ENERGÍA, TRABAJO Y POTENCIA

NOTA: Para aceder a los vídeos o páginas Webs *PISAR CONTROL* y *PINCHAR* el vídeo o página Web seleccionada.

NOTA: Cuando sobre un cuerpo regular se apliquen varias fuerzas, en el diagrama de las mismas, pondremos el punto de aplicación de todas ellas en el centro geométrico del cuerpo, siempre que este sea regular.

Para desarrollar el tema nos basaremos en el siguiente Contenido:

1.- Definición de Energía. Tipos (pág. Nº 1)
2.- Trabajo realizado por una Fuerza(pág. Nº 3)
3.- Unidades del Trabajo. Ejercicios(pág. Nº 10)
4.- Potencia Mecánica(pág. Nº 22)
5.- Energía Cinética(pág. Nº 32)
6.- Energía Potencial(pág. Nº 44)
7.- Energía Potencial Elática(pág. Nº 60)
8.- Conservación de la Energía Mecánica (pág. Nº 67)

1.- Definición de Energía. Tipos

Video: Trabajo y Energía
http://www.youtube.com/watch?v=P8JnJGQdT7w

Concepto de Energía
http://definicion.de/energia/

Concepto y definición de Energía
http://www.molwick.com/es/leyes-gravitacionales/140-energia.html

En el Latín es donde nos encontramos el origen etimológico de la palabra *Energía*. Para la Física, la energía es una magnitud que está ligada a la capacidad de generar *Movimiento* o lograr la *Transformación* de algo. Todo esto nos permite definir la energía:

La capacidad para producir trabajo.

La importancia de la energía radica en tres principios:

a) Todo *cuerpo* o *sistema físico* necesita cierta *energía* para poder realizar transformaciones, bien sobre sí mismos, bien sobre otros cuerpos.
b) La *energía* se presenta de muchas formas:

.- Energía Cinética.
.- Energía potencial.
.- Energía calorífica.
.- Energía eléctrica.
.- Energía Potencial elástica.
.- Energía Química.
Todas ellas intercambiables.

c) En todo proceso, *mecánico* y *no mecánico*, *la cantidad total de energía se mantiene constante*; es decir, *se conserva*.

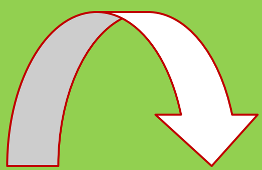
Existe una clasificación de la Energía en función de las fuentes que las origina:

a) Energía *NO RENOVABLE* .- Aquella que proviene de *fuentes agotables* como por ejemplo el petróleo, el carbón o el gas natural.
b) Energia *RENOVABLE*.- Es virtualmente *INFINITA*, sus fuentes no se pueden agotar. Como ejemplo podemos citar la Energía Eólica (procedente de la acción del viento y otra muy importante como la Energía Solar

Podemos afrontar el estudio de la energía dentro de dos campos muy diferentes:

a) Energía Cuántica.
b) Energía Mecánica.

La *Energía Cuántica* está muy por encima de nuestro nivel y por lo tanto trabajaremos con la *energía Mecánica*.



***ENERGÍA MECÁNICA*, la podemos clasificar en:**

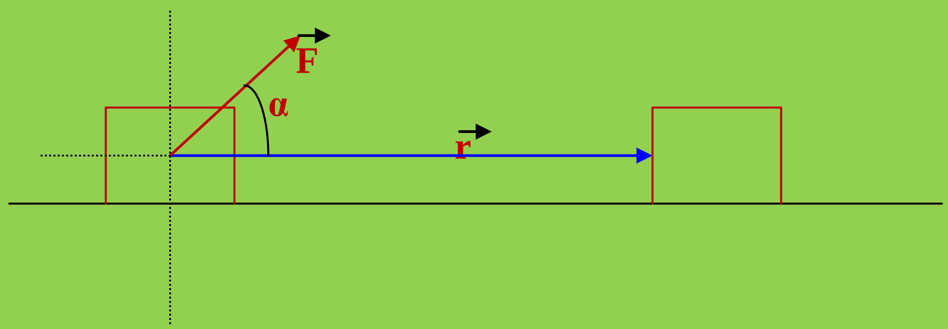
a) ***Energía cinética*.- Asociada al movimiento de los cuerpos.**
b) ***Energía potencial*.- Se debe a la posición que ocupa el cuerpo dentro de un campo de fuerzas.**

2.- Trabajo realizado por una Fuerza

En el *lenguaje corriente*, el trabajo carece de *significado preciso*. Puede ser *esfuerzo físico* o *mental*, también realizar una *tarea* o *tener un empleo laboral*. Si embargo, en *Física* es un concepto *bien definido*. La combinación *de un desplazamiento y una fuerza pueden* producir *Trabajo*. Si el desplazamiento corresponde a un cuerpo material que se mueve en el espacio, hablamos de *TRABAJO MECÁNICO*.

Me explicaré: En Física cuando "algo" (motor) o alguien (persona), *en función de la energía que poseen*, pueden ejercer una fuerza sobre un cuerpo y producir una transformación, *como por ejemplo un cambio de posición*, ese algo o alguien *tienen la capacidad de realizar un trabajo*.

Su pongogamos el siguiente esquema:



Definimos trabajo como el Producto Escalar del Vector Fuerza por el vector desplazamiento.

$$\boxed{W = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}| \cdot \cos \alpha}$$

En donde
- **$|\vec{F}|$ = módulo o valor de la fuerza aplicada.**
- **$|\vec{r}|$ = espacio recorrido.**
- **α = ángulo formado entre vector fuerza y vector desplazamiento**

¿Pueden todas las fuerzas realizar trabajo?

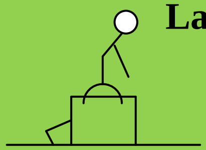
Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo pueden ocurrir dos fenómenos distintos:

a) **Que el cuerpo no experimente movimiento alguno o que si se mueve sólo implique la modificación de la dirección y sentido de su velocidad. Esta circunstancia se producirá cuando la fuerza que se ejerce es *perpendicular a la dirección del movimiento*. Un ejemplo de este fenómeno lo tenemos en el hecho de *mantener una maleta* con nuestra mano sin tocar el suelo o el desplazamiento de la persona con la maleta. *En este caso no hay realización de trabajo*.**

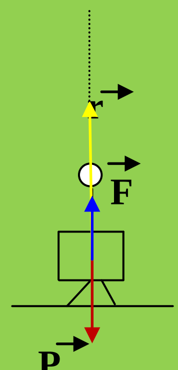
b) **Cuando la fuerza que actúa lo hace en la dirección del desplazamiento del cuerpo. *En este caso se realiza Trajabo*.**

Vamos a suponer dos situaciones que nos aclare lo anteriormente dicho:

a) **Un señor levanta del suelo una maleta:**



Las fuerzas que debe realizar el señor son:



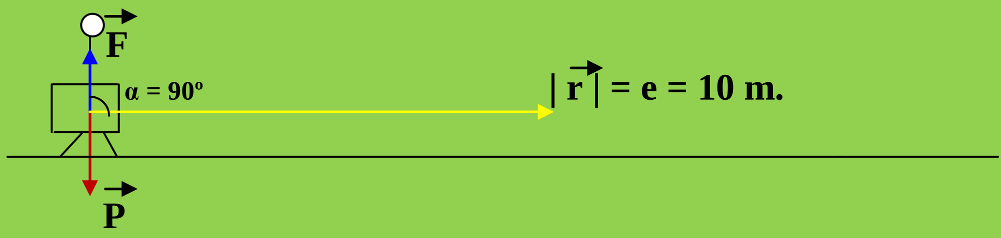
La fuerza *F* compensará el *peso* de la maleta. La fuerza F forma con el vector desplazamiento un ángulo de 0º.

Si aplicamos la ecuación del trabajo:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}| \cdot \cos 0^{o} = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}| \cdot 1 = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}|$$

Se realiza un trabajo que es igual al *producto del valor de la fuerza aplicada por el espacio recorrido*.

b) Una vez que el señor ha levantado la maleta se traslada con ella una distancia de 10 metros:



El señor sigue realizando una fuerza equivalente al peso de la maleta pero en esta situación la fuerza *F* forma un ángulo de 90º con el *vector desplazamiento*. Aplicando la fuerza del trabajo:

$$W = |\,F\,| \,.\, |\,r\,| \,.\, \cos 90^{o} = |\,F\,| \,.\, |\,r\,| \,.\, 0 = 0$$

No se produciría trabajo en esta nueva situación.

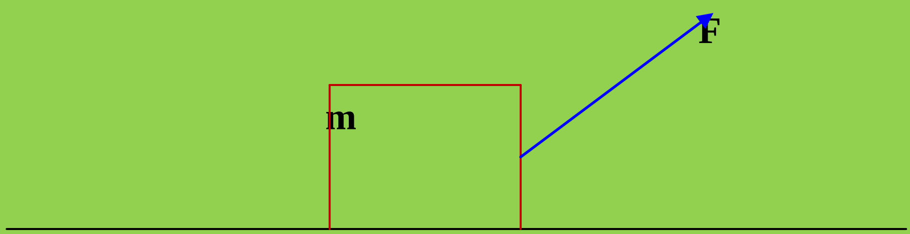
Hay físicos que sí admiten trabajo en esta nueva situación y se basan en el hecho de que al ejercer el señor la fuerza F para compensar el peso de la maleta, nuestros músculos se estiran y ese estiramiento sería, en la misma dirección y sentido de la fuerza F (ángulo 0º) implicaría la realización de un trabajo.

Volvamos a la ecuación del trabajo:

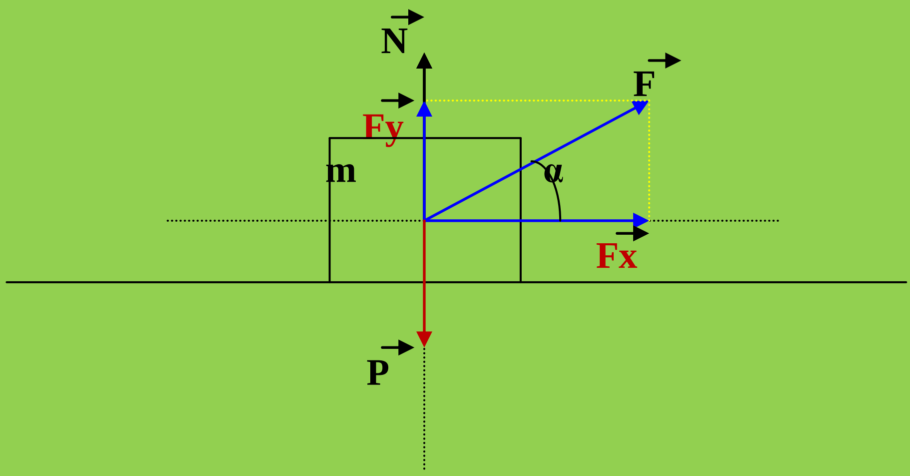
$$W = \vec{F} \,.\, d\vec{r} = |\,\vec{F}\,| \,.\, |\,\vec{r}\,| \,.\, \cos \alpha$$

siendo *"α"* el ángulo que forma el vector fuerza con el vector desplazamiento.

Veamos un esquema gráfico:



Hagamos del centro geométrico del cuerpo el punto de aplicación de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo:



Si nos vamos a la ecuación del trabajo:

$$W = |\vec{F}| \,.\, |\vec{dr}| \,.\, \cos\alpha$$

y la modificamos un poco:

$$W = |\vec{F}| \,.\, \cos\alpha \,.\, |\vec{dr}|$$

Observar que lo coloreado en amarillo es simplemente la *Fx* del triángulo de la figura anterior. Luego la fuerza que realiza trabajo (fuerza eficaz) no es $\vec{F}$ es su componente $\vec{Fx}$.

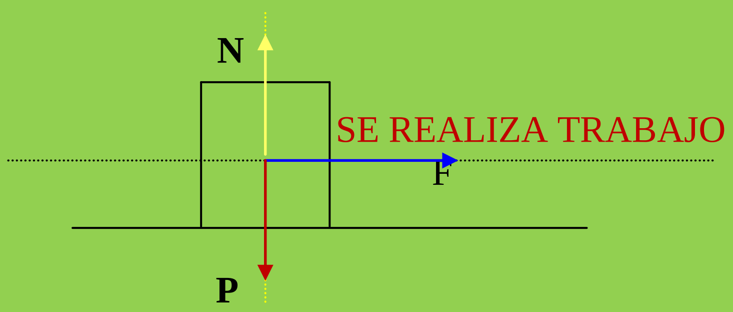
Podemos entonces escribir:

$$\boxed{W = |\vec{Fx}| \,.\, |\vec{dr}|}$$

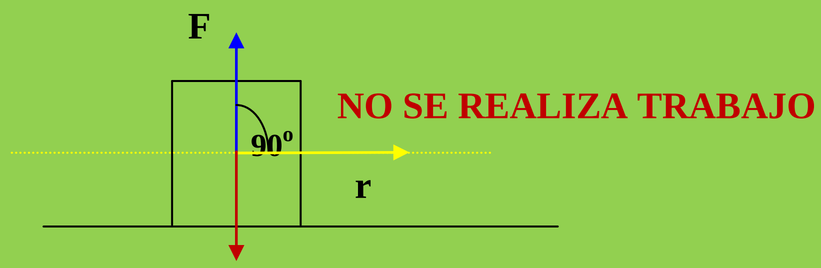
Para que se cumpla esta ecuación es necesario que el movimiento realizado por el cuerpo sea un movimiento rectilíneo en donde se cumple que $\Delta r = \Delta s$.

Conclusión:

a)
Si α = 0 lo que significa que la fuerza aplicada coincide con la dirección del desplazamiento estaremos realizando trabajo.



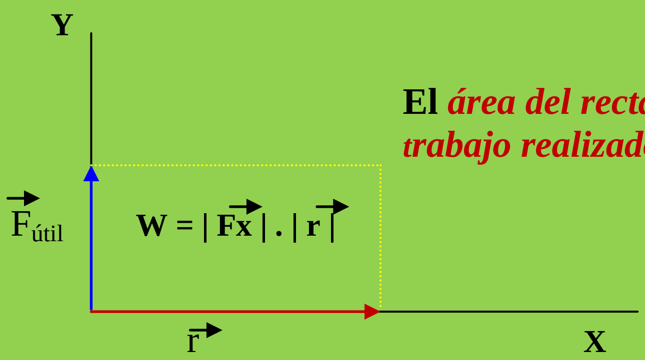
El Peso y la Normal no intervienen en el trabajo puesto que se anulan mutuamente.



Acabamos de ver que para realizar un trabajo hay que ejercer una fuerza. Esta fuerza puede ser:

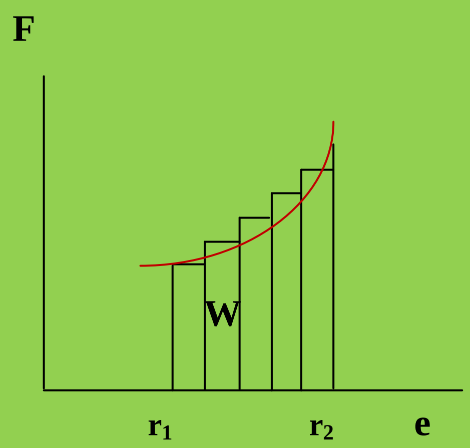
a) ***Constante.***
b) ***Variable.***

En el caso de una *"fuerza constante"*, si representamos en el eje OY la fuerza aplicada y en el eje OX el espacio recorrido obtenemos una gráfica de la forma:



El *área del rectángulo* es equivalente al *trabajo realizado*.

Si el trabajo se realiza mediante una fuerza *"no constante"* o trayectoria seguida es *curvilínea*, el tratamiento matemático es más complejo. Haremos que los desplazamientos sean muy pequeños *"dx"*. Las fuerzas realizadas también serán pequeñas, las podremos considerar constante y se realizaran un conjunto de trabajos elementales que integrándolos nos proporcionarán el trabajo total. Si la *dirección de la fuerza coincide* con el camino recorrido, es decir, la *fuerza debe tener componente en la dirección del movimiento*, los resultados son:



$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos\alpha$$

$$W = |\vec{F}| \cdot \cos\alpha \int_{r_1}^{r_2} d\vec{r}$$

$$W = |F| \cdot \cos\alpha \left[r \right]_{r_1}^{r_2}$$

$$W = |\vec{F}| \cdot \cos\alpha \cdot (r_2 - r_1)$$

Si la dirección de la *"F"* coincide con el desplazamiento → $\alpha = 0^o$ → $\cos 0^o = 1$

Llegamos a la conclusión:

$$W = |\vec{F}| \cdot (r_2 - r_1)$$

Cuando en un un trabajo elemental (en donde la fuerza aplicada se puede considerar constante) un cuerpo pasa de la posición A a la posición B y con la condición de que $\alpha = 0^o$; $\cos 0^o = 1$, se cumple:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Integremos la ecuación anterior:

$$\int_A^B d\vec{W} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad ; \quad \int_A^B d\vec{W} = \int_A^B m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r}$$

$$[W]_A^B = \int_A^B m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r} \quad ; \quad W = \int_A^B m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r}$$

Como: $\vec{V} = d\vec{r}/dt \rightarrow d\vec{r} = \vec{V} \cdot dt$

$$W_B - W_A = \int_A^B m \cdot \vec{a} \cdot \vec{V} \cdot dt$$

Sabiendo que $\vec{a} = d\vec{V}/dt$ **y que** $(W_B - W_A)$ **representa un trabajo realizado:**

$$W = \int_A^B m \cdot d\vec{V}/\cancel{dt} \cdot \vec{V} \cdot \cancel{dt} = \int_A^B m \cdot \vec{V} \cdot d\vec{V} = m \int_A^B \vec{V} \cdot d\vec{V}$$

Por otra parte recordamos que:

$$\vec{V} \cdot d\vec{V} = |\vec{V}| \cdot |d\vec{V}| \cdot \cos \alpha \quad ; \quad \alpha = 0^o \rightarrow \cos 0^o = 1$$

$$\vec{V} \cdot d\vec{V} = V \cdot dV \cdot 1 \rightarrow \vec{V} \cdot d\vec{V} = V \cdot dV$$

$$W = \int_A^B m \cdot dV \cdot V \quad ; \quad W = m \int_A^B V \cdot dV$$

$$W = m\,[V^2/2]_A^B \quad ; \quad W = m\,(V_B^2/2 - V_A^2/2) \;;$$

$$W = m\,(½ \cdot V_B^2 - ½ \cdot V_A^2) \;; \quad W = ½ \cdot m \cdot V_2^2 - ½ \cdot m \cdot V_1^2$$

Recordemos que $Ec = ½ \cdot m \cdot V^2$

Por lo tanto: $W = E_{CB} - E_{CA} \rightarrow$ ***$W = \Delta Ec$***

Llegamos a la conclusión: cuando un cuerpo, en su desplazamiento, lleva consigo una variación de velocidad *SE REALIZA TRABAJO*. El Trabajo realizado es igual a la variación de la *Energía Cinética* del cuerpo. Se ha constituido el *TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS*.

También podemos obtener otras conclusiones sobre el trabajo y en función del ángulo que forman los vectores fuerza y desplazamiento:

a) **El trabajo es nulo cuando $\alpha = 90^o$**
b) **El trabajo es positivo cuando $0 < \alpha < 90^o$**
c) **Negativo cuando $90^o < \alpha < 180^o$**

Estas conclusiones se pueden demostrar aplicando la ecuación del trabajo:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}| \cdot \cos\alpha$$

Destacaremos la posibilidad de un trabajo *NEGATIVO*. Esta circunstancia se dará cuando la fuerza aplicada lleva la misma dirección que el vector desplazamiento pero sentido contrario.

La propia definición de trabajo: producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento nos está diciendo que se trata de una magnitud *ESCALAR* (el producto escalar de dos vectores es un escalar).

3.- Unidades del Trabajo. Ejercicios

Las unidades del trabajo las podemos determinar mediante el Cálculo Dimensional. Este parte de la ecuación del trabajo:

$$W = F \cdot e \cdot \cos\alpha$$

Al aplicar el Cálculo Dimensional podemos eliminar los *factores numéricos* (números o expresiones con valores determinados) como es el caso del cos α. Podemos decir por tanto que:

$W = F \cdot e \rightarrow [\,W\,] = [\,F\,] \cdot [\,e\,]$ **(1)**

$[\ e\ ] = L$

$$[\ F\ ] = [m]\ .\ [a] \quad (2) \quad \begin{cases} [\ m\ ] = M \\ [\ a\ ] = [\ V\ ]\ /\ [\ t\ ]\ ;\ [\ V\ ] = [\ e\ ]\ /\ [\ t\ ] = L\ /\ T = \\ \qquad = L\ .\ T^{-1} \\ [\ a\ ] = L\ .\ T^{-1}\ /\ T = L\ .\ T^{-2} \end{cases}$$

Volviendo a (2):

$[\ F\ ] = M\ .\ L\ .\ T^{-2}$

Llendonos a (1):

$[\ W\ ] = M\ .\ L\ .\ T^{-2}\ .\ L = M\ .\ L^2\ .\ T^{-2}$

Como podemos comprobar las unidades del trajabo dependen del producto de una masa por una longitud al cuadrado por un tiempo elevado a la -2. En el S. I.:

$Kg\ .\ l^2\ .\ s^{-2} \rightarrow Kg\ .\ m\ .\ m\ .\ s^{-2} \rightarrow Kg\ .\ m/s^2\ .\ m$

El product *$Kg\ .\ m/s^2$* procede del producto de una masa por una aceleración, en definitiva de una *FUERZA*. El producto:

$Kg\ .\ m/s^2$ = N (Newton)

Un N (Newton) *es la Fuerza que aplicada a 1 Kg-masa le proporciona una aceleración de 1 m/s^2*.

Luego la unidad de trabajo:

$Kg\ .\ m/s^2\ .\ m = N\ .\ m$

Al producto *N . m* se le conoce con el nombre de Julio (J)

Luego la unidad de tabajo, en el Sistema Internacional es el Julio

El Julio lo podemos definir como *el trabajo que realiza la fuerza de un Newton a lo largo de un metro*.

Cuestión resuelta

Sobre un cuerpo de masa "m" actúa una fuerza "F". Se produce un desplazamiento "e". ¿Necesariamente se realiza trajabo?

Resolución

Si la fuerza *"F"* forma un águlo de 90º con la dirección del desplazamiento *NO SE REALIZA TRABAJO*.

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha \quad ; \quad \alpha = 90^{o} \rightarrow \cos 90^{o} = 0$$

$$W = F \cdot e \cdot 0 = 0$$

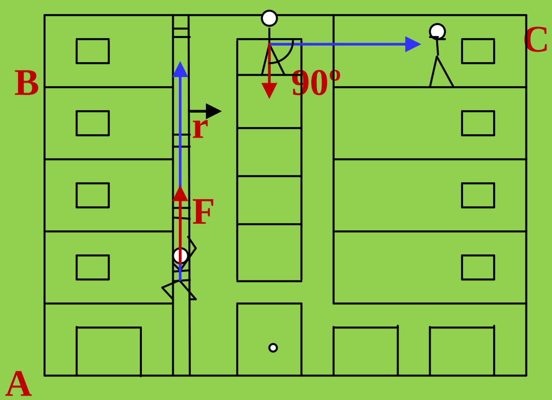
Ejercicio resuelto

En la repisa de un 4º piso se encuentra una persona con intenciones suicidas. De entre el público expectante sale un señor de 80 Kg de masa que subiendo 10 metros por el tubo de bajantes de agua alcanza el 4º piso. Luego se traslada hacia la derecha 5 metros hasta llegar al presunto suicida. Tras una larga conversación la persona abandona sus intensiones suicidas. ¿Qué trabajo realizo el valiente señor?.

Resolución

La experiencia la podemos realizar en dos etapas:

a) **Subida hasta el cuarto piso.**
b) **Traslado en busca del suicida.**



En el trayecto *AB*, nuestro salvador debe ejercer una fuerza como *mínimo igual a su peso* que coincide con la *dirección del vector desplazamiento* por lo que el ángulo entre el peso y el vector desplazamiento es 0º lo que implica que:

$$W = P \cdot e \cdot \cos \alpha \quad ; \quad \alpha = 0 \rightarrow \cos 0^{o} = 1$$

$$W = m \cdot g \cdot 1 = m \cdot g = 80 \cdot 9{,}81 = 784{,}8 \text{ Julios}$$

Sin embargo el traslado de 5 m por la repisa en busca del suicida observamos que la fuerza que debe hacer el salvador es su propio pero ya no coincide con la dirección del desplazamiento. El ángulo en este caso es de 90º y cos 90º = 0. En este tramo horizontal el trabajo vale:

$$W = P \cdot e \cdot \cos 90^o \quad ; \quad \cos 90^o = 0$$

$$W = m \cdot g \cdot 0 = 0$$

El trabajo realizado coincide con el trabajo realizado por el salvador en subir hasta el cuarto piso, es decir:

$$W = m \cdot g \cdot 1 = m \cdot g = 80 \cdot 9{,}81 = 784{,}8 \text{ Julios}$$

Ejercicio resuelto

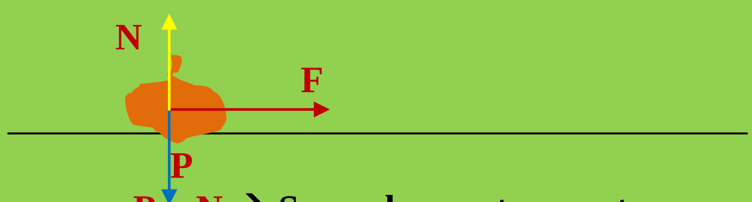
Mediante la acción de una fuerza de 500 N arrastramos por el suelo un saco de patatas a lo largo de 15 m. Calcula el trabajo que se realiza al arrastrar el saco:

a) **La fuerza se aplica en la dirección del movimiento.**
b) **La fuerza forma un ángulo de 30º con la dirección del desplazamiento.**

Resolución

Unidades:
F = 500 N
e = 15 m

a)



P = N → Se anulan mutuamente

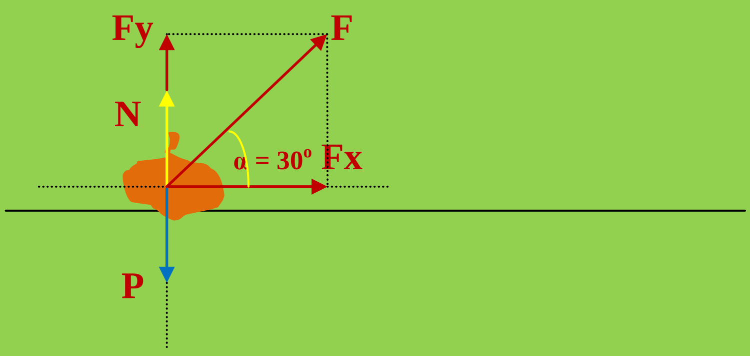
$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha \quad ; \quad \alpha = 0^o \rightarrow \cos 0^o = 1$$

La ecuación del trabajo nos queda de la forma:

$$W = F \cdot e$$

$$W = 500 \text{ N} \cdot 15 \text{ m} = 7500 \text{ N} \cdot \text{m} = 7500 \text{ Julios}$$

b)



W = F . e . cos α

W = 500 N . 15 m . cos 30º = *6525 N . m (Julios)*

Ejercicio resuelto

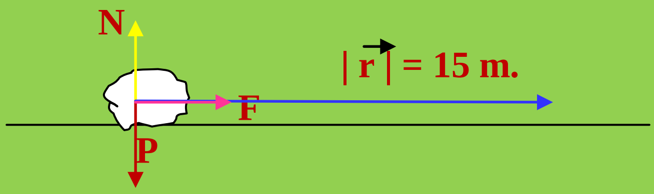
Arrastramos un saco de patatas de 120 Kg de masa con una fuerza paralela al suelo, de 400 N. El traslado implica una longitud de 15 metros, determinar:

a) **El trabajo realizado en ausencia de rozamiento.**
b) **Sabiendo que el coeficiente de rozamiento vale 0,3.**

Resolución

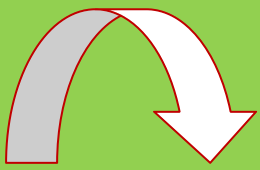
a)

Sin rozamiento el diagrama de fuerzas es:



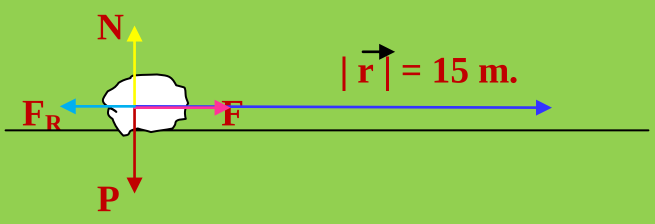
W = F . e . cos α ; α = 0º

W = F . e . cos 0º = F . e . 1 = 400 . 15 = *6000 Julios*



b)

Con rozamiento el diagrama de fuerzas es:



$$W = \sum F \cdot e \quad ; \quad N = P \text{ (se anulan mutuamente)}$$

Podemos eliminar cos α de la fórmula del trabajo puesto que todas las fuerzas actúan en la misma dirección que el vector desplazamiento.

$$W = (F - F_R) \cdot e = (F - \mu \cdot N) \cdot e = (F - \mu \cdot P) \cdot e =$$

$$W = (400 - 0{,}3 \cdot m \cdot g) \cdot 15 = (400 - 0{,}3 \cdot 120 \cdot 9{,}81) \cdot 15 = 46{,}8 \cdot 15 =$$

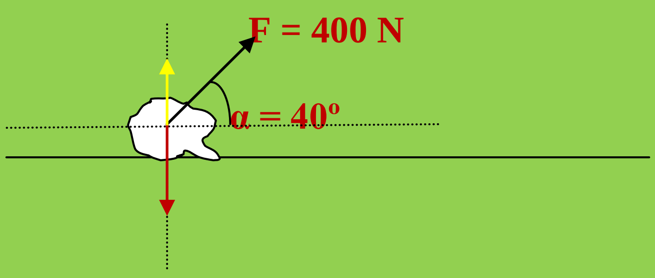
$$= 702{,}6 \text{ Julios}$$

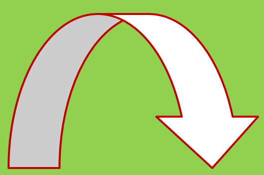
Ejercicio resuelto

Realizar el ejercicio anterior cuando la fuerza que se ejerce forma un ángulo de 40º con la horizontal del suelo.

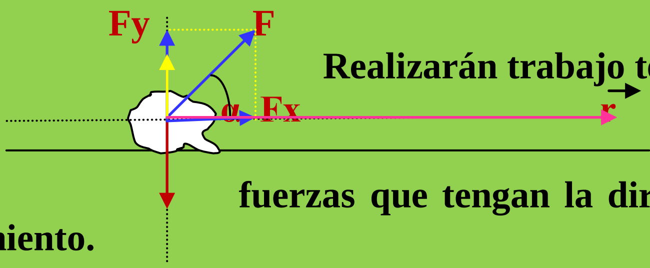
a)

Sin rozamiento el diagrama de fuerzas es:





Descomponemos la fuerza *"F"* en los ejes de coordenadas:



Realizarán trabajo todas aquellas fuerzas que tengan la dirección y sentido del desplazamiento.

Según lo dicho:

$$W = Fx \, . \, e \quad (1)$$

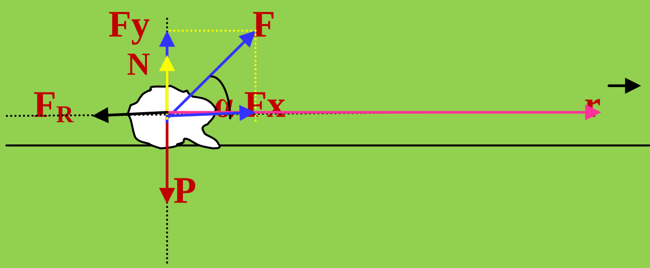
En el triángulo $\widehat{OfxF}$: cos α = Fx / F ; *Fx = F . cos α*

sen α = Fy / F ; *Fy = F . sen α*

Nos vamos a (1): *W = F . cos α . e* ; *W* = 400 . cos 40º . 15 = *4620 J.*

b)

Con rozamiento el diagrama de fuerzas es:



$$W = \sum F \, . \, e = (Fx - F_R) \, . \, e = (Fx - \mu \, . \, N) \, . \, e \quad (2)$$

En el eje OY: P = N + Fy ; N = P – Fy ; *N = m . g – F . sen α*

Nos vamos a la ecuación (2):

W = [(F . cos α – μ . (P – Fy)] . e =

= [(F . cos α – μ . (m . g – F sen α)] . e =

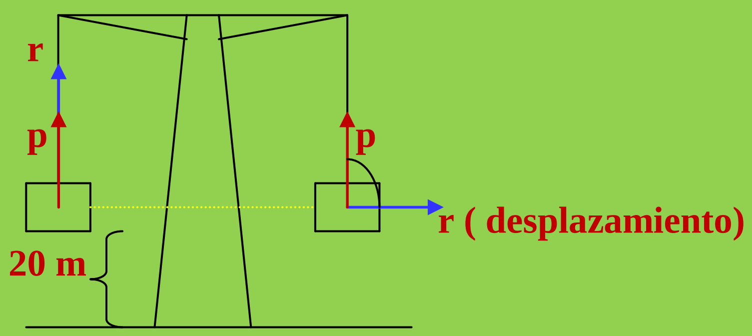
= [400 . 0,77 – 0,3 (120 . 9,81 – 400 . 0,64)] . 15 =

= [308 – 0,3 . (1177,2 – 256)] . 15 = 4620 - 4145,4 = *474,6 Julios*

Ejercicio resuelto

Una grúa eleva un "palé" de ladrillos de 1000 Kg de masa hasta una altura de 20 metros. A continuación lo desplaza hacia la derecha 5 metros y lo deposita en el edificio en obras. ¿Qué trabajo realiza la grúa?.

Resolución



La grúa realiza trabajo únicamente en el proceso de elevar el "palé" 20 m. El peso, que es la fuerza que debe desarrollar la grúa y el desplazamiento forman un ángulo de 0°.

$$W = P . e . \cos \alpha = m . g . 20 . \cos 0^o = 1000 . 9{,}81 . 20 . 1 =$$

$$= 196200 \text{ Julios}$$

Al girar la grúa hacia la derecha, el ángulo formado por el peso y el desplazamiento es de 90° y por lo tanto:

$$W = P . e . \cos 90^o = P . e . 0 = 0 \text{ Julios}$$

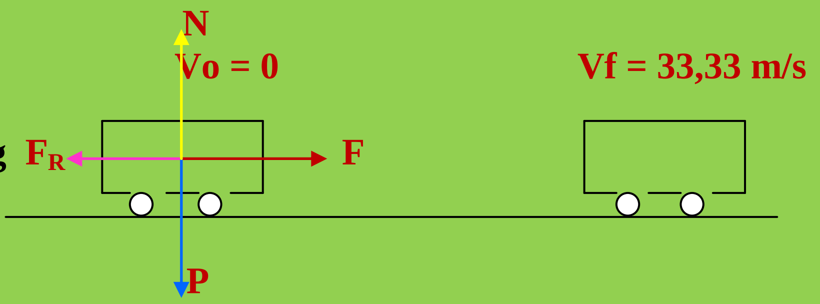
La grúa solo realiza trabajo cuando está elevando el "palé".

Ejercicio resuelto

Un automóvil, de masa 5000 Kg, es capaz de pasar de 0 a 120 Km/h recorriendo una distancia de 500 metros. Si el coeficiente de rozamiento con el asfalto es de 0,3 determinar la fuerza paralela al suelo que es capaz de ejercer el motor del coche.

Resolución

Unidades:
Vo = 0
Vf = 120 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 33,33 m/s
μ = 0,3
F = ?
e = 500 m
m= 5000 Kg



Por el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta Ec \;\; ; \;\; \sum F \cdot e \cdot \cos\alpha = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot Vf^2 - \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot Vo^2$$

$$(F - F_R) \cdot e \cdot \cos 0^o = \tfrac{1}{2} \cdot 5000 \cdot (33{,}33)^2 - \tfrac{1}{2} \cdot 5000 \cdot 0$$

$$(F - \mu \cdot N) \cdot 500 \cdot 1 = 2777222{,}25 \;\; ; \quad N = P = m \cdot g$$

$$(F - \mu \cdot P) \cdot 500 = 2777222{,}25$$

$$(F - \mu \cdot m \cdot g) \cdot 500 = 2777222{,}25$$

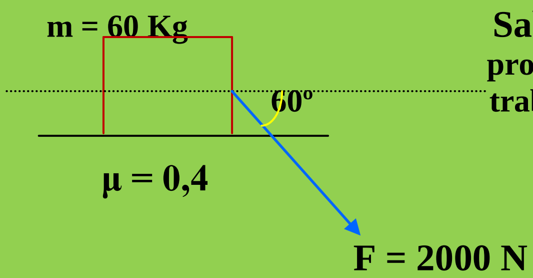
$$(F - 0{,}3 \cdot 5000 \cdot 9{,}81) \cdot 500 = 2777222{,}25$$

$$(F - 14715) \cdot 500 = 2777222{,}25$$

$$500 \cdot F - 7357500 = 2777222{,}25 \;\; ; \; 500 \cdot F = 2777222{,}25 + 7357500$$

$$500 \cdot F = 10134722{,}25 \;\; ; \; F = 10134722{,}25/500 = 20269{,}44 \text{ N}$$

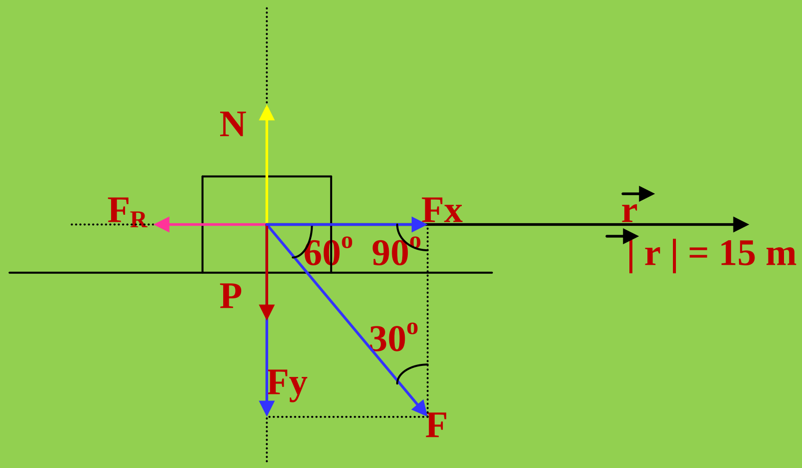
Ejercicio resuelto
Según el diagrama adjunto:



Sabiendo que el desplazamiento producido es de 15 m determinar el trabajo realizado por la fuerza F.

Resolución

Hagamos primero un diagrama de fuerzas actuantes así como la descomposición de la fuerza F en los ejes de coordenadas:



Como sabemos:

$$W = \sum F \,.\, e \,.\, \cos\alpha$$

$$W = (F_x - F_R) \,.\, e \,.\, \cos 0^{o}$$

Realizarán trabajo todas aquellas fuerzas que tengan la dirección del desplazamiento:

En el triángulo de la figura $\widehat{OF_xF}$: $F_x = F \,.\, \cos 60^{o}$

$$W = (F \,.\, \cos 60^{o} - \mu \,.\, N) \,.\, e \quad ; \cos 0^{o} = 1 \;\; ; \;\; N = P$$

$$W = (F \,.\, \cos 60^{o} - \mu \,.\, P) \,.\, e$$

$$W = (F \,.\, \cos 60^{o} - \mu \,.\, m \,.\, g) \,.\, e$$

$$W = (2000 \,.\, 0{,}5 - 0{,}4 \,.\, 60 \,.\, 9{,}81) \,.\, 15 =$$

$$W = (1000 - 235{,}44) \,.\, 15 = 11468{,}4 \text{ Julios}$$

La Fuerza *“F”* no realiza directamente el trabajo, lo realiza la componente x *“Fx”* de dicha fuerza.

Ejercicio resuelto

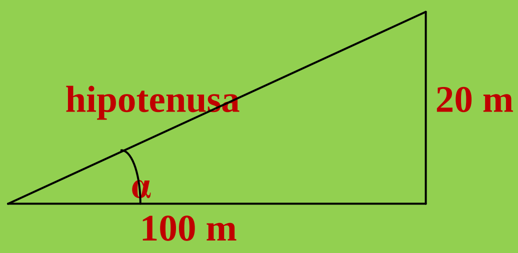
Por un plano inclinado del 20% se traslada un cuerpo de 150 Kg con velocidad constante. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es de 0,3 calcular:

a) La fuerza necesaria, paralela al plano, para subir el cuerpo en estas condiciones.

b) El trabajo realizado si el cuerpo ha alcanzado una altura de 10 m.

Resolución

a) El dato del 20% nos va permitir conocer el ángulo de inclinación del plano inclinado sobre la horizontal. El 20% nos indica que por cada 100 m recorridos en horizontal subimos el vertical 20 m. Nuestro plano inclinado quedaría de la forma:



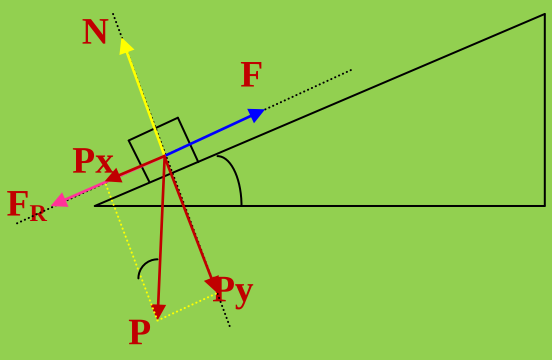
Trigonométricamente:

tag α = sen α / cos α = (cateto opuesto / hipotenusa) / (canteto contiguo/ hipotenusa)

tag α = (20 / hipotenusa) / (100 / hipotenusa) = 20 / 100 = 0,2 →

→ *$\alpha = 11{,}3^o$*

El diagrama de fuerzas será el siguiente:



La subida del cuerpo se va a realizar a velocidad constante lo que implica que no exista aceleración y por lo tanto no habrá Fuerza Resultante. Estamos en la situación de equilibrio dinámico en donde se cumple que:

$$\sum F = 0$$

pero el cuerpo se mueve con Movimiento Rectilíneo y Uniforme.

Como se debe cumplir la ecuación anterior, la Fierza *"F"* debe compensar a las fuerzas que llevando la misma dirección llevan sentido contrario (Px y F_R). Aplicando la ecuación anterior:

$$F - (Px + F_R) = 0 \quad (1)$$

$Px = P \cdot sen\ \alpha = m \cdot g \cdot sen\ \alpha$

$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot Py = \mu \cdot P \cdot cos\ \alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\ \alpha$

Nos vamos a (1):

$$F - (m \cdot g \cdot sen\ \alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\ \alpha) = 0$$

$m = 150\ Kg$

$\alpha = 11,3^o$

$F - (150 \cdot 9,81 \cdot sen\ 11,3^o + 0,3 \cdot 150 \cdot 9,81 \cdot cos\ 11,3^o) = 0$

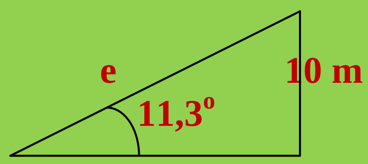
$F - (279,6 + 432,62) = 0$; $F = 712,22\ N$

b) **Sabemos que:**

$$W = F \cdot e \cdot cos\ \alpha$$

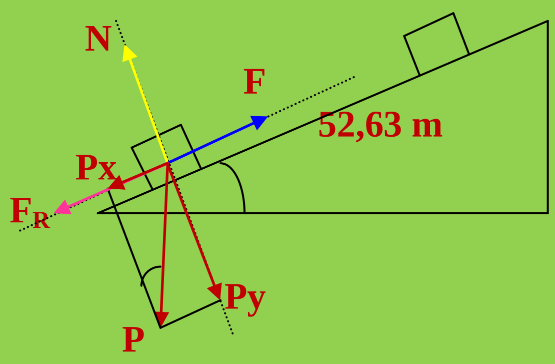
Como la subida es con velocidad constante, el trabajo lo realize únicamente la fuerza *"F"* puesto que es la que compensa las fuerzas opuestas.

El cuerpo alcanza una altura de 10 m lo que se traduce en un espacio recorrido de:



sen 11,3º = 10 / e ; e = 10 / sen 11,3º ; *e* = 10 / 0,19 = *52,63 m*

El esquema general quedará de la forma:



Luego:

$W = F \cdot e \cdot \cos\alpha$; $\alpha = 0_o$ → $\cos 0^o = 1$

$W = 712{,}22 \cdot 52{,}63 \cdot 1 = 37484{,}14$ *Julios*

4.- Potencia Mecánica.-

Potencia mecánica
http://www.slideshare.net/Cesar095400301/potencia-definicion-y-ecuaciones#btnNext

Potencia Mecánica
http://www.buenastareas.com/ensayos/Potencia-Mecanica/2308111.html

Trabajo y potencia
http://www.proyectosalonhogar.com/Enciclopedia_Ilustrada/Ciencias/Trabajo_Potencia2.htm

Hasta el momento hemos estudiado el trabajo realizado por un motor o por una persona pero no lo hemos relacionado con el tiempo que ha hecho falta para realizar dicho trabajo. La relación entre en trabajo realizado y el tiempo empleado en realizarlo es muy importante a la hora del diseño de motores o máquinas ya que la función de estas es conseguir realizar un trabajo en el mínimo tiempo posible.

La *relación entre el trabajo realizado y el tiempo empleado en su realización* da lugar a una nueva magnitu llamada *POTENCIA* que la podemos definir como *la velocidad con la que se realiza un trabajo*.

Su ecuación matemática es:

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$

Se trata de una *magnitud escalar* puesto que consiste en la relación entre dos magnitudes escalares.

Sus unidades, obtenidas por Analísis Dimensional son:

[P] = [W] / [t] (1) **[t] = T ; [e] = L ; [m] = M**

[W] = [F] . [e] (2) **Nos vamos a la ecuación (5):**

[F] = [m] . [a] (3) **[V] = L / T = L . T^{-1}**

[a] = [V] / [t] (4) **Vamos a la ecuación (4):**

[V] = [e] / [t] (5) **[a] = L . T^{-1} / T = L . T^{-2}**

Nos vamos a la ecuación (3):

[F] = M . L . T^{-2}

Nos vamos a la ecuación (2):

[W] = M . L . T^{-2} . L = M . L^{2} . T^{-2}

Nos vamos, por último a la ecuación (1):

[P] = M . L2 . T-2 /T = M . L^{2} . T^{-3}

En el S.I. la unidad de potencia sería:

$$Kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$$

Vamos a transformar, sin cambiar su valor, la última expresión:

$$\mathbf{Kg \cdot m/s^2 \cdot m \cdot s^{-1} = N \cdot m \cdot s^{-1} = Julio \cdot s^{-1} = Julio / s =} \textit{Vatio} \mathbf{(w)}$$

El Vatio como unidad de potencia en el S. I. lo podemos definir como *la potencia que desarrolla un sistema que realiza el trabajo de un Julio en un segundo*.

Existen otras unidades de Potencia relacionadas con el mundo de los motores. Así tenemos:

- ***El caballo de Vapor* (C.V) → 735 W.**
- ***El caballo de potencia* (HP) → 746 W.**

La propia expresión matemática de la *potencia* nos puede llevar a otras expresiones, totalmente equivalentes, pero dependientes de otras magnitudes:

$$P = W / t \quad (1)$$

Sabemos que W = F . e

que llevada a (1):

$$\boxed{P = F \cdot e/t = F \cdot V}$$

Que podría justificar la definición de potencia que se estableció.

Cuestión resuelta

El Kw . h es una unidad de potencia o de trabajo?

Resolución

Si tenemos presente la ecuación de la Potencia:

$$P = W / t$$

y quitamos denominadores:

$$W = P \cdot t$$

Al sustituir en el segundo miembro de la ecuación anterior las magnitudes por sus unidades nos encontramos que:

$$W = Kw \cdot h$$

Kw **= Potencia**
h **= hora**

Luego el producto Kw . h es una *unidad de trabajo* cuya equivalencia con el Julio (Unidad de trabajo en el S.I.) es:

$$1\ Kw \cdot h \cdot 1000\ vatios/1\ Kw \cdot 3600\ s / 1\ h = 3600000\ vatios \cdot s =$$

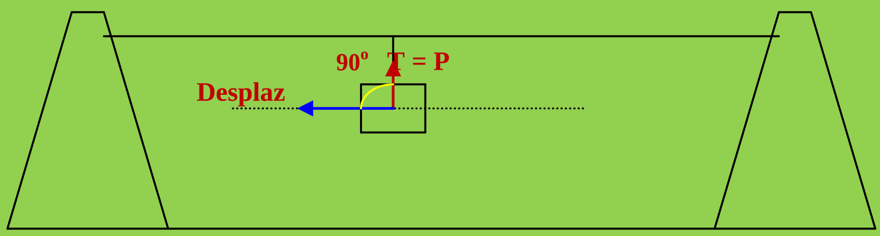
$$= 3,6 \cdot 10^6\ Julios/s \cdot s = 3,6 \cdot 10^6\ Julios$$

Ejercicio resuelto

Una grúa traslada un bloque de 4000 Kg hacia la izquierda una longitud de 20 m. ¿Qué potencia necesita desarrollar para efectuar la tarea en 1 minuto?.

Resolución

Cuando una grúa traslada hacia la izquierda un bloque, la fuerza que realiza la grúa no tiene componente en la dirección del movimiento:



$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha\ ;\ \alpha = 90º\ ;\ \cos 90º = 0$$

luego:

$$W = 0$$

Si no se realiza trabajo NO SE DESARROLLA POTEMCIA.

Ejercicio resuelto

En la repisa de un 5º piso se encuentra una persona con intenciones suicidas. De entre el público expectante sale un señor de 80 Kg de masa que subiendo 10 metros por el tubo de bajantes de agua alcanza el 5º piso. Luego se traslada hacia la derecha 5 metros hasta llegar al presunto suicida. Tras una larga conversación la persona abandona sus intensiones suicidas. ¿Qué potencia ha desarrollado este señor si empleó 8 minutos en ascencer por la tubería y 4 minutos en andar por la repisa del 5º piso?.

Resolución

Realizamos un problema muy parecido a este en el apartado de trabajo.
En esta experiencia, como en la mencionada sólo se realiza trabajo en la subida del msalvador por la canaleta de bajada de aguas. Cuando se traslada hacia el suicida *NO SE REALIZA TRABAJO* y por tanto *NO SE DESARROLLA POTENCIA*.

El salvador debe vencer una fuerza, como mínimo igual a su peso, en la dirección y sentido del desplazamiento. El ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento es nulo (α = 0) y por lo tanto el trabajo desarrollado será:

$$W = P \,.\, e \,.\, \cos 0^o \quad ; \quad \cos 0^o = 1 \rightarrow \quad W = P \,.\, e$$

$$W = m \,.\, g \,.\, e \,.\, 1 = 80 \,.\, 9{,}81 \,.\, 10 \,.\, 1 = 80 \,.\, 9{,}81 = 7848 \text{ Julios.}$$

En lo referente a la potencia:

$$P = W / t$$

t = 8 min . 60 s / 1 min = 480 s

$$P = 7848 \text{ J} / 480 \text{ s} = 16{,}35 \text{ w} \,.\, 1 \text{ C.V} / 735 \text{ w} = 0{,}022 \text{ C.V}$$

Ejercicio resuelto

Una grúa eleva un cuerpo mediante una potencia de 7500 W. Con esta potencia consigue que el cuerpo ascienda con una velocidad constante de 10 m/s. Determinar la masa del cuerpo.

Resolución

$$P = F \cdot V \;;\; P = \text{Peso} \cdot V \;;\; P = m \cdot g \cdot V$$

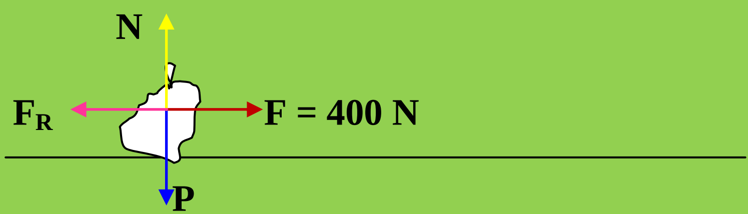
$$V = P / (g \cdot V) = 7500 / (9{,}81 \cdot 10)$$

$$V = 7500 / 98{,}1 = 76{,}45\ m \cdot s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

Arrastramos, 8 metros, un saco de patatas de 120 Kg de masa con una fuerza paralela al suelo de 400 N. La operación implica un tiempo de 5 minutos. ¿Qué potencia se ha desarrollado?. El coeficiente de rozamiento vale 0,3.

Resolución



Como debemos de recordar la N y el P son iguales y por lo tanto se anulan actuando únicamente F y F_R para el tgraslado del saco y las del trabajo a realizar:

$$W = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha \;;\; \alpha = 0 \rightarrow \cos 0^o = 1$$

$$W = (F - F_R) \cdot e$$

$$W = (F - \mu \cdot N) \cdot e = (F - \mu \cdot P) \cdot e$$

$$W = (F - \mu \cdot m \cdot g) \cdot e$$

$$W = (400 - 0{,}3 \cdot 120 \cdot 9{,}81) \cdot 8 = 374{,}72\ J.$$

En lo referente a la potencia:

$$P = W / t$$

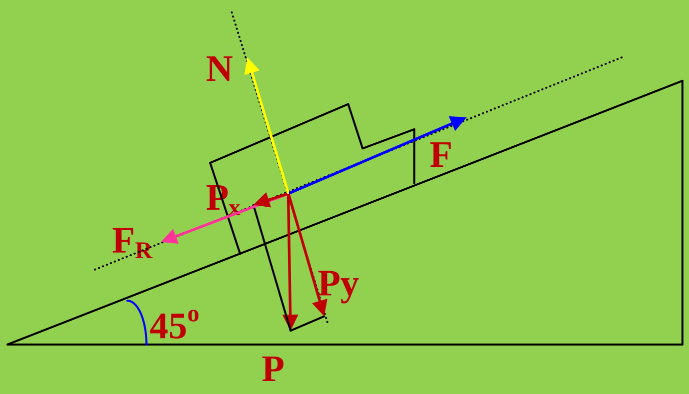
5 min . 60 s / 1 min = 300 s

$$P = 374{,}72\ J / 300\ s = 1{,}25\ w \cdot 1\ C.V / 735\ w = 0{,}0017\ C.V$$

Ejercicio resuelto

Un camión cargado de naranjas asciende una pendiente con un ángulo de inclinación de 45º. La masa del sistema es de 70 toneladas y la subida implica un espacio de 8 Km y un tiempo de 12 minutos. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,2 ¿qué fuerza desarrolló el motor del camión si la potencia desarrollada por el mismo es de 750 C.V.?

Resolución



El trabajo desarrollado por el camión viene expresado por la ecuación:

$$W = \sum F \cdot e \cos \alpha \quad ; \quad \alpha = 0^{o} \rightarrow \cos 0^{o} = 1$$

$$W = (F - FR) \cdot e = (F - \mu \cdot N) \cdot e = (F - \mu \cdot Py) \cdot e$$

e = 8 Km = 8000 m

$$W = (F - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha) \cdot 8000$$

$$W = (F - 0{,}2 \cdot 70000 \cdot 9{,}81 \cdot 1) \cdot 8000$$

$$W = (F - 137348) \cdot 8000 \quad ; \quad W = 8000\,F - 1098720000 \quad (1)$$

En la ecuación anterior tenemos dos incógnitas, W y F. Pongamos en funcionamiento la potencia desarrollada por el camión:

$$P = W / t$$

Podemos despejar W:

$$W = P \cdot t$$

P = 750 C.V . 735 w / 1 C.V = 551250 w

t = 12 min . 60 s / 1 min = 720 s

W = 551250 J/s . 720 s = *396900000 J*

Nos vamos a la ecuación (1):

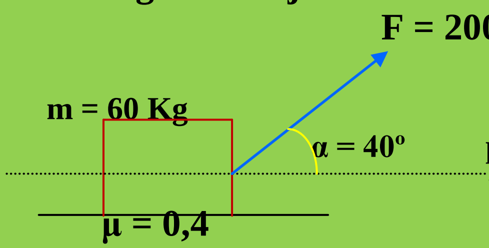
W = 8000 F – 1098720000 ; 396900000 = 8000 F – 1098720000

396900000 + 1098720000 = 8000 F ; 1495620000 = 8000 F

F = 1495620000 / 8000 = *186952,5 N*

Ejercicio resuelto

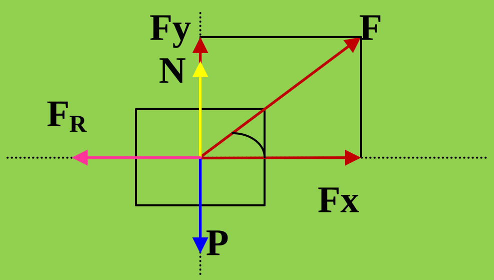
Según el diagrama adjunto:



Sabiendo que el desplazamiento producido es de 15 m e implica un tiempo de 50 segundos calcula la potencia desarrollada por el motor que proporciona la fuerza.

Resolución

Diagrama de fuerzas:



e = 15 m
t = 50 s
α = 40º

Debemos conocer primero el trabajo desarrollado en esta experiencia.

Recordemos:

$$W = \sum F \, . \, e \, . \, \cos \alpha$$

$$W = (F - F_R) \, . \, e \, . \, \cos \alpha = (F - \mu \, . \, N) \, . \, e \, . \, \cos \alpha$$

En el eje OY se cumple:

$$P = N + Fy \;\; ; \;\; N = P - Fy$$

$$W = [(200 - 0{,}4 (P - Fy)] \,.\, 15 \,.\, 0{,}76$$

$$W = [(200 - 0{,}4 (m \,.\, g - F \,.\, \cos 40^o)] \,.\, 11{,}4$$

$$W = [(200 - 0{,}4 (60 \,.\, 9{,}81 - 200 \,.\, 0{,}76)] \,.\, 11{,}4$$

$$W = (200 - 235{,}44 + 4864) \,.\, 11{,}4 = 55045{,}58 \text{ J}$$

Conocido el W podemos pasar a calcular la potencia:

$$P = W / t \;\; ; \;\; P = 55045{,}58 \text{ J} / 50 \text{ s} = 1100{,}9 \text{ w} \,.\, 1 \text{ C.V} / 735 \text{ w} =$$

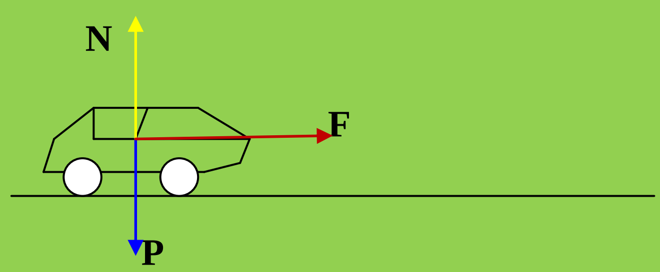
$$= 1{,}49 \text{ C.V}$$

Ejercicio resuelto

Un coche es capaz de pasar de 0 a 120 Km/h en un tiempo de 10 segundos. Si la masa del coche es de 2000 Kg ¿Qué potencia, en C.V., es capaz de desarrollar su motor?.

Resolución

Conozcamos el trabajo desarrollado por el motor del coche:



$$W = F \,.\, e \,.\, \cos \alpha \;\; ; \;\; \alpha = 0^o \rightarrow \cos 0^o = 1$$

$$W = F \,.\, e \;\; (1)$$

No conocemos la *"F"* pero sabemos que:

$$F = m \cdot a \quad (2)$$

Vo = 0
Vf = 120 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 33,33 m/s
t = 10 s
m = 2000 Kg

Recordemos que:

$$a = Vf - Vo / t \quad ; \quad a = 33{,}33 - 0 / 10 = 3{,}33\ m/s^2$$

En ese tiempo y com la aceleración calculada podemos conocer el espacio necesario para pasar de 0 a 120 Km/h:

$$Vf^2 = Vo^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad ; \quad (33{,}33)^2 = 2 \cdot 3{,}33 \cdot e$$

$$110{,}89 = 6{,}66 \cdot e \quad ; \quad e = 1110{,}89 / 6{,}66 = 166{,}8\ m$$

Nos vamos a la ecuación (2):

$$F = m \cdot a = 2000 \cdot 3{,}33 = 6660\ N$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$W = F \cdot e = 6660 \cdot 166{,}8 = 1110888\ J$$

Estamos en condiciones de conocer la potencia desarrollada por el motor del coche:

$$P = W / t = 1110888\ J / 10\ s = 111088{,}8\ w \cdot 1\ C.V / 735\ w = 1511{,}41\ C.V$$

5.- Energía Cinética

Energía Cinética
http://www.profesorenlinea.cl/fisica/EnergiaCinetica.htm

Animación: Energía Cinética
http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/energia/cinetica.html

Energía Cinética
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/ke.html

Video: Energía Potencial y Cinética
http://www.youtube.com/watch?v=XAR8MEjnkHA

Video: Conservación de la Energía mecánica
http://www.youtube.com/watch?v=dPYQ7Wh6xvE

Cuando un cuerpo está en movimiento posee una *Energía* ya que al chocar contra otro puede *desplazarlo*, y por tanto, producir un trabajo.

Para que un cuerpo adquiera energía, *mediante su movimiento*, es necesario aplicarle una *Fuerza*. Cuanto más tiempo esté actuando la fuerza *mayor* será la velocidad que *adquirirá* el cuerpo.

Hasta el momento hemos hablado de tres magnitudes:

a) Movimiento.
b) Fuerza.
c) Velocidad.

Además nos dicen que al poseer esa energía puede producir un trabajo. Se han puesto las bases para establecer el tipo de energía. Anteriormente expresamos que:

Cuando desplazamos un cuerpo de una posición r_1 a otra r_2 por la acción de una Fuerza, lo que realmente estamos *realizando es un trabajo:*

Este trabajo viene expresado por la ecuación:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F \,.\, dr \quad (1)$$

Recordemos que:

$$F = m \,.\, a$$

La ecuación (1) tomaría la forma:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} m \,.\, a \,.\, dr$$

a su vez $a = dV/dt$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} m \,.dV/dt \,.\, dr$$

Ordenándola un poco:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} m \,.dr/dt \,.\, dV$$

Recordemos que: $V = dr / dt$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} m \,.V \,.\, dV = m \int_{V_1}^{V_2} V \,.\, dV = m \left[V^2/2 \right]_{V_1}^{V_2} =$$

$$= m \,.\, (\tfrac{1}{2} V_2^2 - \tfrac{1}{2} V_1^2) = \tfrac{1}{2} \,.\, m \,.\, V_2^2 - \tfrac{1}{2}\, m\, V_1^2$$

Al producto de factores:

$$\frac{1}{2} \cdot m\, V^2$$

se le conoce como *Energía Cinética*:

$$\boxed{Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2}$$

Podemos terminar estableciendo que *el trabajo es igual a la variación de la Energía Cinética*:

$$\boxed{W = Ec_2 - Ec_1}$$

$$\boxed{W = \Delta\, Ec}$$

La expresión matemática anterior corresponde al llamado *Teorema de las Fuerzas Vivas*.

El teorema de las *Fuerzas Vivas* nos permite establecer las siguientes conclusiones:

a) **Si sobre un sistema *se realiza trabajo* la *Energía Cinética* del mismo *aumenta* (El trabajo realizado se acumula en el cuerpo en forma de Energía Cinética).**
b) **Si el *sistema realiza trabajo* la *Energía Cinética* del mismo *disminuye*.**
c) **Si el sistema *no realiza trabajo o sobre él no se realiza trabajo*, la Energía Cinética del mismo *no varía*.**

La Energía Cinética goza de las siguientes propiedades:

a) **Es una *magnitud escalar*.**
b) ***Según la ecuación de la Energía Cinética podemos afirmar que depende sólo del módulo de la velocidad.* No de la dirección y sentido del movimiento.**
c) **La propia ecuación de la Energía Cinética nos dice que se trata de una magnitud que *siempre es positiva*. Depende de la masa que es positiva y del cuadrado de la velocidad que hará que ésta sea siempre positiva.**

Las unidades de la *Energía Cinética*, basandanos en la definición de *Energía* (capacidad para realizar trabajo), serán las mismas que las del trabajo, es decir, el *Julio* en el S.I.. Pero vamos a demostrarlo mediante Ecuación de Dimensiones:

$Ec = ½ . m . V^2$

En el calculo Dimensional las constantes numéricas no intervienen:

$[Ec] = [m] . [V^2]$ **(1)**

$[m] = M$

$[V^2] = [(e / t)^2] = [e^2] / [t^2] = L^2 / T^2 = L^2 . T^{-2}$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$[Ec] = [m] . [V^2]$

$[Ec] = M . L^2 . T^{-2}$

Observamos que las unidades de la Energía Cinética dependen de:

a) ***De la masa del cuerpo.***
b) ***De la longitud.***
c) ***Del tiempo elevado a la (-2).***

En el Sistema Internacional de Unidades:

$[Ec] = Kg . m^2 . t^{-2} = Kg . m . m / s^2 = Kg . m / s^2 . m = N . m =$ ***Julio***

Ejercicio resuelto

Sobre un cuerpo de 200 g que sigue un m.r.u. con Vo = 36 Km/h, comienza a actuar una fuerza constante en la dirección y sentido del movimiento. Realizado un recorrido de 8m el cuerpo consigue una velocidad final de 24 m/s. Calcula el valor de la fuerza aplicada.

Resolución

Unidades:
m = 200 g . 1 Kg / 1000 g = 0,2 Kg
Vo = 36 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 10 m/s
e = 8 m
VF = 24 m/s

$$W = \Delta Ec \;\; ; \;\; W = Ecf - Eco$$

$$F \cdot e \cdot \cos \alpha = ½ \cdot m \cdot Vf^2 – ½ \cdot m \cdot Vo^2$$

NOTA: Cuando en un ejercicio se aplica una fuerza y no nos proporcionan el ángulo que forma dicha fuerza con la dirección y sentido del desplazamiento, supondremos que el ángulo es de 0^o.

$$\alpha = 0^o \rightarrow \cos 0^o = 1$$

$$F \cdot e = ½ \cdot m \cdot Vf^2 – ½ \cdot m \cdot Vo^2$$

$$F \cdot 8 = ½ \cdot 0,2 \cdot (24)^2 – ½ \cdot 0,2 \cdot 10^2$$

$$F \cdot 8 = 0,1 \cdot 576 – 10 \;\; ; \;\; 8 \cdot F = 57,6 \;\; ; \;\; F = (57,6/8) = 7,2\ N$$

Ejercicio resuelto

Un automóvil es capaz de pasar de Vo = 72 Km/h a una velocidad Vf = 120 m/s en un tiempo de 5 segundos. Determinar:

a) **El trabajo realizado por el motor del automóvil.**
b) **La potencia desarrollada por el motor del automóvil.**
c) **La aceleración que adquiere el automóvil.**

Resolución

Unidades en el S.I.

Vo = 72 Km/h . 1000 m/ 1 Km . 1 h / 3600 s = 20 m/s
VF = 120 m/s
t = 5 s

a) **Por el teorema de las fuerzas vivas:**

$$\omega = \Delta Ec = Ec_F – Eco \;\; ; \;\; \omega = 120 – 20 = 100 \text{ Julios.}$$

b) $Potencia = W/t \;\; ; \;\; P = 100\ J/ 5\ s = 20\ w.$

c) **Por Cinemática sabemos:**

$$a = Vf – Vo / t \;\; ; \;\; a = (120 – 20)\ m/s / 5\ s = 20\ m \cdot s^{-2}$$

Ejercicio resuelto

La longitud del cañón de una escopeta es de 80 cm y por el él salen proyectiles de 25 g de masa a la velocidad de 80 Km/h. Determinar:

a) **La aceleración que adquirió el proyectil dentro del cañón.**
b) **La fuerza que actúo sobre el proyectil en el interior del cañón.**
c) **El trabajo realizado por la fuerza del apartado anterior.** ***REALIZAR LA CUESTIÓN DESDE EL PUNTO DE VISTA ENERGÉTICO*.**

Resolución

Unidades al S.I.

l = 80 cm . 1 m/100 cm = 0,80 m
m = 25 g . 1 Kg/1000 g = 0,025 Kg
V_F = 80 Km/h . 1000 m/ 1 m . 1 h/ 3600 s = 22,22 m/s
Vo = 0

a) **Cinemáticamente:**

$V_F^2 = Vo^2 + 2 \cdot a \cdot e$; e = l ; (22,22)2 = 0 + 2 . a . 0,80

493,73 = 1,6 a ; a = 493,73 / 1,6 ; $a = 308{,}58\ m \cdot s^{-2}$

b) **Por Dinámica (Segundo Principio):**

$F = m \cdot a$; $F = 0{,}025 \cdot 308{,}58 = 7{,}71\ N$

c) **Treorema de las fuerzas vivas:**

$W = \Delta W = Ec_F - Eco = ½ \cdot m \cdot V_F^2 - ½ \cdot m \cdot Vo^2 =$
$= ½ \cdot 0{,}025 \cdot (22{,}22)2 - 0 =$ *6,17 Julios.*

Ejercicio resuelto

Un camión de 5 toneladas de masa alcanza una velocidad de 50 Km/h transcurridos 3 minutos desde que inició su movimiento. Calcular el trabajo realizado por el motor del camión.

Resolución

Unidades:

M = 5 T . 1000 Kg/ 1 T = 5000 Kg
V_F = 50 Km/h . 1000 m/1 Km . 1 h/3600 s = 13,9 m/s
t = 3 min . 60 s/1 min = 180 s
Vo = 0

W = F . e . cos α **; suponemos que el ángulo que forma la fuerza es 0^o**

$\cos 0^o = 1$ → *W = F . e* (1)

El espacio recorrido por el móvil en los 3 min:

$e = Vo \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$; $e = 0 + ½ \cdot a \cdot (180)^2$

$\boxed{e = 16200\ a}$ (2) → una ecuación con dos incógnitas

Necesitamos otra ecuación con las mismas incógnitas:

$V_F^2 = Vo^2 + 2 \cdot a \cdot e$ → utilizamos la ecuación (1) y nos queda:

$(13,9)^2 = 0 + 2 \cdot a \cdot 16200\ a$; $193,21 = 32400\ a^2$

$a = (193,21/32400)^{1/2}$; $a = 0,08\ m/s^2$

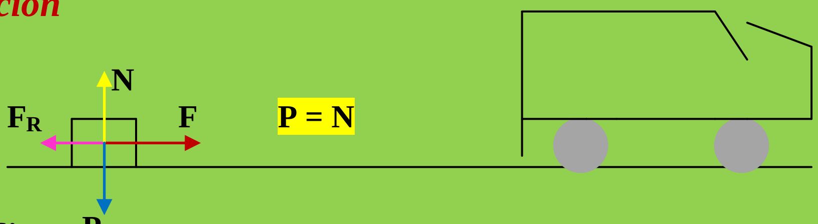
e = 16200 a ; *e* = 16200 . 0,08 = *1296 m*

Nos vamos a la ecuación (1):

$W = F \cdot e = m \cdot a \cdot e = 5000 \cdot 0,08 \cdot 1296 =$ *518400 Julios*

Ejercicio resuelto
Sobre una superficie horizontal, un cuerpo de 150 Kg es arrastrado por una fuerza de 900 N, paralela a la superficie. El coeficiente de rozamiento vale μ = 0,3. Determinar la Energía Cinética que adquirirá el cuerpo cuando llegue al punto de embarque (Situación del camión que lo trasladará) que se encuentra a una distancia de 25 m.

Resolución



Unidades:

m = 150 Kg   **El trabajo realizado para llevar el cuerpo al punto de embarque se transforma en Energía cinética:**
F = 900 N
μ = 0,3

$$W = \sum F \cdot e \cdot \cos\alpha \;\; ; \;\; \cos\alpha = 1 \;\; ; \;\; W = \sum F \cdot e = Ec$$

$$(F - F_R) \cdot e = Ec \;\; ; \;\; (F - \mu \cdot N) \cdot e = Ec$$

$$(F - \mu \cdot P) \cdot e = Ec \;\; ; \;\; (F - \mu \cdot m \cdot g) \cdot e = Ec$$

$$Ec = (900 - 0{,}3 \cdot 150 \cdot 9{,}81) \cdot 25 =$$

$$= (900 - 441{,}45) \cdot 25 = 11463{,}75 \text{ Julios}$$

Ejercicio resuelto

Un móvil parte del reposo y durante un tiempo actúa sobre él una fuerza que le proporciona una velocidad de 72 Km/h. La masa del móvil 5000 g, determinar la Energía Cinética que consigue el móvil.

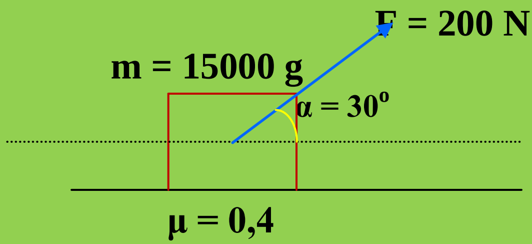
Resolución

Unidades:
Vo = 0
t = 20 s
V_F = 72 Km/h . 1000 m/ 1 Km . 1 h/3600s = 20 m/s
m = 5000 g . 1 Kg/1000 g = 5 Kg

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \;\; ; \;\; Ec = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (20)^2 = 1000 \text{ Julios}$$

Ejercicio resuelto

Sobre el cuerpo de la figura adjunta:



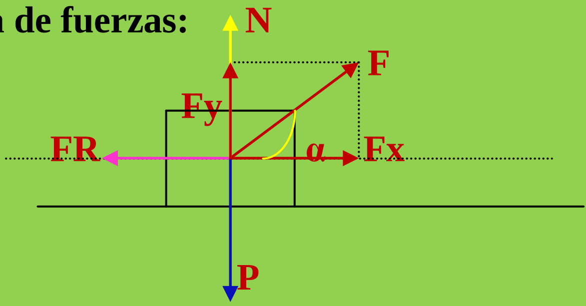
¿Qué velocidad adquirirá el cuerpo cuando se hallan recorrido 15 m?

Resolución

Unidades:

m = 15000 g . 1 Kg/1000 g = 15 Kg
F = 200 N
α = 30º

Diagrama de fuerzas:



$W = \sum F \cdot e \cdot \cos\alpha$; $W = (Fx - FR) \cdot e \cdot \cos\alpha$

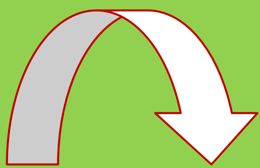
$W = (F \cdot \cos\alpha - \mu \cdot N) \cdot e \cdot \cos\alpha$; $N = P$

$W = (F \cdot \cos\alpha - \mu \cdot P) \cdot e \cdot \cos\alpha$

$W = (F \cdot \cos\alpha - \mu \cdot m \cdot g) \cdot e \cdot \cos\alpha$

$W = (200 \cdot \cos 30^o - 0{,}4 \cdot 15 \cdot 9{,}81) \cdot 15 \cdot \cos 30^o$

$W = (174 - 58{,}86)\ 13{,}05 = 1502{,}58\ J$



Todo el trabajo realizado se almacena en el cuerpo en forma de Ec:

$$W = Ec \;\; ; \;\; W = ½ \cdot m \cdot V^2$$

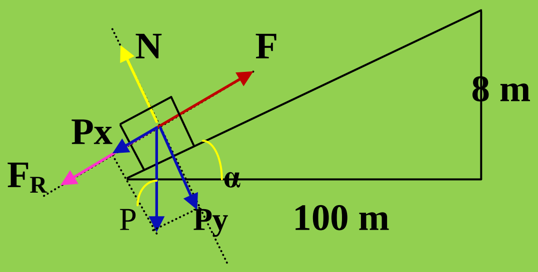
$$1502{,}56 = ½ \cdot 15 \cdot V^2 \;\; ; \;\; V = (1502{,}56/7{,}5)^{1/2}$$

$$V = 14{,}15 \; m \cdot s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

Sobre un plano inclinado del 8 % se traslada desde la parte baja del mismo un cuerpo de 5 Kg mediante la acción de una fuerza constante, paralela al plano inclinado, de 150 N. Si el coeficiente de rozamiento es μ = 0,3 determinar la Energía Mecánica (Ec + Ep) que habrá conseguido el cuerpo al llegar a la parte alta del plano.

8% = Por cada 100 m recorridos en horizontal, se sube en altura 8 m.



Cuando el cuerpo llegue a la parte superior del plano el trabajo realizado para elevarlo se habrá transformado en Ec y Ep, cumpliéndose:

$$W = Ec + Ep$$

$$W = E_{mecánica}$$

Podemos escribir:

$$W = Ec + Ep \;\; ; \;\; \sum F \cdot e = E_{mecánica}$$

$$[\,F - (Px + F_R)] \cdot e = E_{mecánica}$$

$$[\,F - (P \cdot sen\,\alpha + \mu \cdot N)] \cdot e = E_{mecánica}$$

$$N = Py \;\; ; \;\; Py = P \cdot cos\,\alpha$$

$$[\,F - (P \cdot sen\,\alpha + \mu \cdot P \cdot cos\,\alpha) \cdot e = E_{mecánica}$$

$$(F - m \cdot g \cdot sen\ \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\ \alpha) \cdot e = E_{mecánica}$$

$$tag\ \alpha = 8 / 100 = 0{,}08 \rightarrow \alpha = 4{,}57$$

Calcularemos el valor de "e" mediante el teorema DE PITÁGORAS

$$e = [(100)^2 + 8^2]^{1/2} = (10000 + 64)^{1/2} = 100{,}3\ m$$

$$(150 - 5 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}08 - 0{,}3 \cdot 5 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}99) \cdot 100{,}3 = E_{mecánica}$$

$$(150 - 3{,}92 - 14{,}56) \cdot 100{,}3 = E_{mecánica}$$

$$E_{mecánica} = 13191{,}45\ Julios$$

Ejercicio resuelto

Un proyectil de 1000 g de masa se incrusta dentro de un bloque de cemento hasta una profundidad de 50 cm. Si la resistencia que opone el cemento para ser incrustado es 200 N . Determinar la velocidad con la cual llego el proyectil al bloque de cemento.

Resolución

Unidades:
m = 1000 g . 1 Kg/1000 g = 1 Kg
e = 50 cm . 1 m/100cm = 0,5 m
F_R = 200 N

El proyectil para incrustarse en el bloque debe vencer una fuerza resistente a lo largo de un espacio, es decir, debe realizar un trabajo. Para que un cuerpo realice trabajo debe tener energía. El proyectil por llevar una velocidad tiene Ec. Despreciamos la altura del proyectil sobre la base, luego:

$$W = Ec$$

$$F \cdot e \cdot cos\ \alpha = ½ \cdot m \cdot V^2 \quad ; \quad \alpha = 0^o \ ; \ cos\ 0^o = 1$$

$$F \cdot e = ½ \cdot m \cdot V^2 \ ; \ 200 \cdot 0{,}5 = ½ \cdot 1 \cdot V^2$$

$$200 = V^2 \; ; \quad V = (200)^{1/2} = 14,14\ m\ .\ s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

Determinar la variación de la Energía Cinética que sufre un automóvil de 450 C.V de potencia durante un tiempo de 5 segundos.

Resolución

P = 450 C.V. . 735 w / 1 C.V. = 330750 w (J/s)
t = 5 s

Recordemos:

$$P = W / t \; ; \; W = \Delta Ec \rightarrow P = \Delta Ec / t \; ; \; 330750\ J/s = \Delta Ec / 5\ s$$

$$\Delta Ec = 1653750\ J/s\ .\ s = 1653750\ Julios$$

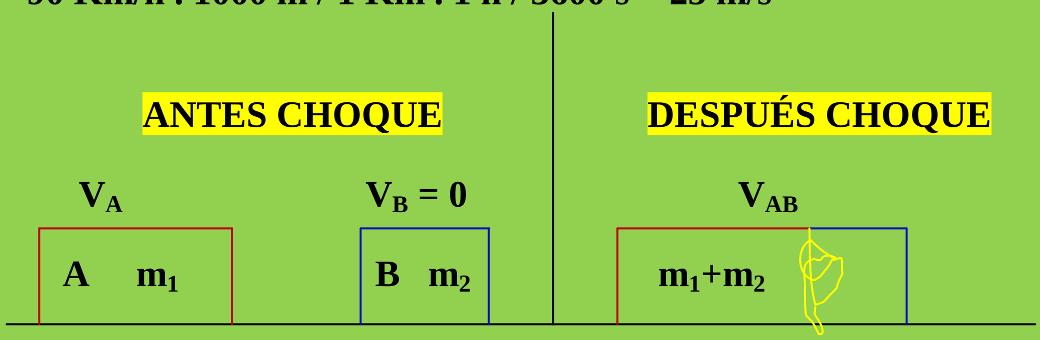
Ejercicio resuelto

En una vía muerta de ferrocarril tenemos parado un vagón de 25000 kg de masa. Por la izquierda se le acerca otro de masa 30000 Kg a una velocidad de 90 Km/h que choca con el primer vagón. Después del choque los dos vagones permanecen unidos. Determinar la cantidad de energía cinética que se pierde durante el choque. ¿ Para que se ha utilizado la energía perdida?

Resolución

Unidades:

$m_B = 25000$ Kg
$m_A = 30000$ Kg
$V_B = 0$
$V_A = 90$ Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 25 m/s



Cantidad de movi. antes choque = Cantidad de movi. Después choque

$$m_1 \,.\, V_A + m_2 \,.\, V_B = (m_1+m_2) \,.\, V_{AB}$$

$$30000 \,.\, 25 + 25000 \,.\, 0 = (\,30000+25000) \,.\, V_{AB}$$

$$75000 = 55000 \,.\, V_{AB}$$

$$V_{AB} = 75000 / 55000 = 1{,}36\ m/s$$

Antes del choque el vagón A tiene una E_C:

$$Ec = ½ \,.\, m \,.\, V_A^2 = ½ \,.\, 30000 \,.\, (25)^2 = 9375000\ Julios$$

Después del choque el vagón A tiene una Ec:

$$Ec = ½ \,.\, m \,.\, V_A^2 = ½ \,.\, 30000 \,.\, (1{,}36)^2 = 27744\ Julios$$

La E_C que se pierde será:

$$E_{Cperdida} = 9375000 - 27744 = 9347256\ Julios$$

La *E_C perdida* se utilizará para *producir las deformaciónes* que lleva consigo el choque.

6.- Energía Potencial

Energía Potencial. Animación
http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/energia/potencial.html

Energía Potencial
https://sites.google.com/site/timesolar/energia/energiapotencial

Energía Potencial
http://www.jfinternational.com/mf/energia-potencial.html

Energía Potencial
http://www.hiru.com/fisica/energia-cinetica-y-energia-potencial

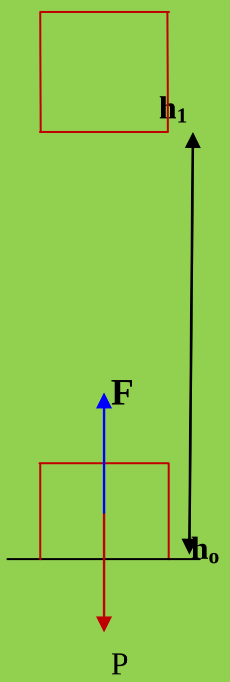
Video: Energía Potencial y Cinética
http://www.youtube.com/watch?v=XAR8MEjnkHA

Video I: Energía Potencial
http://www.youtube.com/watch?v=AQupNce6zcI

Video II: Energía Potencial
http://www.youtube.com/watch?v=FumZaRZArlQ&feature=relmfu

Se denomina Energía Potencial a la que poseen los cuerpos por la posición que ocupan dentro de un campo de fuerzas y de un sistema de referencia.

Un *pequeño trabajo* es aquel que se produce por una *fuerza pequeña* a través de una *pequeña distancia* pero todo se acumula o se integra y se una expresión general:



$$W = \int_{ho}^{h_1} F\, dx$$

En este caso la *fuerza ejercida* es igual al *peso* del cuerpo:

$$P = m \cdot g$$

luego:

$$W = \int_{ho}^{h_1} P \cdot dx = \int_{ho}^{h_1} P \cdot dx$$

$$W = \int_{ho}^{h_1} m \cdot g \cdot dx = m \cdot g \int_{ho}^{h_1} dx = m \cdot g \left[\, x \,\right]_{ho}^{h_1} = m \cdot g \cdot (h_1 - ho) =$$

$$= m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot ho$$

Al producto de los factores:

$$m \,.\, g \,.\, h$$

se le conoce por el nombre de Energía Potencial:

$$Ep = m \,.\, g \,.\, h$$

Y por tanto el trabajo realizado al elevar un cuerpo de una determinada masa es equivalente a la diferencia de la *Energía potencial*:

$$W = Ep_1 - Ep_2$$

Podemos establecer que el *trabajo es igual al incremento de la Energía Potencial*.

$$W = \Delta\, Ep$$

El trabajo realizado queda almacenado en el cuerpo en forma de *Energía Potencial*.

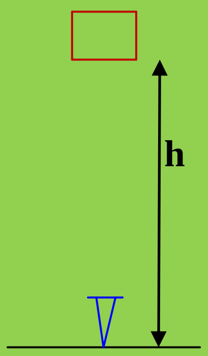
La Energía Potencial goza de las siguientes propiedades:

a) **Es una *magnitud escalar*.**
b) ***Según la ecuación de la Energía Potencial podemos afirmar que depende sólo de la altura.***
c) **La propia ecuación de la Energía Potencial nos dice que se trata de una magnitud que puede ser *positiva o negativa*, en función del signo que tome la aceleración de la gravedad.**

Mediante Calculo Dimensional, igual que hicimos con la Energía Cinética, podríamos demostrar que la unidad de Energía Potencial. En el S. I, es el *Julio*.
Como la energía es capacidad para realizar trabajo, explicaré el ejemplo del cuerpo que cae desde una cierta altura sobre un clavo, para que entiendan en concepto de Ep.

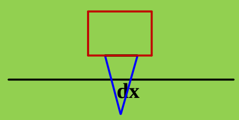
Cuando elevamos un cuerpo a una cierta altura, el trabajo realizado sobre el cuerpo permanece almacenado en éste en forma de Ep.

Supongamos que a una determinada altura tenemos un cuerpo de masa "m". Lo dejamos caer sobre el montaje que tenemos en h = 0:



Cuando el cuerpo cae sobre el clavo, éste se incrusta en la plataforma una distancia *"dx"* venciendo una fuerza de oposición del material de la plataforma. El clavo ha realizado un trabajo:

$$W = F \cdot e \cdot \cos\alpha$$



como la fuerza aplicada sobre el clavo tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento del clavo dentro de la plataforma → $\alpha = 0$ → $\cos 0^o = 1$. El trabajo realizado corresponde a la fórmula:

$$W = F \cdot e$$

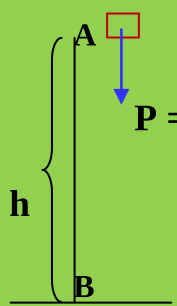
Para que el clavo realice un trabajo necesita de una energía que se la proporciona el cuerpo de masa *"m"* que caía desde una cierta altura y por tanto tenía una *Energía Potencial*. *A MAYOR ALTURA MAYOR ENERGÍA POTENCIAL POSEE EL CUERPO*.

Ejercicio resuelto

Un cuerpo se deja caer desde una cierta altura, al llegar al suelo lleva una velocidad de 20 m/s. ¿ Desde qué altura se dejo caer? ¿Qué fuerza actúo sobre el cuerpo?.

Resolución

Unidades:
$V_F = 20$ m/s
$V_o = 0$



$P = m \cdot g$

El cuerpo en el punto A tiene Ep y cuando llega al suelo com una velocidade determinada tendrá Ec. Como no existe rozamiento podemos escribir la ecuación:

$$Ep_A = Ec_B$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \tfrac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot V^2 \;\; ; \;\; g \cdot h = \tfrac{1}{2} \cdot V^2 \;\; ; \; 9{,}81 \cdot h = \tfrac{1}{2} \cdot (20)^2$$

$$h = 200/9{,}81 = 20{,}38\ m$$

Ejercicio resuelto

Una ciudad necesita un consumo de agua diario de 50 m^3. El agua se tiene que elevar de un depósito que se encuentra a 75 m por debajo del nivel de la ciudad. La elevación del agua la realiza un motor que desarrolla el trabajo en un tiempo de 1,5 h.con una potencia de 150 vatios. ¿Qué Energía Potencial almacenará el agua elevada hasta la ciudad?. Densidad del agua 1 g / cm^3.

Resolución

Unidades:
h = 75 m
t = 1,5 h . 3600 s/ 1 h = 5400 s
P = 150 w
d_{agua} = 1 g/cm^3.
Vagua = 50 m^3 . 1000000 cm^3 / 1 m^3 = 50000000 cm^3
m_{agua} = d.Vagua = 1 g/cm^3 . 50000000 cm^3 = 50000000 g . 1 Kg / 1000g =
= 50000 Kg

El trabajo para elevar el agua hasta la ciudad es:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

Como el problema nos proporciona las características del motor:

$$P = W / t \quad ; \quad W = P \cdot t = 150\ J/s \cdot 5400\ s = 810000\ J$$

El trabajo realizado (810000 J) para elevar el agua hasta la ciudad queda almacenado en el agua en forma de Energía Potencial. El agua ha ganado 810000 J de energía.

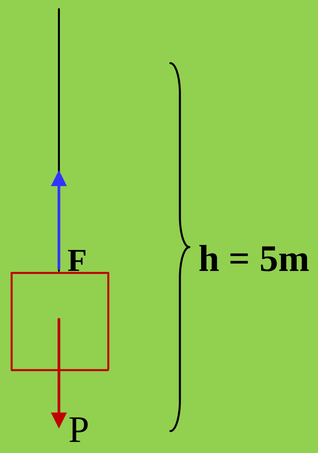
Ejercicio resuelto

Calcular el trabajo que realizamos contra la gravedad cuando levantamos 5 m un cuerpo de 15 Kg, utilizando un tiempo de 10 s, en los casos:

a) **Verticalmente.**
b) **Por una rampa inclinada 60º.**

Resolución

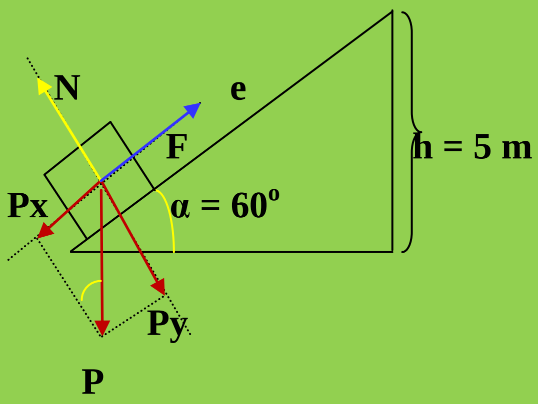
a)



Cuando el cuerpo llegue a una altura de 5 m hemos realizado un trabajo contra la gravedad que queda almacenado en el cuerpo en forma de E_P:

$$Ep = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9{,}81 \cdot 5 = 735{,}75\ J.$$

b)



Para elevar el cuerpo hasta la altura de 5 m hemos de hacer un trabajo a lo largo de un espacio "e". Este trabajo queda almacenado en el cuerpo en forma de E_P.

Sea cual fuese el camino seguido para llevar al cuerpo hasta una altura de 5 m implicará un trabajo que se almacena en el cuerpo en forma de Ep.

Se cumple:

$$W = Ep = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot h$$

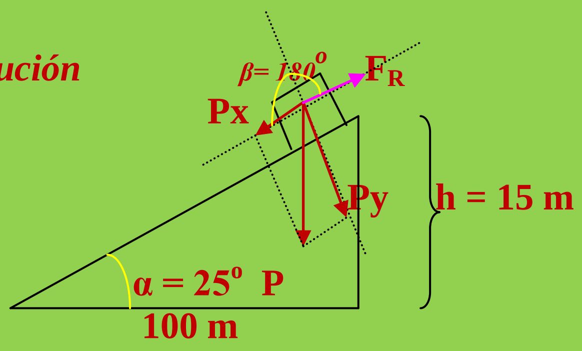
$$W = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9{,}81 \cdot 5 = 735{,}75\ J.$$

El trabajo que debemos realizar para elevar el cuerpo a 5 m de altura es independiente del camino seguido. Por ello en los dos casos el trabajo *vale lo mismo*. La ventaja del plano inclinado estriba en que nos permite realizar el trabajo *más comodamente*.

Ejercicio resuelto

En la parte alta de un plano inclinado 8,5º sobre la horizontal tenemos un cuerpo de masa 15 Kg. El plano inclinado es del 15 %. El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,3. Determinar el contenido energético del cuerpo en la parte alta del plano inclinado. Dejamos caer el cuerpo, determinar la velocidad que llevará el cuerpo cuando se encuentre a una altura de 10 m. ¿Cuál será la velocidad del cuerpo al llegar a la parte baja del plano inclinado?. Interpreta los resultados.

Resolución

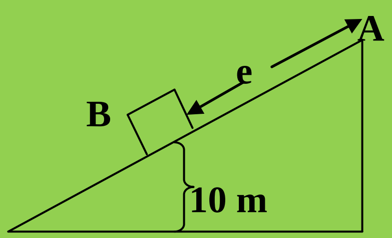


En la parte alta del plano inclinado el cuerpo posee Ep:

$$Ep = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9{,}81 \cdot 15 = 2207{,}25 \text{ j}$$

Cuando el cuerpo pasa por la posición B se cumplen tres condiciones:

a) **Al pasar por B lleva una velocidad y por tanto tendrá *Ec*.**
b) **Está a una altura de 10 m luego tiene *Ep*.**
c) **Se ha vencido un rozamiento a lo largo de un espacio y por tanto existe *trabajo de rozamiento*.**



El principio de conservación de la energía, teniendo presente que existe rozamiento, nos dice que:

$$Ep_A = E_{CB} + E_{PB} + W_{rozamiento} \quad (1)$$

La fuerza de rozamiento forma con la fuerza que hace posible el movimiento del cuerpo un ángulo de 180º.

$$W_{rozamiento} = F_R \,.\, e \,.\, \cos\beta = \mu \,.\, N \,.\, e \,.\, \cos\beta \;\; ; \;\; N = Py$$

$$Py = P \,.\, \cos\alpha = m \,.\, g \,.\, \cos\alpha$$

$$W_{rozamiento} = \mu \,.\, m \,.\, g \,.\, \cos\alpha \,.\, e \,.\, \cos\beta$$

$$\beta = 180^o \rightarrow \cos 180^o = -1$$

$$W_{rozamiento} = |\, -\mu \,.\, m \,.\, g \,.\, \cos\alpha \,.\, e \,|$$

Luego si nos vamos a la ecuación (1):

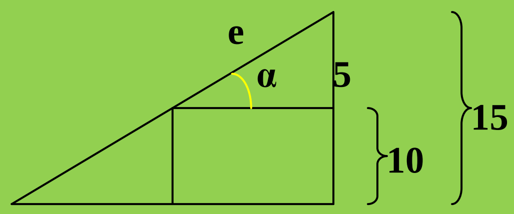
$$m \,.\, g \,.\, h_A = ½ \,.\, m \,.\, V_B^2 + m \,.\, g \,.\, 10 \;+ |-\mu \,.\, m \,.\, g \,.\, \cos\alpha \,.\, e|$$

$$m \,.\, g \,.\, h_A = ½ \,.\, m \,.\, V_B^2 + m \,.\, g \,.\, 10 \;+ \mu \,.\, m \,.\, g \,.\, \cos\alpha \,.\, e$$

podemos sacar común la masa y nos quedaría:

$$g \,.\, h_A = ½ \,.\, V_B^2 + g \,.\, 10 + \mu \,.\, g \,.\, \cos\alpha \,.\, e \quad (2)$$

Debemos conocer, geométricamente, el valor de "e":



$$\text{sen } 8{,}5^o = 5 / e$$

$$e = 5 / \text{sen } 8{,}5^o$$

$$e = 5 / 0{,}15 = 33{,}33 \text{ m}$$

Nos vamos a la ecuación (2):

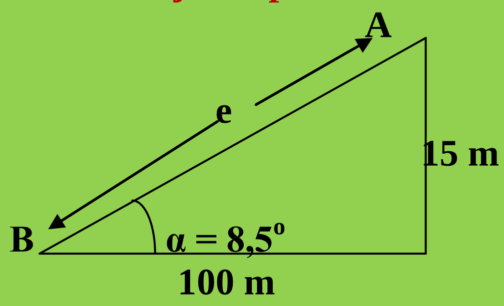
$$9{,}81 \,.\, 15 = ½ \,.\, V_B^2 + 9{,}81 \,.\, 10 + 0{,}3 \,.\, 9{,}81 \,.\, \cos 8{,}5^o \,.\, 33{,}33$$

$$147{,}15 = ½ \,.\, V_B^2 + 98{,}1 + 97{,}1$$

$$147{,}15 - 98{,}1 - 97{,}1 = ½ \,.\, V_B^2$$

$$-96{,}1 = V_B^2 \;\; ; \;\; V_B = (-96{,}1)^{1/2} = \textit{NO TIENE SOLUCIÓN}$$

En el punto más bajo del plano inclinado:



Cuando el cuerpo se encuentra en la posición A tiene energía potencial que al llegar a la parte baja del plano inclinado, se cumplirá:

a) **Llega a B con velocidad por lo que tendrá *Ec*.**
b) **Se encuentra a h = 0 luego *no tiene Ep*.**
c) **Se vence una fuerza de rozamiento y por lo tanto el cuerpo realiza un *trabajo de rozamiento*.**

Por el principio de conservación de la energía:

$$Ep_A = E_{CB} + W_{rozamiento}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = ½ \cdot m \cdot V_F^2 + F_R \cdot e \cdot \cos \beta$$

$$m \cdot g \cdot h_A = ½ \cdot m \cdot V_F^2 + \mu \cdot N \cdot e \cdot \cos \beta$$

$$N = Py = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$m \cdot g \cdot h_A = ½ \cdot m \cdot V_F^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e \cdot \cos \beta$$

$$m \cdot 9,81 \cdot 15 = ½ \cdot m \cdot V_F^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 8,5^o \cdot e \cdot \cos 180^o$$

Sacando factor común la "m":

$$9,81 \cdot 15 = ½ \cdot V_F^2 + \mu \cdot g \cdot \cos 8,5^o \cdot e \cdot \cos 180^o \quad (1)$$

$\cos 8,5^o = 0,99$
$\cos 180^o = -1$
$\text{sen } 8,5 = 0,14$

Del último plano inclinado:

$$\text{sen } 8,5^o = 15 / e \;\; ; \;\; e = 15 / \text{sen } 8,5^o$$

$$e = 15 / 0,14 = 107,14 \text{ m}$$

Nos vamos a (1):

147,15 = ½ . VF2 + 0,3 . 9,81 . 0,99 . 107,14 . (-1)

$147,15 = ½\ V_F^2 + |- 312,16|$; $147,15 – 312,16 = ½ . V_F^2$

$-330,02 = V_F^2$; *V_F* = (-330,02)$^{1/2}$ = *NO TIENE SOLUCIÓN*

Este ejercicio *no tiene solución* por la razón de que la componente del peso en el eje OX (Px) no es capaz de *vencer la fuerza de rozamiento*.

$F_R > Px$

y por lo tanto el cuerpo *NO DESCIENDE POR EL PLANO INCLINADO*.

Ejercicio resuelto

Desde una altura de 10 m dejamos caer una pelota de masa de 750 g masa. En cada choque con el suelo pierde un 15 % de su energía. ¿Qué altura alcanzará después del tercer choque?.

Resolución

Consideraremos que no existe rozamiento con el aire.

Existen tres rebotes que implican una pérdida de energía del 45 %

Ep = m . g . h* = 0,750 . 9,81 . 10 = *73,57 J

Después del 3º rebote quedarán:

73,57 J . 45 J / 100 J = *33,10 J*

Con esta energía se elevará hasta alcanzar una altura:

***Ec = Ep = m . g . h* ; 33,10 = 0,750 . 9,81 . h**

33,10 = 7,35 h ; *h* = 33,10 / 7,35 = *4,5 m*

Ejercicio resuelto

Un cuerpo de 1500 g de masa se encuentra a una cierta altura sobre una plataforma horizontal elástica. Cuando choca con la plataforma el cuerpo lleva una velocidad de 100 Km/h. ¿Desde que átura cayó? ¿ Si en el rebote el cuerpo se eleva 12 m que cantidad de energía perdió el cuerpo? ¿ En que se transformó dicha perdida de energía?

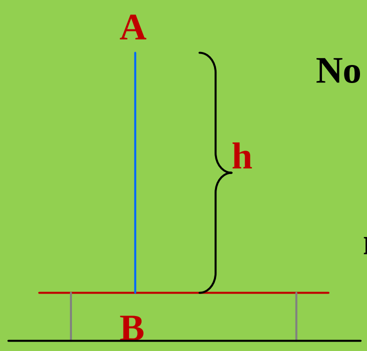
Resolución

Unidades:

m = 1500 g . 1 Kg / 1000 g = 1,5 Kg

V_F = 100 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 27,8 m/s

Tomaremos como sistema de referencia la plataforma elástica (h = 0)



No existe rozamiento con el aire, luego:

$$Ep_A = Ec_B$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2$$

$$\cancel{1,5} \cdot 9,61 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \cancel{1,5} \cdot (27,8)^2$$

$$9,61\ h = 386,42 \;;\; h = 386,42 / 9,61 = 40,2\ m$$

Cuando el cuerpo choca con la plataforma elástica lleva una E_{CB}:

$$Ec_B = Ep_A = m \cdot g \cdot h = 1,5 \cdot 9,81 \cdot 40,2 = 591,54\ Julios$$

Al rebotar en la plataforma alcanza una altura de 12 m con lo que consigue una Ep:

$$Ep = m \cdot g \cdot h = 1,5 \cdot 9,81 \cdot 12 = 176,58\ Julios$$

Ha habido una pérdida de energía de:

$$\Delta E = Ec_B - Ep = 591,54 - 176,58 = 414,96\ Julios$$

Los 414,96 julios se perdieron en la *deformación de la plataforma elástica*.

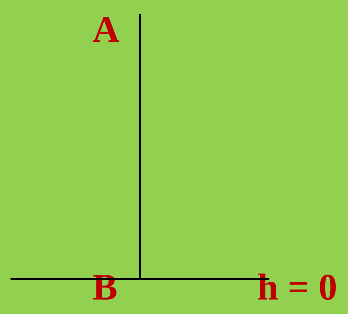
Ejercicio resuelto

Un cuerpo de 10 Kg de masa, a una altura de 500 m, queda en libertad. Determinar:

a) **¿Cuánto valdrá su energía Cinética al llegar al suelo?.**
b) **¿Con qué velocidad llegará al suelo?**
c) **¿Cuál será su velocidad en el punto medio de la trayectoria?.**

Resolución

Unidades:
m = 10 Kg.
h = 500 m



a) **En la parte más alta el cuerpo tiene Ep. Cuando quede en libertad llegará al suelo con una velocidad determinada y por lo tanto tendrá E_C. Por el principio de conservación de la energía y al no existir rozamiento, podemos decir:**

$$Ep_A = Ec_B$$

$$m \cdot g \cdot h = Ec \ ; \quad 10 \cdot 9{,}81 \cdot 500 = Ec$$

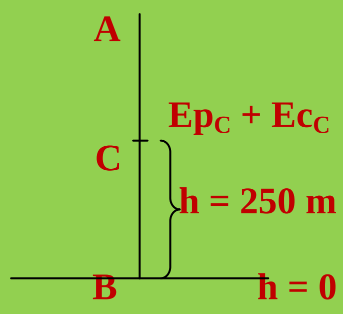
$$Ec = 49050 \text{ Julios.}$$

b) **Recordemos que:**

$$Ec = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 \ ; \quad 49050 = 1/2 \cdot 10 \cdot V_F^2 \ ; \ V_F = (9810)^{1/2}$$

$$V_F = 99 \ m \cdot s^{-1}$$

c)



Cuando el cuerpo pasa por el punto medio de la trayectoria:

a) **Se encuentra a una altura y por lo tanto tendrá Ep.**
b) **Pasa por el punto C a una velocidad y por lo tanto tendrá Ec.**
c) **En el punto C la energía que tiene el cuerpo es la suma Ep + Ec. Esta suma será igual a la energía potencial que tenía el cuerpo en el punto A. Como no existe rozamiento:**

$$EpA = Ep_C + Ec_C$$

$$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2$$

Sacamos factor común la "masa":

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_A = \cancel{m} \, (g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot V_C^2)$$

$$g \cdot h_A = g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot V_C^2$$

$$9{,}81 \cdot 500 = 9{,}81 \cdot 250 + \frac{1}{2} \cdot V_C^2$$

$$4905 = 2452{,}5 = \frac{1}{2} V_C^2$$

$$4905 - 2452{,}5 = \frac{1}{2} V_C^2 \;\; ; \;\; 2452{,}5 = \frac{1}{2} V_C^2$$

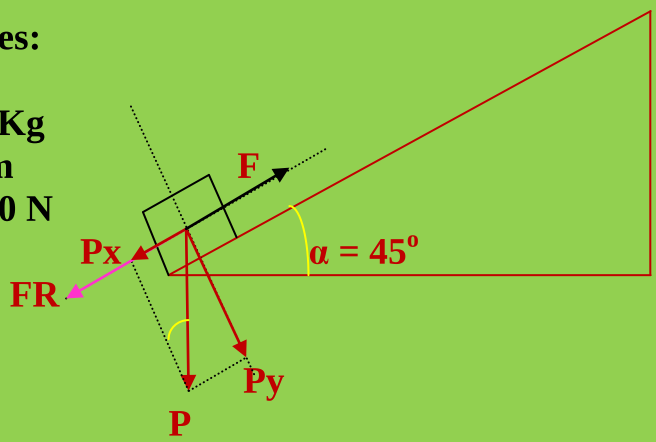
$$V_C = (4905)^{1/2} = 70 \, m \cdot s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

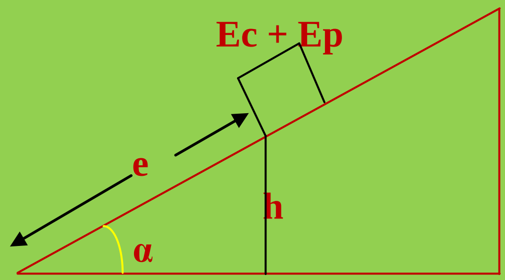
Por un plano inclinado de 45º sobre la horizontal asciende un cuerpo de 10 Kg de masa una distancia de 15 m aplicándole una fuerza de 5750 N paralela al plano inclinado. Si parte de la base del plano inclinado y el coeficiente de rozamiento es de 0,2, determinar la velocidad adquirida por el cuerpo cuando haya recorrido 15 m del plano inclinado.

Resolución

Unidades:
α = 45º
m = 10 Kg
e = 15 m
F = 5750 N
μ = 0,2



a)



Cuando el cuerpo haya recorrido los 15 m del plano inclinado habrá alcanzado una altura sobre el sistema de referencia (h =0), por lo tanto el trabajo realizado para recorrer estos 15 m será igual:

$$W = E_C + E_P$$

$$\sum F \,.\, e \,.\, \cos\beta = \tfrac{1}{2} \,.\, m \,.\, v^2 + m \,.\, g \,.\, h$$

β = ángulo que forma “F” con la dirección y sentido del movimiento

$\beta = 0 \rightarrow \cos 0^o = 1$

$$(F – F_R) . e = ½ . m . V^2 + m . g . h$$

$$(F – μ . N) . e = ½ . m . V^2 + m . g . h$$

$$N = Py = m . g . \cos α$$

$$(F – μ . m . g . \cos α) . e = ½ . m . V^2 + m . g . h \quad (1)$$

Para conocer “h” nos vamos al último plano inclinado y observamos que:

$$\text{sen } α = h / e \quad ; \quad \text{sen } 45^o = h / 15 \quad ; \quad h = \text{sen } 45^o . 15$$

$$h = 0,7 . 15 = 10,5 \text{ m}$$

nos vamos a la ecuación (1):

$$(5750 – 0,2 . 10 . 9,81 . \cos 45^o) = ½ . 10 . V2 + 10 . 9,81 . 10,5$$

$$5750 – 13,73 = 5 . V^2 + 1030,05$$

$$4706,22 = 5 . V^2 \quad ; \quad V = (4706,22 / 5)^{1/2} \quad ; \quad V = 30,7 \text{ m} . s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

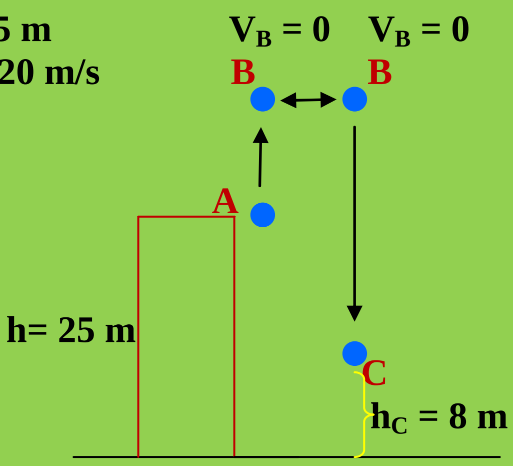
Estando en la parte alta de una torre de 25 m de altura lanzamos verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 20 m/s. Determinar:

a) **La velocidad que tendrá cuando se encuentre a 8 m del suelo.**
b) **La velocidad que tendrá el cuerpo cuando se encuentre a 8 m del suelo si el cuerpo es lanzado hacia abajo.**

Resolución

Unidades:
h = 25 m
V_A = 20 m/s

a)



En el punto A el cuerpo tiene Ep y Ec: $E_A = Ep_A + Ec_A$
En el punto B el cuerpo tiene energía potencial: $E_B = Ep_B$
En el punto C el cuerpo tiene Ep y Ec: $E_C = Ep_C + Ec_C$

Al no existir rozamiento, por el principio de conservación de la energía podemos, escribir

$$E_A = E_B = E_C$$

Por la propiedad transitiva:

$$E_A = E_C$$

$$Ec_A + Ep_A = Ec_C + Ep_C$$

$$½ \, . \, m \, . \, V_A^2 + m \, . \, g \, . \, h_A = ½ \, . \, m \, . \, Vc^2 + m \, . \, g \, . \, h_C$$

Sacando factor común la "m", la podemos eliminar de la ecuación:

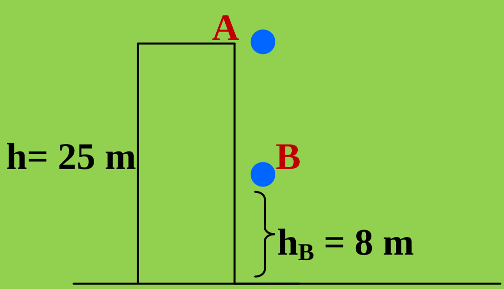
$$½ \, . \, V_A^2 + g \, . \, h_A = ½ \, . \, V_C^2 + g \, . \, h_C$$

$$½. \, (20)^2 + 9{,}81 \, . \, 25 = ½ \, . \, V_C^2 + 9{,}81 \, . \, 8$$

$$200 + 245{,}25 = ½ \, . \, V_C^2 + 78{,}48$$

$$½ \, V_C^2 = 366{,}77 \quad ; \quad V_C = (\, 733{,}54 \,)^{1/2} = 27{,}08 \text{ m/s}$$

b)



En el punto A el cuerpo posee Ec y Ep: $E_A = E_{CA} + E_{PA}$
En el punto B el cuerpo posee EC y Ep: $E_B = E_{CB} + E_{PB}$

Como no existe rozamiento podemos escribir:

$$E_A = E_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

Eliminando las masas:

$$\frac{1}{2} \cdot V_A^2 + g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + g \cdot h_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot (20)2 + 9{,}81 \cdot 25 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9{,}81 \cdot 8$$

$$200 + 245{,}25 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 78{,}48$$

$$366{,}77 = \frac{1}{2} V_B^2 \;\; ; \quad V_B = (733{,}54)^{1/2} = 27{,}08\ m/s$$

7.- Energía Potencial Elástica

Energía Potencial Elástica
http://www.matematicasfisicaquimica.com/conceptos-de-fisica-y-quimica/144-conceptos-fisica-trabajo-energia/916-energias-mecanica-cinetica-potencial-fisica-eso-bachillerato.html

Energía Potencial elástica
http://books.google.es/books?id=fovdRFMao-AC&pg=PA297&lpg=PA297&dq=energia+potencial+elastica+nivel+1%C2%BA+de+bachillerato&source=bl&ots=jKrBoktRE1&sig=ucJ5H92CEO06mtq1O5AI97-GmTI&hl=es&sa=X&ei=CpWwUN-

qHcKg0QXDlIGQBA&ved=0CFQQ6AEwBQ#v=onepage&q=energia%20potencial%20elastica%20nivel%201%C2%BA%20de%20bachillerato&f=false

Energía Potencial Elástica
http://pdf.rincondelvago.com/energia-potencial-elastica.html

Energía Potencial Elástica
http://elmundodelafisica.wikispaces.com/Energia+potencial+elastica

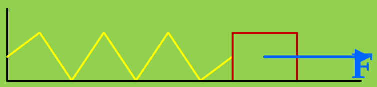
Video: Energía Potencial Elática (Portugués)
http://www.youtube.com/watch?v=r0FtPCx12Bg

Video: Energía Potencial Elástica
http://www.youtube.com/watch?v=Rv7ev8t2Jcs

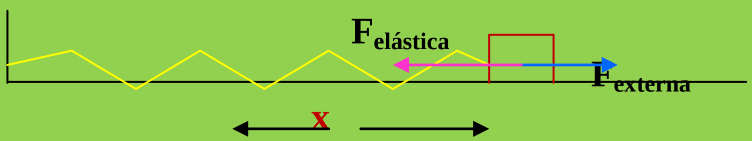
Video: Energía Potencial Elástica
http://www.youtube.com/watch?v=0l0DJWy38dQ&feature=related

Supongamos que tenemos un cuerpo unido a un muelle como se representa en el dibujo:

Sobre el cuerpo se puede realizar una fuerza paralela a la plataforma y de sentido hacia la derecha:



El muelle se alarga (se deforma) y entonces sobre el cuerpo actúa la *fuerza recuperadora del muelle* que tendrá la misma dirección que la fuerza *"F"* pero de sentido contrario:



El alargamiento del muelle se ha producido por la acción de una fuerza lo que implica que en este fenómeno se ha producido un trabajo que

quedaría almacenado en el mulle. Esta energía almacenada en el muelle sería capaz de realizar un trabajo cuando dicho muelle sea liberado del cuerpo.

Teóricamente sabemos que el trabajo tiene la ecuación:

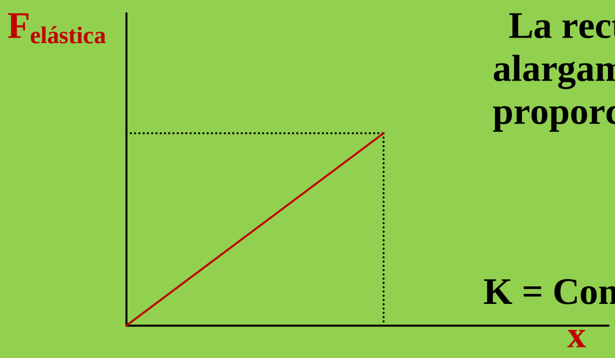
$$W = F \cdot e \qquad ; \; \cos \alpha = 1$$

En nuestro caso:

$$W = F_{elástica} \cdot e$$

Las mismas consecuencias tendríamos si el muelle se comprimiera, se acortara, tendría almacenada una cantidad de energía capaz de realizar un trabajo.

Si realizamos una gráfica ***$F_{elástica}$- Alargamiento*****, obtendríamos:**



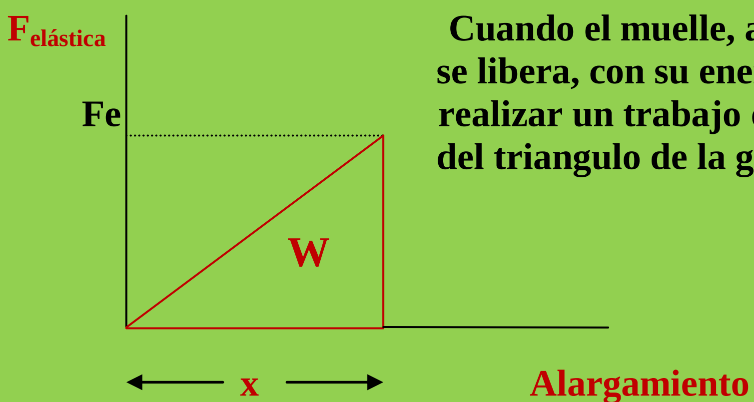
La recta obtenida nos dice que el alargamiento o deformación es proporcional a la $F_{elástica}$:

$$F_{elástica} = K \cdot \Delta x$$

K = Const. de proporcionalidad

La ecuación anterior ya es conocida por nosotros pues fue estudiada en el efecto estático (deformación) de los cuerpos. Fue establecida por Hooke tomando la ley su propio nombre.

Si volvemos a la gráfica anterior:



Cuando el muelle, alargado o comprimido, se libera, con su energía almacenada puede realizar un trabajo que sería igual al área del triangulo de la gráfica:

El área del triangulo es:

$$A = base\ .\ altura / 2$$

$$A = x\ .\ F_{elástica} / 2$$

Hemos identificado área del rectángulo de la gráfica anterior con el trabajo que se puede realizar por una energía almacenada:

$$W = x\ .\ K\ .\ x / 2$$

$$W = ½\ K\ .\ x^2$$

Este trabajo es exactamente igual a la energía almacenada que le llamaremos Energía Potencial Elástica:

$$Epe = ½\ .\ K\ .\ x^2$$

En donde recordemos que *K* es la Constante Elástica o Recuperadora del muelle y *"x"* el alargamiento o compresión realizada sobre el muelle.

Podemos establecer que la Energía Potencial Elástica que es la que adquiere todo cuerpo que está sometido a la acción de una fuerza elástica o recuperadora.

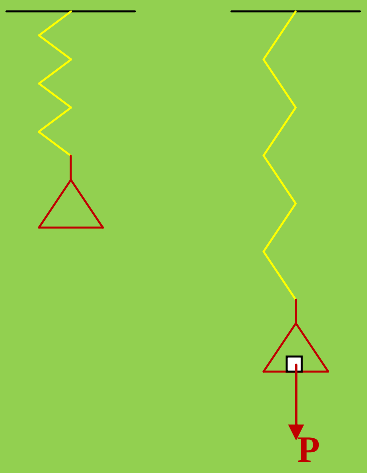
Ejercicio resuelto

De la parte inferior de un muelle colgamos un cuerpo de masa 75 g alargándose el muelle 3 cm. Determinar la Energía Potencial Elática que almacena el muelle por su deformación. K = 30 N/m

Resolución

Unidades:

m = 75 g . 1 Kg / 1000 g = 0,075 Kg
x = 3 cm . 1 m / 100 cm = 0,03 m



$$Epe = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$Epe = \frac{1}{2} \cdot 30\ N/m \cdot (0{,}03\ m)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 0{,}0009\ N/m \cdot m^2 =$$

$$= 0{,}0135\ N \cdot m = \mathit{0{,}0135\ Julios}$$

Ejercicio resuelto

Al colgar de un muelle un cuerpo de 60 N de peso se estira una longitud de 15 cm. Si el trabajo realizado es de 7,50 Julios ¿cuál es la constante elástica del muelle?.

Resolución

Unidades:
P = 60 N
x = 15 cm . 1 m / 100 cm = 0,15 m
W = 7,50 J.
K?

El trabajo realizado queda almacenado en forma de *Epe* del muelle:

$$W = Epe$$

$$F \cdot e \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \quad (1)$$

$\alpha = 0^o \rightarrow \cos 0^o = 1$

La Fuerza ejercida es igual al peso del cuerpo $\rightarrow$ **F = P**

La ecuación (1) nos quedaría de la forma:

$$P \cdot e = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \ ; \quad e = x \rightarrow P \cdot x = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x \ ; \quad K = 2 \cdot P / x = 2 \cdot 60\ N / 0{,}15\ m$$

$$K = 240\ N/m$$

Ejercicio resuelto

En la parte baja del un muelle colgamos un cuerpo de masa 60 gramos y el muelle se estira una longitud de 5 cm. Qué trabajo se realizaría sobre el muelle si la longitud aumentada fuera de 12 cm?

Resolución

Unidades:

$m = 60\ g\ .\ 1\ Kg / 1000\ g = 0{,}060\ Kg$
$x_1 = 5\ cm\ .\ 1\ m / 100\ cm = 0{,}05\ m$
$x_2 = 12\ cm\ .\ 1\ m / 100\ cm = 0{,}12\ m$

El trabajo realizado quedaría almacenado en el muelle en forma de Epe:

$$W = Epe\ \ ;\ \ W = ½\ .\ K\ .\ x_2^2\ \ (1)$$

Debemos conocer *"K"*. Aplicando la ley de Hooke:

$$F = K\ .\ \Delta x$$

La fuerza aplicada es igual al peso del cuerpo: ***F = P***

$$P = K\ .\ \Delta x\ \ ;\ \ m\ .\ g = K\ .\ 0{,}05$$

$$0{,}060\ .\ 9{,}81 = K\ .\ 0{,}05\ \ ;\ \ K = 0{,}59/0{,}05 = 11{,}8\ N/m$$

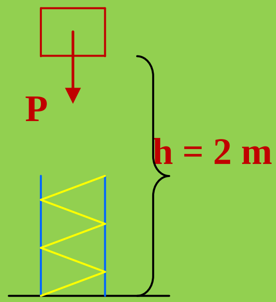
Si nos vamos a la ecuación(1):

$$W = ½\ .\ K\ .\ x_2^2 = ½\ .\ 11{,}8\ N/m\ .\ (0{,}12\ m)^2 = 0{,}084\ Julios$$

Ejercicio resuelto

En una plataforma horizontal tenemos un muelle en posición vertical. La constante elástica del muelle vale 30 N/m. El muelle tiene tiene por encima de él, a dos metros de altura sobre la plataforma, un cuerpo de masa 45 g. Dejamos caer el cuerpo, determinar que longitud de muelle se comprimirá.

Resolución



Unidades:

K = 30 N/m
h = 2 m
m = 45 g . 1 Kg / 1000 g = 0,045 Kg

El cuerpo, en la posición que ocupa, posee Ep que la utilizará para producir un trabajo sobre el mulle haciendo que este se comprima y almacene una Epe, cumpliéndose que:

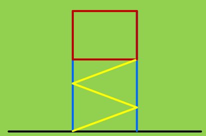
$$W = Epe \quad ; \quad F \cdot e \cdot \cos\alpha = ½ \cdot K \cdot x^2 \quad (1)$$

$\alpha = 0^o \rightarrow \cos 0^o = 1$

La fuerza que realiza el cuerpo es igual a su peso: ***F = P***

La ecuación (1) quedará de la forma:

$$P \cdot h = ½ \cdot K \cdot x^2 \quad ; \quad P = m \cdot g$$



$$m \cdot g \cdot h = ½ \cdot K \cdot x^2$$

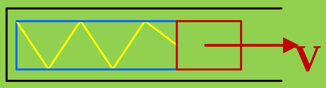
$$0{,}045 \cdot 9{,}81 \cdot 2 = ½ \cdot 30 \cdot x^2$$

$$0{,}88 = 15 \cdot x^2 \quad ; \quad x = (0{,}88/15)^{1/2} = 0{,}24\ m$$

Ejercicio resuelto
Hemos realizado un montaje que consiste en tener un muelle comprimido 5 cm y en su extremo tenemos un cuerpo de masa 15 g. Sabemos que la constante elástica del muelle vale 40 N/m. Liberamos el sistema y al expandirse el muelle el cuerpo sale lanzado con una velocidad determinada ¿Cuánto vale esta velocidad?.

Resolución

Unidades:
x = 5 cm . 1 m / 100 cm = 0,05 m
m = 15 g . 1 Kg / 1000 g = 0,015 Kg
K = 40 N/m



El muelle al estar comprimido posee Epe que se la transmitirá al cuerpo en forma de Ec:

$$Epe = Ec$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot (0,05)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,015 \cdot V^2$$

$$0,05 = 0,0075 \cdot V^2 \quad ; \quad V = (\,0,05/0,0075)^{1/2} = 2,58\ m \cdot s^{-1}$$

8.- Conservación de la Energía Mecánica

Principio de Conservación de la Energía Mecánica
http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/energia/conservacion.htm

Principio de Conservación de la Energía Macánica
http://miprofesordefisica.com/conservacion-de-energia-mecanica/

Ejercicio práctico (Muy interesante): Consevación Energía Mrcánica
http://recursostic.educacion.es/newton/web/materiales_didacticos/energia_ec_pb/resuelto.pdf

Animación: Principio de Conservación de la Energía Macánica (Muy bueno)
http://conteni2.educarex.es/mats/14348/contenido/

Video: Conservación Energía mecánica
http://www.youtube.com/watch?v=tLm7V3ozBGI

Video I: Conservación Energía mecánica
http://www.youtube.com/watch?v=6yG0B9_m2jQ

Video II: Conservación Energía mecánica
http://www.youtube.com/watch?v=sdP3c_UrJ28

Video I: Conservación Energía mecánica

http://www.youtube.com/watch?v=B4pwf0ROBww

Vider II: Conservación Energía mecánica
http://www.youtube.com/watch?v=0MLmsm_AhcU

Cuando hablamos de Conservación de energía rápidamente pensamos en la *Energía Cinética*, *Energía Potencial* y la energía que se pierde por *calentamiento* o *fricción* (rozamiento). En un proceso dado estas energías pueden cambiar, es decir, *convertirse unas en otras pero la suma de todos los cambios siempre será cero*. Una disminución de en una forma de energía siempre será compensado por el aumento en otra forma de energía.

Podemos afirmar que cuando se produce un aumento de la Energía Cinética de un cuerpo implica una disminución en la Energía Potencial de dicho cuerpo o viceversa. Estamos estableciendo *"el principio fundamental de la conservación de la energía"*, es decir que la energía total es constante *ya que la energía ni se crea ni se destruye*, *esta solo se transforma en otro tipo de energía*.

Un ejemplo de lo dicho lo encontramos cuando en un proceso físico aparecen fuerzas de rozamiento que implica la realización de un trabajo de rozamiento que se convertirá en calor. Se cumple que *la energía mecánica total inicial será igual a la energía mecánica final más el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento*:

$$\boxed{Eco + Epo = Ecf + Epf + Wroz}$$

Realicemos la siguiente experiencia en *ausencia de rozamientos*: A una altura determinada tenemos un cuerpo de masa *"m"*, lo dejamos caer y estudiamos su situación energética en varias posiciones.

(A) $V_o = 0 \rightarrow Ep_A$

(B) $Ep_B + Ec_B$

(C) $Ep_C + Ec_C$

h

(D) $Ep_D + Ec_D$

h = 0 $\rightarrow$ **Eco**

$$Ep_A = \cancel{Ep_B} + \cancel{Ec_B}$$

$$\cancel{Ep_B} + \cancel{Ec_B} = \cancel{Ep_C} + \cancel{Ec_C}$$

$$\cancel{Ep_C} + \cancel{Ec_C} = \cancel{Ep_D} + \cancel{Ec_D}$$

$$\cancel{Ep_D} + \cancel{Ec_D} = Eco$$

$$Ep_A = Eco$$

Podemos observar que:

$$h_A > h_B > h_C > h_D$$

lo que implica que *al ir disminuyendo la altura disminuye la Energía Potencial* y *aumenta por tanto la Energía Cinética* puesto que la velocidad del cuerpo aumenta a medida que descendemos.

La Energía Potencial del cuerpo en la parte alta
se transformó en Energía Cinética al llegar al suelo

En cada uno de los puntos de la trayectoria la energía mecánica se ha mantenido constante y por lo tanto podemos decir: *Cuando todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son conservativas (el trabajo realizado por ellas es independiente de la trayectoria seguida), la energía mecánica se mantiene constante.*

Podemos concluir:

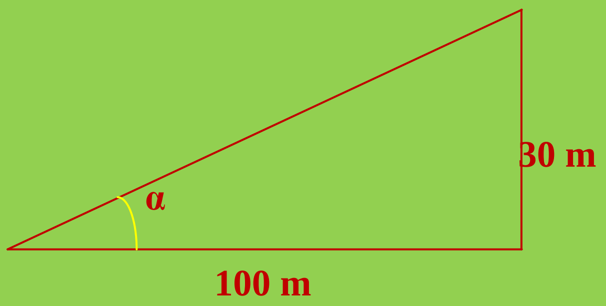
LA ENERGÍA NI SE CREA NI SE DESTRUYE,
SOLO SE TRANSFORMA

Laboratorio virtual: Conservación Energía Mecánica
http://phet.colorado.edu/es/simulation/energy-skate-park

Ejercicio resuelto

En la parte alta de un plano inclinado del 30 % tenemos un cuerpo de masa 5 Kg. ¿Qué velocidad llevará cuando se encuentre a una altura sobre el suelo de 10 m?

Resolución



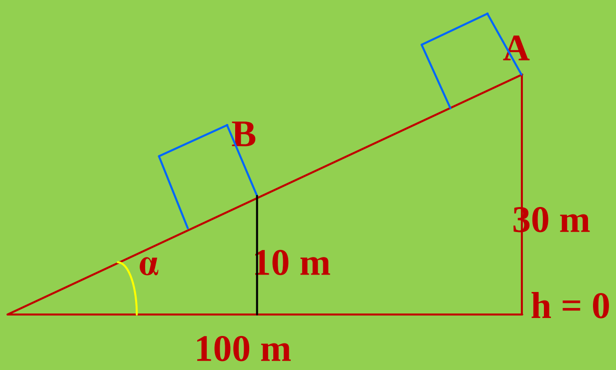
Unidades:
h_A = 30 m
m = 5 Kg
h_B = 10 m
Vo = 0
V_B = ?

Vamos a conocer geométricamente el valor de α:

$$tag\ \alpha = 30 / 100 = 0{,}30 \rightarrow \alpha = 16{,}7^o$$

Como vamos a trabajar energéticamente no hace falta el valor de *"α"*.

Volvamos al plano inclinado:



En el punto A el cuerpo tiene Ep puesto que está a una altura determinada y en reposo.
En el punto B, el cuerpo pasa por el mismo, a una velocidad determinada y tendrá por tanto Ec. También posee Ep puesto que el punto B está a 10 m del sistema de referencia (h = 0).
Por el principio de coservación de La energía:

$$Ep_A = Ec_B + Ep_B$$

$$m \cdot g \cdot h_A = ½ \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g\ h_B$$

podemos sacar factor común la "m" y la eliminamos de la ecuación anterior:

$$g \cdot h_A = ½ \cdot V_B^2 + g \cdot h_B$$

$$9{,}81 \cdot 30 = ½ \, V_B^2 + 9{,}81 \cdot 10 \quad ; \quad 294{,}3 = ½ \cdot V_B^2 + 98{,}1$$

$$196{,}2 \cdot 2 = V_B^2 \quad ; \quad V_B = (392{,}4)^{1/2} = 19{,}8 \text{ m} \cdot s^{-1}$$

Ejercicio resuelto

Sobre un muelle de 20 cm de longitud y estando en posición vertical dejamos caer un cuerpo de masa 250 g lo que produce que el muelle se comprima 15 cm. ¿Hasta qué altura subirá el cuerpo cuando el muelle vuelva su longitud inicial. La Constante Elástica del muelle tiene un valor de 80 N/m.

Resolución

Unidades:
lo = 20 cm . 1 m / 100 cm = 0,20 m
m = 250 g . 1 Kg / 1000 g = 0,250 Kg
x = 15 cm . 1 m / 100 cm = 0,15 m
K = 80 N/m

Cuando el cuerpo que esta a una cierta altura, y por lo tanto tiene Ep, cede dicha energía al mulle el cual se comprime 0,15 m. Por el principio de C.E:

$$Ep = Epe$$

La nergía potencial elástica del muelle se puede conocer:

$$Epe = ½ \cdot K \cdot x^2$$

$$Epe = ½ \cdot 80 \cdot (0{,}15)^2 = 0{,}9 \text{ Julios}$$

Cuando el muelle se expanda a su longitud inicial la Epe del muelle pasará al cuerpo elevándolo hasta una cierta altura:

$$Epe = Ep$$

$$0{,}9 = m \cdot g \cdot h \quad ; \quad 0{,}9 = 0{,}250 \cdot 9{,}81 \cdot h \quad ; \quad 0{,}9 = 2{,}45 \cdot h$$

$$h = 0{,}9/2{,}45 = 0{,}367 \text{ m} \cdot 100 \text{ cm} / 1 \text{ m} = 36{,}7 \text{ cm}$$

Esta altura es la que le proporciona el muelle pero recordar que la longitud inicial era de 20 cm y se comprime 15 cm, es decir, el cuerpo no es elevado desde el nivel del suelo sino a:

$$20 - 15 = 5\ \textit{cm. del sistema de referencia}$$

Luego la altura que alcanza el cuerpo partiendo del sistema de referencia (suelo, h = 0) será:

$$h_f = 36{,}7 + 5 = 41{,}7\ cm$$

Ejercicio resuelto

Una bola de 10 g cae desde 1 m de altura. Tras el primer rebote sube solo 80 cm. ¿Cuánta energía mecánica se ha perdido en el choque con el suelo?.

Resolución

Unidades:

m = 10 g . 1 Kg / 1000 g = 0,010 Kg
h_1 = 1m
h_2 = 80 cm . 1 m / 100 cm = 0,80 m

$$Ep_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 0{,}010 \cdot 9{,}81 \cdot 1 = 0{,}098\ Julios$$

$$Ep_2 = m \cdot g \cdot h_2 = 0{,}010 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}80 = 0{,}078\ Julios$$

La Energía mecánica perdida será de :

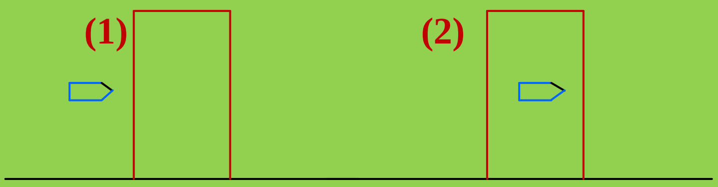
$$\Delta E_{mecanica} = Ep_1 - Ep_2 = 0{,}098 - 0{,}078 = 0{,}02\ Julios$$

Ejercicio resuelto

Tenemos un bloque de madera y le disparamos un proyectil de masa 35 g con una velocidad de 50 m/s. El proyectil es capaz de penetrar dentro del bloque 30 cm. ¿Cuál es la fuerza de oposición que ejerce el bloque de madera.

Resolución

Unidades:
$m_{proyectil}$ = 35 g . 1 Kg / 1000 g = 0,035 Kg
V = 50 m/s
x = 30 cm . 1 m / 100 cm = 0,30 m



El proyectil penetra dentro del bloque de madera venciendo una fuerza de Resistencia a lo largo de 0,30 m, luego tiene que realizar un trabajo. El trabajo podrá realizarlo por la Ec que lleva el proyectil, luego:

$$Ec = W_{rozamiento}$$

$$Ec = F_R \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$\alpha = 0^o$; $\cos 0^o = 1 \rightarrow$ $Ec = F_R \cdot e$; $e = x \rightarrow$ $\frac{1}{2} \cdot m_{proyectil} \cdot V^2 = F_R \cdot x$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}035 \cdot (50)^2 = F_R \cdot 0{,}30 \;\; ; \;\; 43{,}75 = 0{,}30 \cdot F_R$$

$$F_R = 43{,}75/0{,}30 = 145{,}8 \text{ N}$$

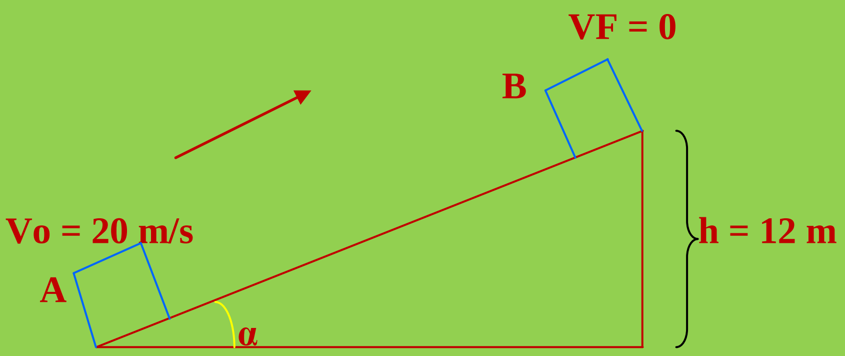
Ejercicio resuelto

Un cuerpo, de masa 40 Kg, inicia la subida a un plano inclinado 30º sobre la horizontal con una velocidad de 20 m/s. Alcanza una altura de 12 m. ¿Cuál ha sido el trabajo de rozamiento realizado?

Resolución

Unidades:

m = 40 Kg
$\alpha = 30^o$
Vo = 20 m/s
h = 12 m



El cuerpo es capaz de alcanzar una altura y conseguir Ep y además vencer la fuerza de rozamiento. Todo esto podrá realizarlo gracias a la Ec que posee inicialmente. Por P.C.E:

$$Ec = W_{rozamiento} + Ep$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = W_{rozamiento} + m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot (20)^2 = W_{rozamiento} + 40 \cdot 9{,}81 \cdot 12$$

$$8000 = W_{rozamiento} + 4708{,}8$$

$$W_{rozamiento} = 8000 - 4708{,}8 = 3291{,}2 \text{ Julios}$$

Ejercicio resuelto

Lanzamos verticalmente hacia arriba una piedra de 250 g a una velocidad de 30 m/s. Determinar:

a) La velocidad que llevará cuando se encuentre en la mitad de la altura de subida.

b) ¿Qué velocidad llevará cuando se encuentre a 15 m de altura del suelo en su viaje de regreso al suelo. Nota: Consideramos despreciable el rozamiento con el aire.

Resolución

Unidades:
m = 250 g . 1 Kg / 1000 g = 0,250 Kg
Vo = 30 m/s

a) Deberemos conocer primeramente la altura que alcanzará el cuerpo. Para ello, sabiendo que no existen fuerzas de rozamient, por el P.C.E.:

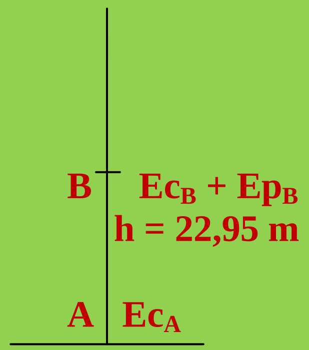
$$Ec = Ep$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot Vo^2 = m \cdot g \cdot h \;\; ; \;\; \frac{1}{2} \cdot \cancel{0{,}250} \cdot (30)^2 = \cancel{0{,}250} \cdot 9{,}81 \cdot h$$

$$450 = 9{,}81 \cdot h \;\; ; \;\; h = 450 / 9{,}81 = 45{,}9 \text{ m}$$

Recordemos que lo que nos pide el ejercicio es la velocidad a mitad de trayecto. En este punto el cuerpo tendrá una altura y

por tanto Ep y pasará por dicho punto con una velocidad por lo que tendrá Ec:



Por el P.C.E.:

$Ec_A = Ec_B + Ep_B$

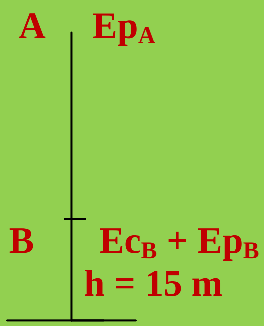
$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot Vo^2 = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot V_B^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h$

$\frac{1}{2} \cdot (30)^2 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9{,}81 \cdot 22{,}95$

$450 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 225{,}14$

$450 - 225{,}14 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2$; $V_B = (449{,}72)^{1/2} = 21{,}20\ m \cdot s^{-1}$

b)



Por el P.C.E.:

$Ep_A = Ec_B + Ep_B$

$\cancel{m} \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot V_B^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_B$

$9{,}81 \cdot 45{,}9 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9{,}81 \cdot 15$

$450{,}28 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 147{,}15$

$450{,}28 - 147{,}15 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2$; $V_B = (606{,}26)^{1/2} = 24{,}62\ m \cdot s^{-1}$

Ejercicio resuelto

Tenemos un péndulo cuyo cuerpo tiene una masa de 5 Kg. Un proyectil de masa 20 g se incrusta dentro del bloque venciendo una fuerza de oposición por parte del bloque de 5 N a lo largo de 2 cm de profundidad. Incrustado el proyectil dentro del bloque el péndulo se eleva hasta una altura de 18 cm. Determinar la energía cinética con la cual llega el proyectil al bloque de madera.

Resolución

Unidades:

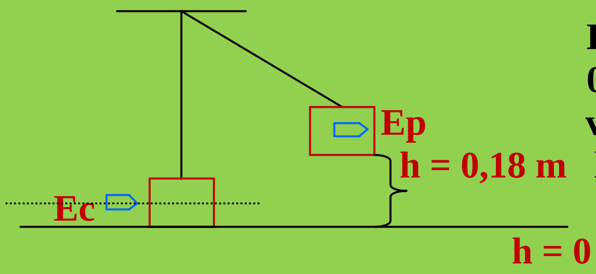
$M_{cuerpo} = 5\ Kg$

$m_{proyectil} = 28\ g \cdot 1\ Kg / 1000\ g = 0{,}028\ Kg$

$F_R = 5\ N$

$e = 2\ cm \cdot 1\ m / 100\ cm = 0{,}02\ m$

$h = 18\ cm \cdot 1\ m / 100\ cm = 0{,}18\ m$



El proyectil debe inscrustarse 0,02 m dentro del cuerpo venciendo una F_R = 5 N a lo largo de 0,02 m lo que implica un trabajo por parte del proyectil. Luego, dentro del cuerpo debe elevar el sistema a una altura de 0,18 m lo que implica más trabajo para el proyectil. El proyectil antes de chocar contra el cuerpo lleva una velocidad y por tanto una Ec, esta energía cinética es la hará posible que el proyectil realice todo lo comentado. Por el P.C.E.:

$$Ec = W_{rozamiento} + Ep$$

$$Ec = F_R \cdot e + (M + m) \cdot g \cdot h$$

$$Ec = 5 \cdot 0{,}02 + (5 + 0{,}028) \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}18$$

$$Ec = 0{,}1 + 8{,}87 = 8{,}97 \text{ Julios}$$

Ejercicio resuelto

Mediante el impulso correspondiente lanzamos un cuerpo de 350 Kg para que se arrastre por el suelo. El coeficiente de rozamiento μ = 0,3. Determinar:

a) **¿qué trabajo ha realizado la fuerza de rozamiento si dicho cuerpo se para tras recorrer 2,5 m?**
b) **¿Con que velocidad fue lanzado el cuerpo?**
c) **¿En qué se transformó el trabajo de rozamiento?**

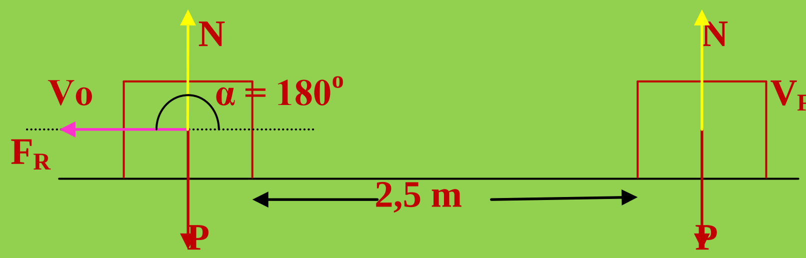
Resolución

Unidades:

m = 350 Kg

μ = 0,3

a)



$$W = \sum F \,.\, e \,.\, \cos\alpha$$

W = (0 – F_R) . e . cos α ; W = - F_R . e . cos α

W = - μ . N . e . cos α ; W = - μ . P . e . cos α

W = - μ . m . g . e . cos α ; W = - 0,3 . 350 . 9,81 . 2,5 . cos 180º

$W_{rozamiento}$ **= - 0,3 . 350 . 9,81 . 2,5 . (-1) =** ***2575,125 Julios***

b) **El cuerpo ha recorrido un espacio hasta que se para por la acción del rozamiento. El cuerpo debe realizar un trabajo para vencer la fuerza de rozamiento. Este trabajo lo podrá realizar porque el cuerpo al ser lanzado adquiere una energía cinética. Por el P.C.E:**

Ec = Wrozamiento **; ½ . m . V^2 = 2575,125**

½ . 350 . V^2 = 2575,125 ; $V = (2575{,}125/175)^{1/2} = 3{,}83\ m\ .\ s^{-1}$

c) **El $W_{rozamiento}$ se transforma en CALOR.**

Ejercicio resuelto

En una plataforma horizontal tenemos un bloque de madera de 2,5 Kg de masa y 5 cm de longitud. Disparamos un proyectil de 10 g de masa sobre el mismo a una velocidad de 35 m/s El proyectil atraviesa el bloque de madera, que ofrece una resistencia de 20 N, saliendo del mismo con una velocidad de 75 Km/h. El bloque de madera sufre un desplazamiento en el mismo sentido del movimiento del proyectil de 25 cm. Determinar:

a) La energía que implica el desplazamiento del bloque de madera.

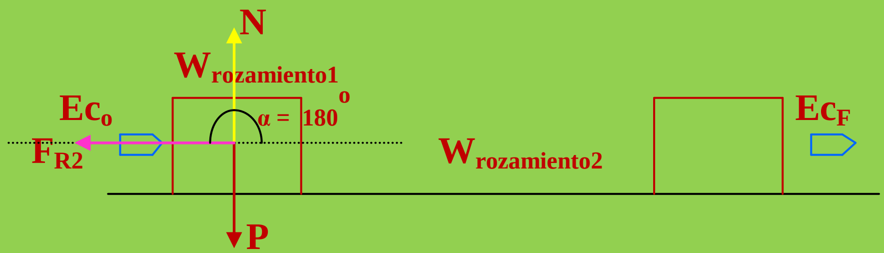
b) El coeficiente de rozamiento entre el bloque de madera y la plataforma.

Resolución

Unidades:

M_{bloque} = 2,5 Kg
$m_{proyectil}$ = 10 g . 1 Kg / 1000 g = 0,010 Kg
Vo = 35 m/s
e = 25 cm . 1 m / 100 cm = 0,25 m
V_F = 75 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 20,8 m/s
$F_{Rbloque}$ = 20 N
l_{bloque} = 5 cm . 1 m / 100 cm = 0,05 m

a) El proyectil debe ser capaz de atravesar el bloque y trasladarlo una distancia determinada. El proyectil podrá realizar todo este proceso porque lleva una energía cinética.



El desplazamiento del bloque de madera implica una energía que viene determinada por:

$$Eco = W_{rozamiento1} + W_{rozamiento2} + Ec_F$$

Calculemos el $E_{rozamiento1}$:

$$W_{rozamiento1} = F_{R1} . e . \cos \alpha = FR1 . e . \cos 180^o$$

$$W_{rozamiento1} = F_{R1} . e . (-1) = - F_{R1} . e$$

La razón de que el trabajo sea negativo estriba en el hecho de que la fuerza de rozamiento lleva la misma dirección pero sentido contrario al movimiento, de ahí el valor de $\alpha = 180^o$. Pero en los planteamientos energéticos la F_R la debemos considerar positiva por lo que tomamos valores absolutos:

$$\frac{1}{2} \cdot m_{proyectil} \cdot V^2 = |F_{R1} \cdot e \cdot \cos \alpha| + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}010 \cdot (35)^2 = |20 \cdot 0{,}05 \cdot \cos 180^o| + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot 0{,}010 \cdot (20{,}8)^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}010 \cdot (35)^2 = |20 \cdot 0{,}05 \cdot (-1)| + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot 0{,}010 \cdot (20{,}8)^2$$

$$6{,}12 = 1 + W_{rozamiento2} + 2{,}16 \;;\; W_{rozamiento2} = 2{,}96 \text{ Julios}$$

La energía necesaria para el traslado del bloque es de *2,96 Julios*

b) Vamos a calcular el $W_{rozamiento}$

$$N = P \rightarrow W_{rozamiento2} = \mu \cdot P \cdot e \cdot \cos 180^o = \mu \cdot m \cdot g \cdot e\,(-1)$$

$$W_{rozamiento2} = \mu \cdot P \cdot e \cdot (-1) = -\mu \cdot m \cdot g \cdot e$$

El Wrozamiento es negativo porque la fuerza de rozamiento forma con la dirección y sentido del movimiento un ángulo de 180º, cuyo cos es igual a (-1). Pero en los planteamientos energéticos el Wrozamiento lo debemos considerar positivo y para ello tomamos valores absolutos:

$$W_{rozamiento2} = |\mu \cdot P \cdot e \cdot (-1)| = |-\mu \cdot m \cdot g \cdot e| = \mu \cdot m \cdot g \cdot e$$

$$2{,}96 = |\mu \cdot 2{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}25 \cdot (-1)| \;;\; 2{,}96 = \mu \cdot 6{,}13$$

$$\mu = 2{,}96 / 6{,}13 = 0{,}48$$

Ejercicio resuelto

Un muelle (K = 800 N/m) se encuentra comprimido 15 cm. Un bloque de 150 g está en el extremo del muelle. Se libera el muelle y el cuerpo recorre un espacio por un plano inclinado 20º sobre la horizontal. Si alcanza una altura de 5 m cuál es la F_R que ha vencido el cuerpo.

Resolución

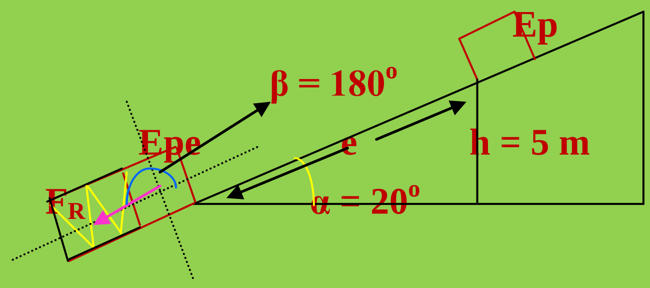
Unidades:

K = 800 N/m

x = 15 cm . 1 m / 100 cm = 0,15 m

α = 20º
m = 150 g . 1 kg / 1000 g = 0,150 Kg

h = 5 m

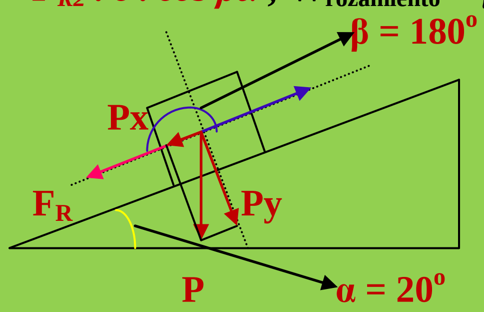


La energía potencial elástica del muelle le proporciona al cuerpo una energía que le permite subir hasta una cierta altura consiguiendo una Ep y además poder realizar el trabajo de rozamiento hasta llegar al punto de una altura determinada. Según el P.C.E:

Epe = Wrozamiento + Ep

Calculemos el Wrozamiento:

$W_{rozamiento}$ = F_{R2} . e . cos βα **; $W_{rozamiento}$ = μ . N . e . cos 180º**



$W_{rozamiento}$ = F_R . e cos β **; β = 180º → cos 180º = -1**

$W_{rozamiento}$ = F_R . e cos 180º : $W_{rozamiento}$ = FR . e . (-1) ;

Wrozamiento = - F_R . e

El trabajo de rozamiento es negativo lo que nos indica que la F_R forma con la dirección y sentido del movimiento un ángulo de 180º. Pero cuando planteamos el Princio de conservación de Energía lo mque nos interesa es el valor absoluto del *Wrozamiento*, por lo que consideraremos este como positivo. Podemos seguir escribiendo:

$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = |F_R \cdot e \cdot \cos \beta| + m \cdot g \cdot h$

$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = |F_R \cdot e \cdot \cos 180^o| + m \cdot g \cdot h$

$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = |F_R \cdot e \cdot \cos 180^o| + m \cdot g \cdot h$ (1)

Por trigonometría:

sen 20º = 5 / e ; e = 5 / sen 20º ; e = 5 / 0,34 = 14,7 m

Nos vamos a la ecuación (1):

$\frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (0{,}15)^2 = |F_R \cdot 14{,}7 \cdot (-1)| + 0{,}150 \cdot 9{,}81 \cdot 5$

$9 = F_R \cdot 14{,}7 + 7{,}36$; $9 - 7{,}36 = F_R \cdot 14{,}7$

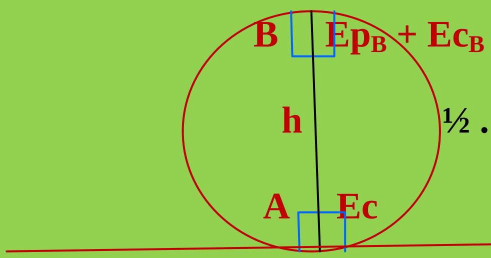
$1{,}64 = F_R \cdot 14{,}7$; $F_R = 1{,}64 / 14{,}7 =$ *0,11 N*

Ejercicio resuelto

Tenemos un bucle con un raíl interior que permite el movimiento de un cuerpo por él. Lanzamos un cuerpo de masa 500 g que al inicial el bucle lleva una velocidad de 72 Km/h. El cuerpo llega a la parte alta del bucle con una velocidad de 5 m/s. ¿Cuál es el radio del bucle?.

Resolución

Unidades:
m = 500 g . 1 Kg / 1000 g = 0,5 Kg
Vo = 72 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 20 m/s
Vf = 5 m/s



$Ec_A = Ep_B + Ec_B$

$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot Vo^2 = \cancel{m} \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot Vf^2$

$\frac{1}{2} \cdot (20)^2 = 9{,}81 \cdot h + \frac{1}{2} \cdot 5^2$

$200 = 9{,}81 \cdot h + 12{,}5$; $200 - 12{,}5 = 9{,}81 \cdot h$

$187{,}5 = 9{,}81 \cdot h$; $h = 187{,}5 / 9{,}81 =$ *19,11 m*

h = Diametro del bucle = 2 . R ; *R* = 19,11/2 = *9,55 m*

-------------------------------- O --------------------------------

Se terminó

Antonio Zaragoza López