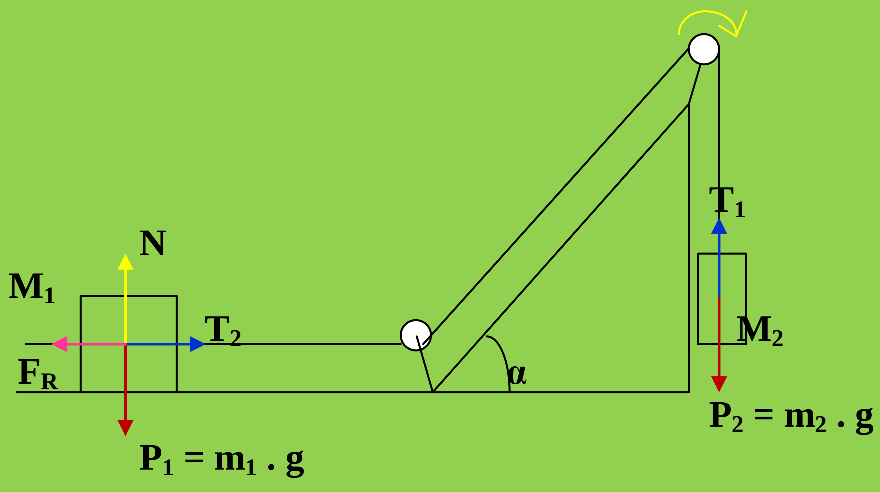


Determinar la velocidad que alcanza la M_1 cuando partiendo de (A) llega a (B).

Resolución

En este esquema determinar el sentido de evolución es muy sencillo. Evolucionará hacia la derecha. Si cortamos las cuerdas y desaparecen las tensiones el cuerpo de masa M_1 quedaría sometido únicamente a su peso y la normal que como sabemos se anulan mutuamente.

Dibujaremos el esquema del sistema con todas ls fuerzas actuantes:



Cuerpo de la derecha:

$P_2 - T_1 = m_2 \cdot a$ (1)

Cuerpo de la izquierda:

$T_2 - F_R = m_1 \cdot a$; $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g$

$T_2 - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$ (2)

Sumemos, miembro a miembro, las ecuaciones (1) y (2):

$P_2 - T_1 + T_2 - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_2 \cdot a + m_1 \cdot a$; $T_1 = T_2$

$m_2 \cdot g - \mu \cdot m_1 \cdot g = (m_2 + m_1) \cdot a$

$50 \cdot 9{,}81 - 0{,}2 \cdot 10 \cdot 9{,}81 = (50 + 10) \cdot a$

$490{,}5 - 19{,}62 = 60 \cdot a$; $470{,}88 = 60 \cdot a$; $a = 470{,}88 / 60 = 7{,}85\ m/s^2$

El cuerpo de la izquierda de masa M_2 se desplaza hacia la derecha con una aceleración de 7,85 m/s^2.

$V_A = 0$
$e = 20\ m$

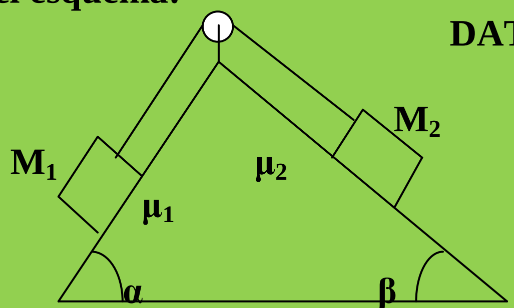
Cinemáticamente:

$V_B^2 = V_A^2 + 2 \cdot a \cdot e$; $V_B^2 = 0 + 2 \cdot 7{,}85 \cdot 20$; $V_B = (314)^{1/2}$

$V_B = 17{,}72\ m \cdot s^{-1}$

Ejercicio resuelto

Dado el esquema:

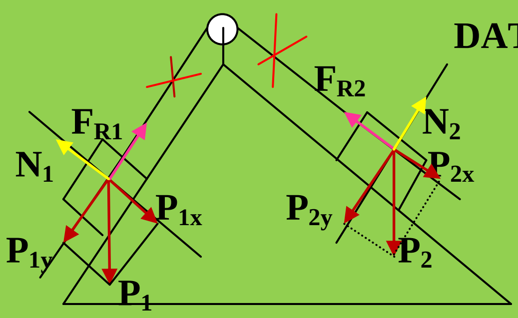


DATOS: $M_1 = 70$ Kg ; $M_2 = 50$ Kg
$\mu_1 = 0{,}3$; $\mu_2 = 0{,}2$
$\alpha = 60º$; $\beta = 45º$.

Determinar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

Resolución

Estableceremos todas las fuerzas que actúan sobre el sistema. Cortaremos la cuerda y desaparecerán las tensiones. Cada cuerpo descenderá por su parte de los planos inclinados y el cuerpo que soporte mayor fuerza será quien determine la evolución del sistema:



DATOS: M_1 = 70 Kg ; M_2 = 50 Kg
μ1 = 0,3 ; μ2 = 0,2
α = 60º ; β = 45º.

Cuerpo de la derecha:

$F_{T2} = P_{2x} - F_{R2} = P_2 \cdot \text{sen } 45^o - \mu_2 \cdot N_2 = m_2 \cdot g \cdot \text{sen } 45^o - \mu_2 \cdot P_{2y} =$

$= 50 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 - 0{,}2 \cdot P_2 \cdot \cos 45^o = 343{,}35 - 0{,}2 \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45^o =$

$= 343{,}35 - 68{,}67 = 274{,}68\ N$

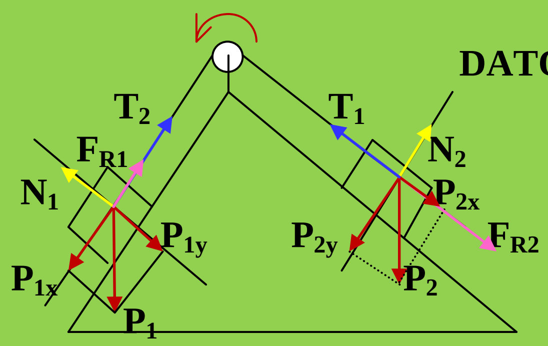
Cuerpo de la Izquierda:

$F_{T1} = P_{1x} - F_{R1} = P_1 \cdot \text{sen } 60^o - \mu_1 \cdot N_1 = m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 60^o - \mu_1 \cdot P_{1y} =$

$= 70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 - 0{,}3 \cdot P_1 \cdot \cos 60^o = 426{,}7 - 0{,}3 \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos 60^o =$

$= 597{,}42 - 0{,}3 \cdot 70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5 = 597{,}42 - 103 = 494{,}42\ N$

El cuerpo de la izquierda es sobre el cual actúa una fuerza descendente mayor. El sistema evolucionará de derecha a izquierda. Esto lo reflejaremos en el dibujo adjunto en cual se incorporarán las tensiones:



DATOS: M_1 = 70 Kg ; M_2 = 50 Kg
μ_1 = 0,3 ; μ_2 = 0,2
α = 60º ; β = 45º.

Apliquemos el 2º principio de la Dinámica a los dos cuerpos:

Cuerpo de la Izquierda:

$P_{1x} - F_{R1} - T_2 = m_1 \cdot a$ **(1)**

Cuerpo de la derecha:

$T_1 - P_{2x} - F_{R2} = m_2 \cdot a$ **(2)**

Sumemos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):

$P_1x - F_{R1} - T_2 + T_1 - P_{2x} - F_{R2} = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$; $(T_1 = T_2)$

$P_{1x} - F_{R1} - P_{2x} - F_{R2} = (m_1 + m_2) \cdot a$

$m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 60^o - \mu_1 \cdot N_1 - m_2 \cdot g \cdot \cos 45^o - \mu_2 \cdot N_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$

$m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 60^o - \mu_1 \cdot P_{1y} - m_2 \cdot g \cdot \cos 45^o - \mu_2 \cdot P_{2y} = (m_1 + m_2) \cdot a$

$m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 60^o - \mu_1 \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos 60^o - m_2 \cdot g \cdot \cos 45^o -$
$- \mu_2 \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45^o = (m_1 + m_2) \cdot a$

$70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 - 0{,}3 \cdot 70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5 - 50 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 - 0{,}2 \cdot 50 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 =$

$= (50 + 70) \cdot a$

$597{,}43 - 103 - 343{,}35 - 68{,}67 = 120\ a$; $82{,}41 = 120\ a$

$a = 82{,}41 / 120 = 0{,}68\ m \cdot s^{-2}$

Para calcular la tensión de la cuerda utilizaremos la ecuación (1):

$P_{1x} - F_{R1} - T_2 = m_1 \cdot a$; $P_1 \cdot \cos 60^o - \mu_1 \cdot N_1 - T_2 = m_1 \cdot a$

$m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 60^o - 0{,}3 \cdot P_{1y} - T_2 = m_1 \cdot a$

$70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 - 0{,}3 \cdot P_1 \cdot \cos 60^o - T_2 = m_1 \cdot a$

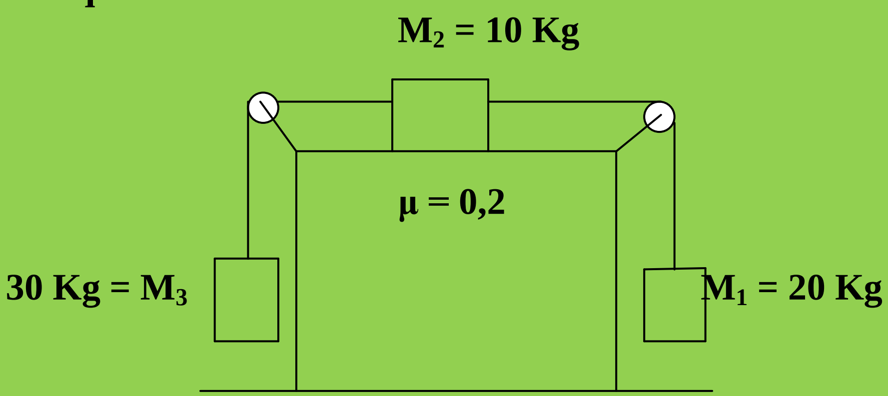
$597{,}43 - 0{,}3 \cdot 70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5 - T_2 = 70 \cdot a$

$597{,}43 - 103 - T_2 = 70 \cdot 0{,}68$; $494{,}43 - T_2 = 47{,}6$

$T_2 = 494{,}43 - 47{,}6$; $T_2 = 446{,}83\ N$

Ejercicio resuelto

Dado el esquema:

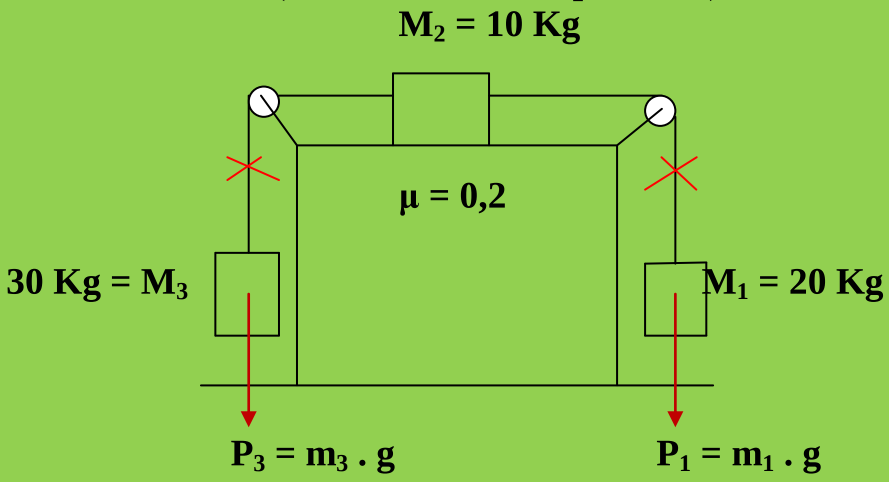


Determinar la aceleración del sistema y las tensiones de la cuerda.

Resolución

Para determinar la evolución del sistema, el cuerpo nº 2 no interviene. Serán el nº1 o nº 2 quien determinen el desplazamiento del sistema. Hagamos un diagrama con las fuerzas que actúan sobre el cuerpo nº1 y sobre el nº 2:

Cortaremos los cables (las tensiones desaparecen):



Las únicas fuerzas que actúan son los pesos de los cuerpos nº 1 y nº 3. Quién tenga mayor peso será el determinante de la evolución del sistema.

Cuerpo de la Derecha (nº 1) :

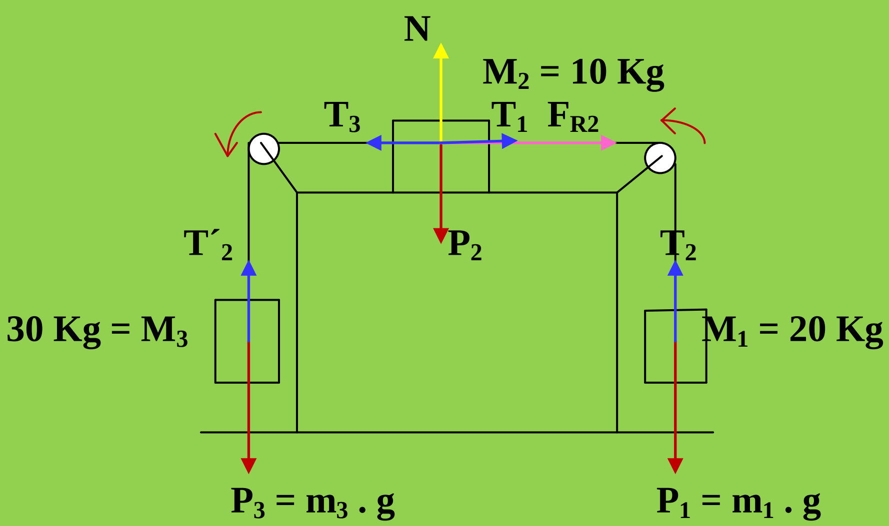
$P_1 = m_1 \cdot g$ **= 20 . 9,81 =** ***196,2 N***

Cuerpo de la Izquierda (nº 3):

$P_2 = m_2 \cdot g$ **= 30 . 9,81 =** ***294,3 N***

El cuerpo nº 3 es el determinante de la evolución del sistema. Se desplazará de derecha a izquierda.

Haremos un diagrama con todas las fuerzas actuantes y añadiremos las tensiones:



Para determinar la aceleración y la tensión de las cuerdas trabajaremos con todo el sistema. Habréis observado que ahora todas las tensiones no son iguales, $T_2 = T_1$ y $T_3 = T'_2$:

Aplicaremos a todo el sistema el 2º principio de la Dinámica:

$$\sum F_{sistema} = m_{sistema} \cdot a_{sistema}$$

Según la evolución del sistema tendremos:

Las que se desplazan hacia la izquierda – las que se desplazan hacia la derecha = $m_{sistema} \cdot a_{sistema}$

$P_3 + \cancel{T_3} + \cancel{T_2} - \cancel{T'_2} - \cancel{T_1} - F_{R2} - P_1 = (m_1 + m_2 + m_3) \,.\, a$

$P_3 - F_{R2} - P_1 = (m_1 + m_2 + m_3) \,.\, a$

$m_3 \,.\, g - \mu_2 \,.\, N - m_1 \,.\, g = (m_1 + m_2 + m_3) \,.\, a$

$m_3 \,.\, g - \mu_2 \,.\, P_2 - m_1 \,.\, g = (m_1 + m_2 + m_3) \,.\, a$

$m_3 \,.\, g - \mu_2 \,.\, m_2 \,.\, g - m_1 \,.\, g = (m_1 + m_2 + m_3) \,.\, a$

$30 \,.\, 9{,}81 - 0{,}2 \,.\, 10 \,.\, 9{,}81 - 20 \,.\, 9{,}81 = (30 + 10 + 20) \,.\, a$

$294{,}3 - 19{,}62 - 196{,}2 = 60 \,.\, a \quad ; \quad 78{,}48 = 60 \,.\, a$

$$a = 78{,}48 / 60 = 1{,}3\ m \,.\, s^{-2}$$

Para calcular las tensiones:

Trabajaremos con el cuerpo nº 1:

$T_2 - P_1 = m_1 \,.\, a \;\; ; \;\; T_2 - m_1 \,.\, g = m_1 \,.\, a \;\; ; \;\; T_2 - 20 \,.\, 9{,}81 = 20 \,.\, 1{,}3$

$T_2 - 196{,}2 = 26 \;\; ; \;\; T_2 = 26 + 196{,}2 = 222{,}2\ N = T_1$

Si estudiamos el cuerpo nº 3:

$P_3 - T'_2 = m_3 \,.\, a \;\; ; \;\; m_3 \,.\, g - T'_2 = m_3 \,.\, a \;\; ; \;\; 30 \,.\, 9{,}81 - T'_2 = 30 \,.\, 1{,}3$

294,3 – T´$_2$ = 39 : *T´$_2$* = 294,3 – 39 = *255,3 N* = *T$_3$*

6.- Fuerza Centrípeta y Fuerza Centrífuga.

Fuerza Centrípeta
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/cf.html

Fuerza centrípeta
http://www.slideshare.net/solartime/fuerza-centripeta

Animación: Movimiento Circular y Fuerza centrípeta
http://www.walter-fendt.de/ph14s/carousel_s.htm

Fuerza Centrífuga y Fuerza Centrípeta
http://bacterio.uc3m.es/docencia/laboratorio/guiones_esp/mecanica/F_centrifuga_guion.pdf

Fuerza Centrípeta

Video: Fuerza Centrípeta
http://www.youtube.com/watch?v=hliKLweOK7Y

Video: Fuerza Centrípeta y Centrífuga
http://naukas.com/2012/08/28/es-la-fuerza-centrifuga-realmente-una-fuerza/

Como conclusión a todo lo estudiado en las páginas Webs y visto en los videos podemos decir:

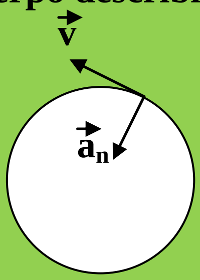
$$F_{radial} = F_{centrípeta}$$

Si actúan varias fuerzas en dirección radial la expresión anterior la podemos expresar de la forma:

$$\sum F_{radiales} = F_{centrípeta}$$

Veamos unos dibujos que nos pongan de manifiesto la *Fuerza Centrípeta*:

a) Un cuerpo describiendo una *trayectoria circular*:



La aceleración normal, a_n, es aquella que produce una variación de dirección del vector velocidad.

Todos sabemos que la aceleración en los cuerpos nacen de la acción de una fuerza sobre dicho cuerpo. Segundo Principio de la Dinámica:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

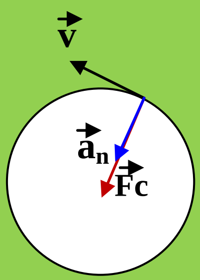
En nuestro caso la aceleración es $\vec{a}_n$ y por tanto:

$$F = m \cdot a_n \;;\; a_n = |\,v\,|^2 / R \rightarrow F = m \cdot |\,v\,|^2 / R$$

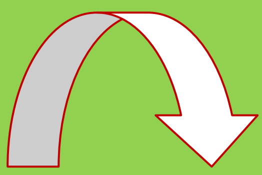
A esta fuerza se le llama *Fuerza Centrípeta* (dirección hacia el Centro de la trayectoria circular):

$$F_{centrípeta} = m \cdot |\,v\,|^2 / R$$

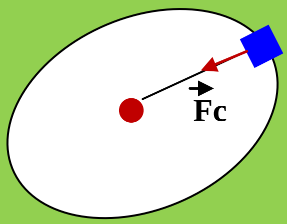
El esquema quedaría de la forma:



La aceleración normal, $\vec{a}_n$, es aquella que produce una variación en la dirección del vector velocidad.



b) Un cuerpo unido por una cuerda a nuestra mano y describiendo una *trayectoria circular*:



Al existir una cuerda aparecen la fuerzas de Tensión y además el cuerpo también tiene un peso que se pondrá de manifiesto. Es cuando escribimos:

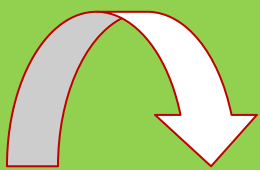
$$\sum F_{radiales} = Fc$$

En el movimiento circular, descrito de las formas anteriores, también aparecen *Fuerzas de Inercia*, en este caso se llamas *fuerza centrífuga.* Es una *fuerza de inercia* que se manifiesta en dicho móvil cuando éste se ve sometido a una *aceleración*, en este caso *aceleración normal* o *centrípeta*. La *fuerza centrífuga*, al igual que todas las Fuerzas de Inercia , es una fuerza *virtual, ficticia, puesto que no se debe a la interacción entre cuerpos,* y solo es observable cuando se analiza el comportamiento dinámico del móvil desde un sistema de referencia no inercial ligado a él.

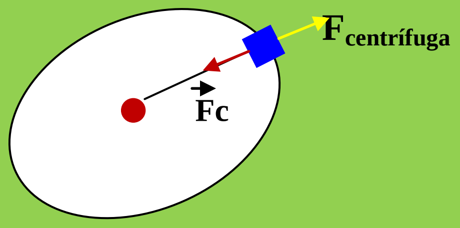
Pese a ello, tiene sentido físico hablar de la fuerza centrífuga, a causa de los efectos que produce (coches describiendo trayectorias circulares, funcionamiento de una centrifugadora, dolor en el costado de Indurain).

Cuando un coche está describiendo una curva los pasajeros sufren un desplazamiento en el sentido de la curva. Este desplazamiento lo vería un observador que estuviera dentro del coche puesto que se encuentra en una situación acelerada que nace de la Fuerza Centrífuga. Un observador exterior al coche, en reposo (sistema de referencia inercial) no vería el desplazamiento que sufren los ocupantes del coche.

Cuando Indurain corría en circuitos cerrados y las curvas siempre las describía de izquierda a derecha notaba un malestar en su costado derecho como consecuencia de esta *Fuerza Centrífuga*.

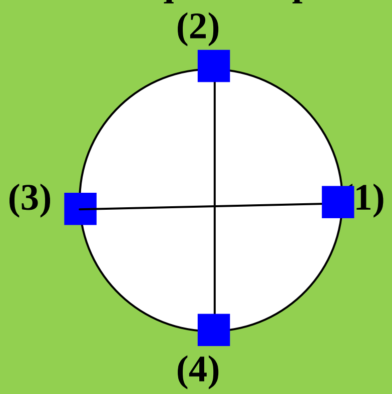


Esta *Fuerza Centrífuga* tiene el *mismo módulo* y la misma *dirección* que la *Fuerza Centrípeta* pero el *sentido es opuesto*:



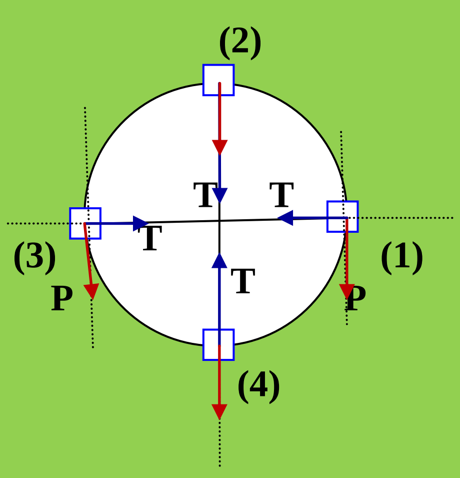
Ejercicio resuelto

Atamos un cuerpo de masa 3 Kg con una cuerda de longitud 1,75 m. Hacemos girar el cuerpo describiendo trayectorias circulares con una velocidad de 75 r.p.m. Determinar la tensión que soporta la cuerda en cada una de las posiciones que se especifican en el dibujo siguiente:



Resolución

Vamos a realizar el estudio de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cada una de las posiciones:



Las posiciones (1) y (3) son exactamente iguales. La proyección del peso sobre el eje OX (dirección radial) vale cero (Px = 0). En las posiciones (1) y (3) sólo actúa la tensión de la cuerda y por tanto podemos escribir:

$T = Fc = m \cdot V^2 / R$ **(1)**

Para calcular el valor de "T" debemos conocer la velocidad lineal

Recordemos que:

$$V = \omega \cdot R \quad (2)$$

ω = 75 r.p.m = 75 revoluciones / minuto . 2π rad / 1 revol. . 1 min/ 60 s = 7,85 rad /s

R = 1,75 m

Si nos vamos a la ecuación (2):

$$V = 7{,}85 \cdot 1{,}75 = 13{,}73\ m/s$$

y yéndonos a (1):

$$T = 3 \cdot (13{,}73)^2 / 1{,}75 = 323{,}51\ N$$

Posición (2):

$$P + T = Fc \ ; \ T = Fc - P \ ; \ T = m\,V^2 / R - m \cdot g$$

$$T = 3 \cdot (13{,}73)^2 / 1{,}75 - 3 \cdot 9{,}81 = 323{,}51 - 29{,}43 = 294{,}08\ N$$

Posición (4):

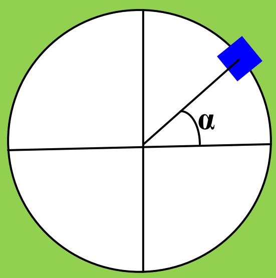
$$T - P = Fc \ ; \ T = Fc + P = 323{,}51 + 29{,}43 = 352{,}94\ N$$

Ejercicio resuelto

Del ejercicio anterior. Determinar la tensión de la cuerda en la posición:

DATO: $\alpha = 45º$

V = 13,73 m/s
R = 1,75 m
m = 3 Kg

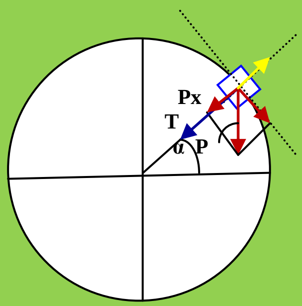


Resolución

DATO: $\alpha = 45º$

V = 13,73 m/s
R = 1,75 m

m = 3 Kg



$$T + Px = Fc$$

$$T + P \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot V^2 / R$$

$$T = m \cdot V^2 / R - m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$$

$$T = 3 \cdot (13{,}73)^2 / 1{,}75 - 3 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 =$$

$$= 323{,}16 - 20{,}60 = 302{,}56\ N$$

Ejercicio resuelto

Un vehículo de 8 toneladas de masa está recorriendo un circuito. Cuál debe ser el coeficiente de rozamiento para que al describir una curva de 500 m de radio a 220 Km/h no se salga de dicho circuito.

Resolución

Pasaremos las unidades al S. I.:

m = 8 toneladas . 1000 Kg / 1 tonelada = 8000 Kg

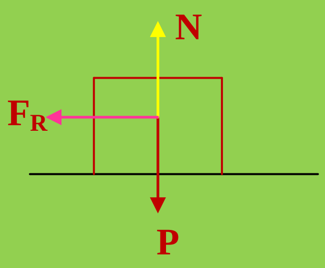
R = 500 m

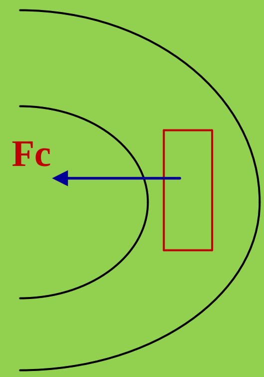
V = 220 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 61,10 m/s

Los vehículos al describir una trayectoria circular si lo hacen a mucha velocidad suelen salirse de la curva en sentido hacia la derecha. La fuerza de rozamiento se opone a este desplazamiento.

Diagrama de fuerzas:

Vista de Frente **Vista desde Arriba**





Se cumple:

$$F_R = Fc$$

F_R **= Fuerza de rozamiento**

$$\mu \,.\, N = m \,.\, V^2 / R$$

$$\mu \,.\, P = m \,.\, V2 / R \;\; ; \;\; \mu \,.\, \cancel{m} \,.\, g = \cancel{m} \,.\, V^2 / R$$

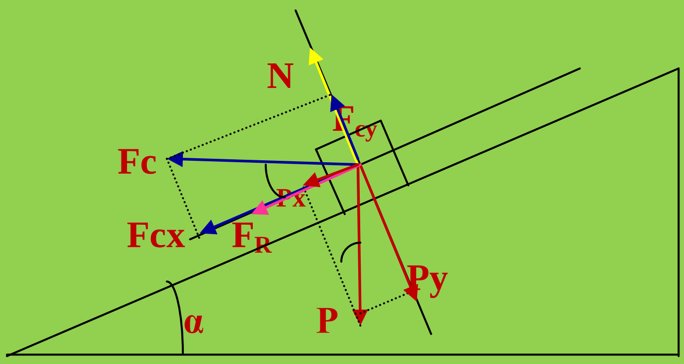
$$\mu = V^2 / (R \,.\, g) \;\; ; \;\; \mu = (61{,}10)^2 / 500 \,.\, 9{,}81$$

$$\mu = 3734{,}56 / 4905 = 0{,}76$$

Ejercicio resuelto

Del ejercicio anterior. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es de 0,76 determinar el ángulo con el cual se debe peraltar (inclinar un cierto ángulo la curva) la curva para que pueda describirla con una velocidad de 275 Km/h.

Resolución



Para que el vehículo describa la curva sin problema se debe cumplir:

$$Px + F_R = Fcx$$

$$P \cdot \text{sen}\ \alpha + \mu \cdot N = Fc \cdot \cos\alpha$$

En el eje OY se cumple:

$$N + Fcy = Py \ ;\ N = Py - Fcy$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha + \mu \cdot (Py - Fcy) = Fc \cdot \cos\alpha$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha + \mu \cdot (P \cdot \cos\alpha - Fc \cdot \text{sen}\ \alpha) = Fc \cdot \cos\alpha$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha + \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos\alpha - m \cdot V^2/R \cdot \text{sen}\ \alpha) = m \cdot V^2/R \cdot \cos\alpha$$

Datos:

m = 8000 Kg
μ = 0,76
R = 500 m
V = 275 Km/h . 1000 m/1 Km . 1 h / 3600 s = 76,4 m/s

$$8000.9{,}81 \cdot \text{sen}\ \alpha + 0{,}76\ (8000 \cdot 9{,}81 \cos\alpha - 8000 \cdot (76{,}4)^2/500 \cdot \text{sen}\ \alpha) =$$

$$= 8000\ (76{,}4)^2/500 \cdot \cos\alpha$$

$$78480\ \text{sen}\ \alpha + 59644{,}8 \cos\alpha - 70977{,}43\ \text{sen}\ \alpha = 93391{,}36 \cos\alpha$$

Dividiendo por cos α los dos miembros de la ecuación:

$$78480\ \text{sen}\ \alpha / \cos\alpha + 59644{,}8 \cos\alpha / \cos\alpha - 70977{,}43\ \text{sen}\ \alpha/\cos\alpha =$$

$$= 93391{,}36 \cos \alpha / \cos \alpha$$

$$78480 \text{ tag } \alpha + 59644{,}8 – 70977{,}43 \text{ tag } \alpha = 93391{,}36$$

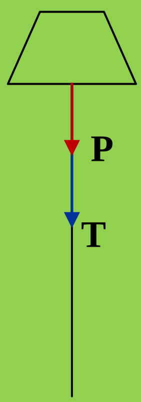
$$7502{,}57 \text{ tag } \alpha = 33746{,}56$$

$$\text{tag } \alpha = 33746{,}56 / 7502{,}57 = 4{,}5 \;\; ; \;\; \alpha = 77{,}47^o$$

Ejercicio resuelto

Un niño está jugando en la playa con un cubo lleno de agua y atado a una cuerda de 75 cm de larga. Con la cuerda y el cubo lleno de agua está describiendo trayectorias circulares. La cuerda ejerce una tensión sobre el cubo de 8 N. Determinar qué velocidad debe llevar el cubo en la parte alta de la trayectoria circular con el fin de que el agua no se derrame. El cubo y el agua tienen, en conjunto, una masa de 300 g.

Resolución



Para que el agua no se derrame se debe cumplir:

$$P + T = Fc \quad (1)$$

$$R = 75 \text{ cm} . 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0{,}75 \text{ m}$$
$$m = 300 \text{ g} . 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0{,}3 \text{ Kg}$$

Nos vamos a (1):

$$m . g + T = m . V^2 / R$$

$$0{,}3 . 9{,}81 + 8 = 0{,}3 . V^2 / 0{,}75$$

$$2{,}20 + 6 = 0{,}3 V^2 \;\; ; \;\; 8{,}20 = 0{,}3 V^2 \;\; ; \;\; V = (8{,}20 / 0{,}3)^{1/2}$$

$$V = 5{,}23 \text{ m} . s^{-1}$$

En lo referente a la velocidad angular:

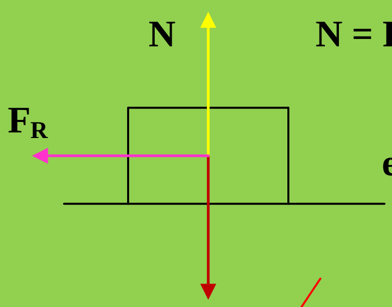
$$V = \omega . R \;\; ; \;\; \omega = V / R \;\; ; \;\; \omega = 5{,}23 / 0{,}75 = 6{,}97 \text{ rad} . s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

Por una carretera horizontal sin peraltar circula un vehículo de 7000 Kg y describe una curva de radio 75 m a una velocidad de 60 Km/h. El coeficiente de rozamiento vale 0,3. ¿Derrapará el coche en la curva? Si la pregunta es afirmativa, para que no exista derrape se peralta la curva un ángulo de 25º . ¿ Arreglamos el problema o seguimos con el mismo peligro?.

Resolución

Al describir la curva, el coche está sometido a tres fuerzas.



N = P → Se anulan mutuamente

La única fuerza en dirección radial es la F_R y por lo tanto se cumple:

$$F_R = Fc$$

$$\mu \,.\, N = m \,.\, V^2 / R$$

$$\mu \,.\, P = m \,.\, V2 / R \;;\; \mu \,.\, m \,.\, g = m \,.\, V^2 / R \;;\; V = (\mu \,.\, g \,.\, R)^{1/2}$$

$$V = (0,3 \,.\, 9,81 \,.\, 75)^{1/2} = 14,85\ m/s \text{ (V. permitida)}$$

Como el coche circula a 60 Km/h:

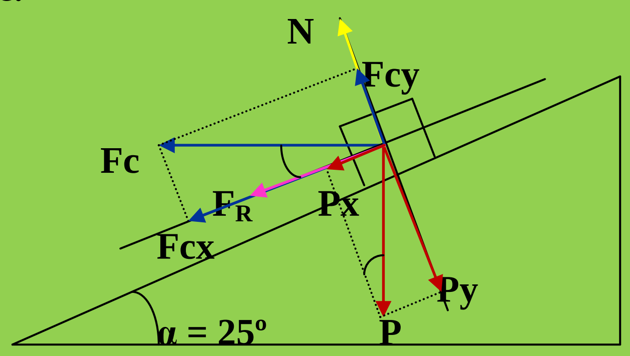
60 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = *16,7 m/s*

***Existirá* derrape puesto que describe la curva a una velocidad superior a 14,85 m/s.**

Si peraltamos:

El diagrama de fuerzas es:

La fuerza de rozamiento se opone al derrape y tendrá sentido descendente.



Para que el vehículo no derrape se debe cumplir:
Buscamos el valor de la velocidad con la cual se describiría la curva.

$$Px + F_R = Fcx$$

$$P \text{ sen } 25^o + \mu \, . \, N = Fc \, . \, \cos 25^o$$

En el eje OY se cumple:

$$N + Fcy = Py \;\; ; \;\; N = Py - Fcy$$

$$m \, . \, g \, . \, \text{sen } 25^o + \mu \, .(\, Py - Fcy \,) = m \, . \, V^2 / R \, . \, \cos 25^o$$

$$m \, . \, g \text{ sen } 25^o + \mu \, (\, P \, . \, \cos 25^o - Fc \text{ sen } 25^o \,) = m \, . \, V^2 / R \, . \, \cos 25^o$$

$$m \, . \, g \, . \, \text{sen } 25^o + \mu \, (\, m \, . \, g \, . \, \cos 25^o - m \, . \, V^2 / R \, . \, \text{sen } 25^o \,) =$$

$$= m \, . \, V^2 / R \, . \, \cos 25^o$$

$$7000 \, . \, 9{,}81 \, . \, 0{,}42 + 0{,}3 \, . \, (\, 7000 \, . \, 9{,}81 \, . \, 0{,}9 - 7000 \, . \, V^2 / 75 \, . \, 0{,}42 \,) =$$

$$= 7000 \, . \, V^2 / 75 \, . \, 0{,}9$$

$$28841{,}4 + 18540{,}9 - 11{,}76 \, V^2 = 84 \, V^2$$

$$47382{,}3 = 95{,}76 \, V^2 \;\; ; \;\; V = (\, 47382{,}3 / 95{,}76 \,)^{1/2} = 22{,}24 \, m \, . \, s^{-1}$$

El vehículo *sigue derrapando* puesto que describe la curva a una velocidad superior a *14,85 m . s*$^{-1}$.

------------------------------- O ----------------------------------

Se terminó

Antonio Zaragoza López