Tema nº 9
Estudio de las fuerzas. Dinámica

Contenido Temático

1.- Naturaleza de las Fuerzas. Dinámica

La fuerza es algo que se ejerce. Por ejemplo, estoy paseando con mi amigo Luis, de momento éste sin razón me proporciona un empujón. Yo asombrado y sin pensarlo le pego otro. Es decir, la acción de Luis implica una reacción mía, ha habido una interacción entre dos personas.

La fuerza siempre necesita algo o alguien para que se ponga de manifiesto. Puede ser que no exista contacto entre quien ejerce la fuerza y quien recibe el efecto (fuerzas entre cargas eléctricas de distinto signo, como el campo eléctrico).

Es totalmente necesario de que exista una interacción para que las fuerzas se pongan de manifiesto.

Para nuestro nivel y nuestros fines considero que la mejor definición de fuerza es:

Fuerza es toda causa capaz de producir una deformación (Efecto Estático) en un cuerpo o un cambio en el estado de reposo o movimiento de dicho cuerpo (Efecto Dinámico).

El estudio de las FUERZAS y sus efectos se estudian en una rama de la FÍSICA que se conoce con el nombre de DINÁMICA.

Proyecto Newton de Física
http://recursostic.educacion.es/newton/web/

Definición de fuerza
http://definicion.de/fuerza/

Definición de fuerza
http://www.tododxts.com/preparacion-fisica/entrenamiento-deportivo/41-entrenamiento-deportivo/117-fuerza-concepto-y-clasificacion.html

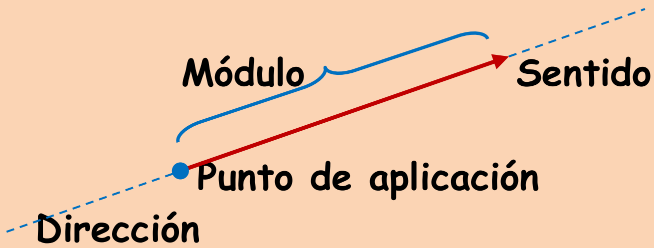
2.- Carácter vectorial de las Fuerzas

Las magnitudes se pueden clasificar en:

a) **Magnitudes Escalares.-** Quedan definidas por una cantidad y su unidad correspondiente. La "masa" es un ejemplo de magnitud escalar como lo es el "tiempo".

b) **Magnitudes Vectoriales.-** Para quedar totalmente definidas además del cantidad (módulo) necesitan:
1.- Dirección
2.- Sentido
3.- Punto de aplicación (lo supondremos situado en el centro geométrico del cuerpo)

Las magnitudes vectoriales se manifiestan mediante flechas que podríamos definir como segmentos orientados:



La dirección la marca la directriz por la que se desplaza el vector.

El sentido viene determinado por la punta de flecha.

El módulo lo proporciona la longitud del vector.

El punto de aplicación viene determinado por el origen del vector.

Todas las magnitudes vectoriales deben manifestar su condición, para ello, ponemos encima de la sigla correspondiente a la magnitud una flechita. Ejemplos:

Velocidad → $\vec{V}$
Aceleración → $\vec{a}$
Fuerza → $\vec{F}$

Cuando queremos manifestar el valor (módulo) de la magnitud ponemos entre valor absoluto la sigla y la flecha:

Velocidad → $|\vec{V}|$

Aceleración → $|\vec{a}|$

Fuerza → $|\vec{F}|$

Por comodidad el módulo de la magnitud vectorial queda manifestado por la sigla en negrita:

Velocidad → **V**
Aceleración → **a**
Fuerza → **F**

3.- Estudio de los efectos que ejercen las Fuerzas

Antes de estudiar el efecto que producen las Fuerzas sobre los cuerpos, con los cuales interaccionan, debemos establecer las unidades de esta nueva magnitud (Fuerza):

El Newton (N) es la unidad de fuerza en el Sistema Internacional de Unidades.

Se define como la fuerza que aplicada durante un segundo a una masa de 1 kg incrementa su velocidad en 1 m/s.

En su nivel adecuado se demostrará que el N corresponde al producto de dos magnitudes (masa y aceleración):

$$[N] = Kg \; . \; m \; . \; s^{-2}$$

Al definir la FUERZA se establecieron los efectos de la misma:

a) Efecto Estático
b) Efecto Dinámico

3.1.- Efecto Estático de las Fuerzas

El efecto Estático se manifiesta en la de formaciones que producen las fuerzas sobre los cuerpos que actúan.

El ejemplo más típico de deformación es el producido en el alargamiento de un muelle.

Antes de estudiar el alargamiento de los muelles necesitamos introducir el Peso de los cuerpos:

El peso de un cuerpo es la fuerza con que lo atrae la Tierra debido a su campo gravitatorio y depende de la masa del mismo.

Se trata de una magnitud vectorial y por lo tanto se caracteriza por:

a) Módulo (depende de la masa de un cuerpo)
b) Dirección.- La vertical hacia la superficie terrestre
c) Sentido hacia el centro de la Tierra
d) Punto de aplicación.- Centro de gravedad del cuerpo

El peso de un cuerpo lo podemos conocer mediante la ecuación:

$$P = m \cdot g$$

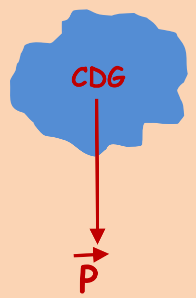
En donde:

P = Peso
m = masa
g = aceleración de la gravedad = $9{,}8\ m/s^2 = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$

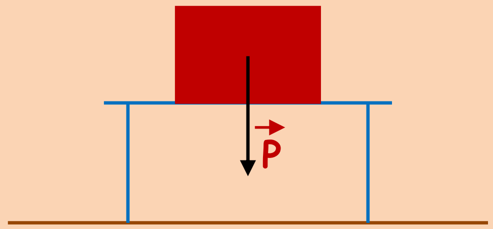
Su unidad en el S.I. es el Newton (N).

El Peso de los cuerpos se pone de manifiesto en:

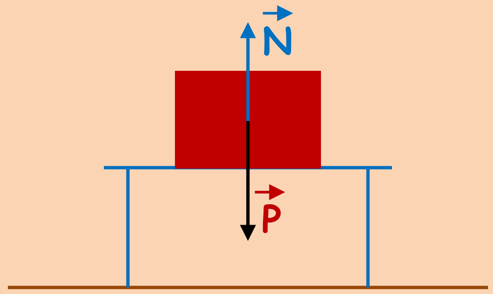
a) Caída libre de los cuerpos



b) Apoyado sobre una superficie de contacto (mesa)



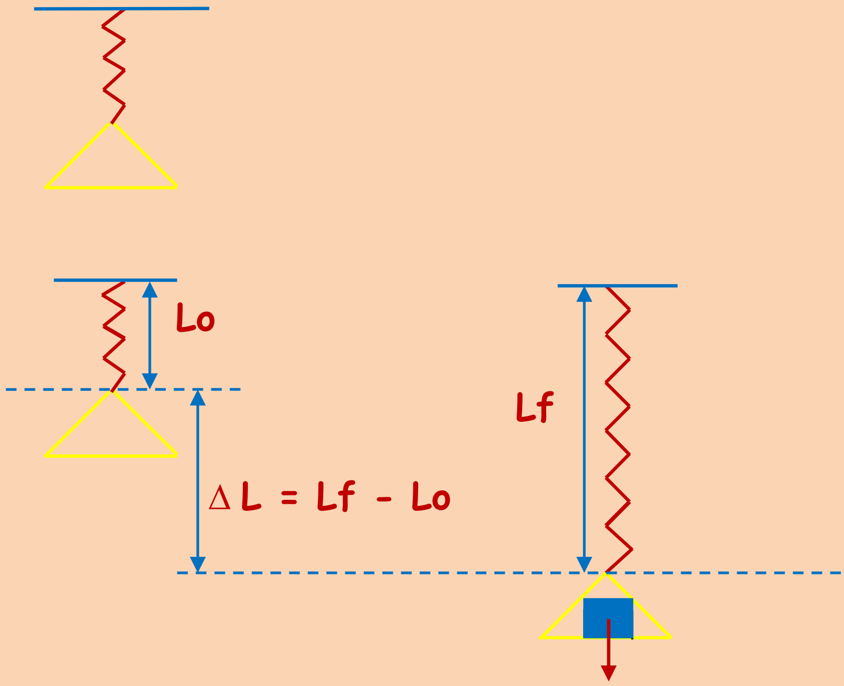
La mesa ejerce una fuerza llamada "Normal" de igual módulo, dirección pero sentido opuesto al Peso.



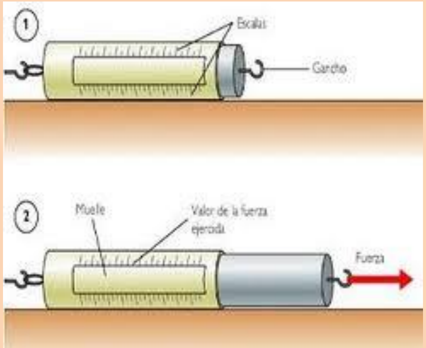
Mediante la Normal la mesa impide que el cuerpo, por acción de su peso, atraviese la superficie de la mesa y caiga al suelo

c) El cuerpo se encuentra apoyado sobre el soporte de un muelle

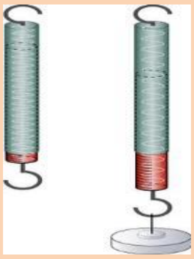
El muelle sufre una deformación que se traduce en un aumento de su longitud.



Una aplicación del efecto estático de las fuerzas la tenemos en el uso del aparato denominado Dinamómetro que en base a la deformación producida en el muelle contenido en su interior nos determina el Peso de los cuerpos.



Consta de un muelle interior que se alarga en función de la fuerza que apliquemos o del cuerpo que colguemos:



El muelle tiene la característica de ser un operador elástico sin sufrir deformación permanente. Cuando eliminamos el cuerpo el muelle vuelve a su posición inicial.

Hoy día los dinamómetros son fabricados con materiales muy diversos, tales como acero al carbono, acero inoxidable, acero al cromo-silicio, cromo-vanadio, que presentan propiedades elásticas que no pierden con el paso del tiempo. Antiguamente se utilizaban materiales que perdían elasticidad con el tiempo y la recuperación no era total con lo cual la medida ya no era exacta.

Hoy se utilizan dinamómetros digitales:

3.2.- Efecto Dinámico de las fuerzas

Las fuerzas se caracterizan, como ya se dijo, por alterar el estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme de los cuerpos.

Las leyes de Newton interpretan el efecto Dinámico de las fuerzas:

a) Primera Ley o ley de Inercia.- Conocida también como Ley de Inercia y nos dice que si sobre un cuerpo no actúa ningún otro, este permanecerá indefinidamente moviéndose en línea recta con velocidad constante.

b) Segunda ley o principio fundamental de la Dinámica.-

Nos dice que para que un cuerpo altere su movimiento es necesario la actuación de una fuerza. Se debe producir una interacción entre cuerpos.

c) Tercera ley o Principio de acción – reacción.- Nos dice que si un cuerpo A ejerce una acción sobre otro cuerpo B, éste realiza sobre A otra acción igual y de sentido contrario.

Estas leyes se desarrollarán tras el estudio de la Cinemática.

4.- Cuantificación del efecto Estático de las Fuerzas. Ley de Hooke

Analizando los alargamientos que sufren los muelles, en función de los cuerpos (pesos) que cuelgan de ellos HooKe estableció:

En todo cuerpo elástico, la deformación producida, es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

Su expresión matemática:

$$F = K \cdot \Delta x \quad (1)$$

en donde Δx es la deformación producida (alargamiento) y K es la llamada Constante de Elasticidad o Constante recuperadora del muelle.

Si de (1) despejamos K:

$$K = F / \Delta x$$

Ecuación que nos permite determinar las unidades de K en el S.I.:

[F] = N (Newton)
[Δx] = m (metro)

$$[K] = N / m$$

Laboratorio virtual. Pinchar en Ley de Hooke.
http://www.educaplus.org/play-119-Ley-de-Hooke.html

Laboratorio virtual: Determinación de la constante elástica de un muelle.
http://www.educaplus.org/play-111-Constante-elástica-de-un-muelle.html

Laboratorio virtual: Fuerzas y acciones.
Leyes de Newton.
Fuerzas de rozamiento.
Sistemas inerciales.
Laboratorio de Dinámica.
Laboratorio de Rozamiento.
http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Dinamica/index.htm

Video: Medida de los pesos mediante balanzas
http://www.youtube.com/watch?v=6BGjnZOt_I8

Ejercicio resuelto1
Al colgar diversas masas de un muelle se han obtenido los siguientes resultados:

Masas	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g
Alargamiento del muelle	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm
Fuerza (m . g) en N	0,49	0,98	1,47	1,96	2,45

Los valores en ROJO corresponden al apartado a)
a) Complete la tabla con el valor de las fuerzas correspondientes.
b) Represente la gráfica Fuerza- alargamiento.
c) A partir de la gráfica, calcule los centímetros alargados cuando se cuelga una masa de 75 g.

Resolución:

a)
Lo primero que haremos es obtener la constante elástica del muelle. Para ello tomaré los dos primeros datos de la tabla:

Cambios de unidades:

$m_1 = 5\cancel{0}\ g\ .\ \ 1\ Kg / 10\cancel{0}0\ g = 0,050\ Kg$

$\Delta\ x = 2\ c\cancel{m}\ .\ \ 1\ m / 100\ c\cancel{m} = 0,02\ m$

El peso que cuelga vale:

$P = m\ .\ g\ ;\ P = 0,050\ Kg\ .\ 9,8\ m\ .\ s^{-2} = 0,49\ \underbrace{Kg\ .\ m\ .\ s^{-2}} =$

$= 0,49\ N$

Según Hooke:

$F = K\ .\ \Delta x\ \ ;\ \ 0,49\ N = K\ .\ 0,02\ m$

$K = 0,49\ N / 0,02\ m = 24,5\ N/m$

Para los segundos datos de la tabla:

$m_2 = 100\ \cancel{g}\ .\ 1\ Kg\ /\ 1000\ \cancel{g} = 0,1\ Kg$

Fuerza aplicada = peso del cuerpo

$P = m\ .\ g = 0,1\ Kg\ .\ 9,8\ m.s^{-2} = 0,98\ Kg\ .\ m.s^{-2} = 0,98\ N.$

$\Delta x = 4\ \cancel{cm}\ .\ \ 1\ m\ /\ 100\ \cancel{cm} = 0,04\ m$

Aplicamos Hooke:

$0,98\ N = K\ .\ 0,04\ m\quad ;\quad K = 0,98\ N\ /\ 0,04\ m = 24,5\ N/m$

Comprobamos que se cumple la ley de Hooke.

b)
Seguimos trabajando para obtener el resto de los datos de la tabla:

$m_3 = 150\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ kg/\ 1000\ \cancel{g} = 0,150\ kg$

$m_4 = 200\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ kg\ /\ 1000\ \cancel{g} = 0,200\ kg$

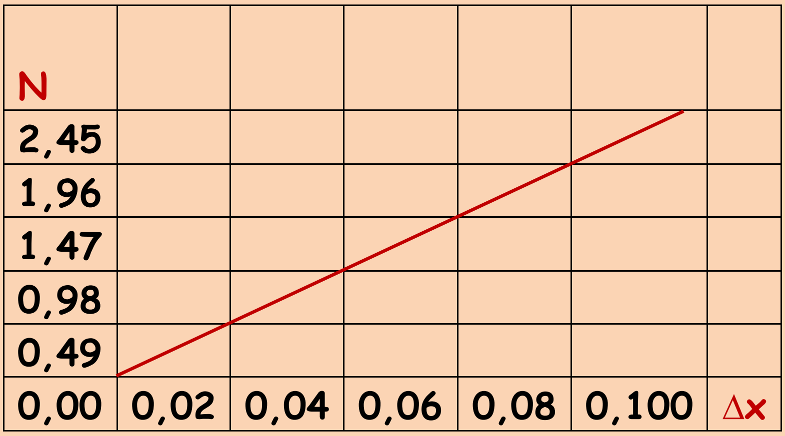
$m_5 = 250\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ kg\ /\ 1000\ \cancel{g} = 0,250\ kg$

$F_3 = P_3 = m_3\ .\ g = 0,150\ Kg\ .\ 9,8\ m.s^{-2} = 1,47\ N$

$F_4 = P_4 = m_4\ .\ g = 0,200\ Kg\ .\ 9,8\ m.s^{-2} = 1,96\ N$

$F_5 = P_5 = m_5 \cdot g = 0{,}250\ Kg \cdot 9{,}8\ m.s^{-2} = 2{,}45\ N$

Representación gráfica:

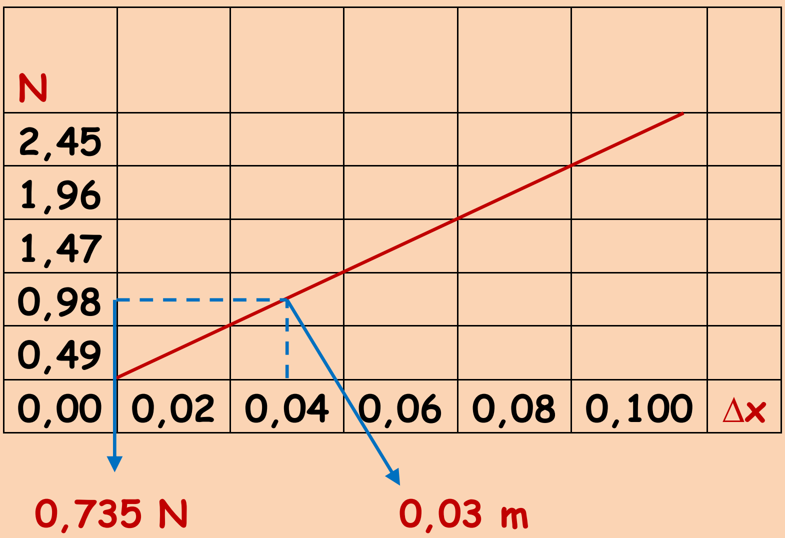


c)

El peso correspondiente a 75 g es:

$$75\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ Kg}{1000\ \cancel{g}} = 0{,}075\ kg$$

$P = m \cdot g$; $P = 0{,}075\ kg \cdot 9{,}8\ m \cdot s^{-2} = 0{,}735\ N$



Problema resuelto2

Un muelle mide 21 cm cuando se aplica a su extremo libre una fuerza de 12 N y mide 26 cm cuando la fuerza aplicada vale 24 N. Calcula la longitud del muelle cuando no actúa ninguna fuerza sobre él y el valor de su constante elástica.

Resolución

Lo que nos pide el problema en este primer apartado es la longitud inicial del muelle (L_o), es decir, cuando no tenía ningún cuerpo colgado. Para ello procedemos de la siguiente forma:

$L_1 = 21\ \cancel{cm}\ .\ 1\ m / 100\ \cancel{cm} = 0{,}21\ m$
$F_1 = 12\ N$
Para F_1, $\Delta x = 0{,}21\ m$

Todo Δ significa una diferencia, en nuestro caso:

$\Delta x = L_f - L_o \rightarrow \quad 0{,}21 - Lo = \Delta x$

Para $L_2 = 26\ cm$

$L_2 = 26\ \cancel{cm}\ .\ 1\ m/ 100\ \cancel{cm} = 0{,}26\ m$

Para L_2, $\Delta x = 0{,}26 \rightarrow\ 0{,}26 - Lo = \Delta x$

Si aplicamos Hooke para las dos longitudes: $F = K\ .\ \Delta x$

$12 = K\ (0{,}21 - lo)\ (1) \quad ; \quad 24 = K\ (0{,}26 - lo)\ (2)$

Si dividimos (2) entre (1):

$$24 / 12 = K (0,26 - Lo) / K (0,21 - Lo)$$

$$2 = (0,26 - Lo) / (0,21 - Lo)$$

$$2 (0,21 - Lo) = 0,26 - Lo$$

$$0,42 - 2 Lo = 0,26 - Lo \quad ; \quad - 2 Lo + Lo = 0,26 - 0,42$$

$$- Lo = - 0,16 \rightarrow \quad Lo = 0,16 \text{ m}$$

Para conocer la constante elástica, K, podemos tomar los datos de la primera experiencia y aplicar Hooke:

$F = K . \Delta x$
$12 \text{ N} = K . (0,21 - 0,16) \text{ m}$
$12 \text{ N} = K . 0,05 \text{ m}$

$$K = 12 \text{ N} / 0,05 \text{ m} = 240 \text{ N/m}$$

Como se trata del mismo muelle, el valor de K debe ser igual para las dos experiencias. Si queremos saber si hemos trabajado bien en el cálculo de K, aplicaremos Hooke a la segunda experiencia y debemos obtener el mismo valor de la primera experiencia:

$F = K . \Delta x$
$24 \text{ N} = K . (0,26 - 0,16) \text{ m}$
$24 \text{ N} = K . 0,1 \text{ m}$

$$K = 24\ N / 0,1\ m = 240\ N/m$$

Ejercicio resuelto3

Un muelle se alarga 20 cm cuando ejercemos sobre él una fuerza de 24 N. Calcula: a) El valor de la constante elástica del muelle Sol: K= 120 N/m b) El alargamiento del muelle al ejercer sobre él una fuerza de 60 N.

Solución

Datos:

$F_1 = 24\ N$

$$\Delta L = 20\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,20\ m$$

a) Según Hooke:

$F = K \cdot \Delta L$

$24\ N = K \cdot 0,20\ m$

$K = 24N / 0,20\ m = 120\ N/m$

b) $F = 60\ N$

$K = 120\ N/m$

$F = K \cdot \Delta L$

$$\Delta L = F/K \ ; \ \Delta L = \frac{60\ \cancel{N}}{120\ \cancel{N}/m} = 0,5\ m$$

Ejercicio resuelto4

Si al aplicar a un muelle una fuerza de 30 N provocamos que se alargue 20 cm, calcular:

a) La fuerza habrá que aplicarle para que se alargue 45 cm.

b) ¿Cuánto se alargará si le aplicamos una fuerza de 90 N?

Resolución

Según Hooke:

$$F = k \cdot \Delta L \quad (1)$$

Con los datos iniciales podemos conocer la constante elástica del muelle:

F = 30 N

$$\Delta L = 20\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0{,}20\ m$$

Si despejamos de la ecuación (1) K:

$$K = \frac{F}{\Delta L} = \frac{30\ N}{0{,}20\ m} = 150\ N/m$$

a)

$$\Delta L = 45\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0{,}45\ m$$

Sabiendo que:

$$F = K \cdot \Delta L$$

$$F = 150\ N/\cancel{m} \cdot 0,45\ \cancel{m} = 67,5\ N$$

b)

F = 90 N
k = 150 N/m
ΔL = ?

De: $F = K \cdot \Delta L$ podemos despejar ΔL

$$\Delta L = \frac{F}{K} = \frac{90\ \cancel{N}}{150\ \cancel{N}/m} = 0,6\ m$$

Ejercicio resuelto5

Un muelle cuya constante elástica vale 150 N/m tiene una longitud de 35 cm cuando no se aplica ninguna fuerza sobre él. Calcular: a) La fuerza que debe de ejercerse sobre él para que su longitud sea de 45 cm. b) La longitud del muelle cuando se aplica una fuerza de 18 N.

Resolución

K = 150 N/m

$$Lo = 35\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,35\ m$$

a)

F = ?

$$Lf = 45\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0{,}45\ m$$

Aplicando Hooke:

$$F = K \cdot \Delta L\ \ ;\ \ F = K \cdot (Lf - Lo)$$

$$F = 150\ N/m \cdot (0{,}45\ m - 0{,}35\ m)$$

$$F = 150\ N/\cancel{m} \cdot 0{,}10\ \cancel{m} = 15\ N$$

b)

$F = 18\ N$
$\Delta L = Lf - 0{,}35\ m$

$18\ N = 150\ N/m\ (Lf - 0{,}35\ m)$
$18\ N = 150\ N/m \cdot Lf - 52{,}5\ N$
$18\ N + 52{,}25\ N = 150\ N/m\ Lf$

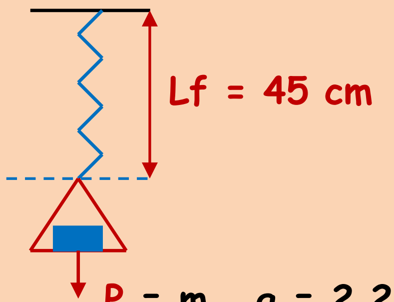
$$Lf = \frac{18\ N + 52{,}5\ N}{150\ N/m} = \frac{70{,}5\ \cancel{N}}{150\ \cancel{N}/m} = 0{,}47\ m$$

Ejercicio resuelto6

Un muelle de longitud inicial 25 cm adquiere una longitud de 45 cm cuando colgamos de él una masa de 2,2 Kg. Calcular: a) La constante elástica del muelle, b) La longitud del muelle cuando colguemos una masa de 2,75 Kg.

Resolución

En este caso la fuerza ejercida sobre el muelle es el peso correspondiente a una masa de 2,2 Kg:



P = m . g = 2,2 Kg . 9,8 m . s^{-2} = 21,56 N

$$Lo = 25\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,25\ m$$

$$Lf = 45\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,45\ m$$

a)

Según Hooke:

F = K . ΔL ; 21,56 N = K (0,45 – 0,25) m

21,56 N = K . 0,2 m ; K = 21,56 N / 0,2 m = 107,8 N/m

b)

Colgamos una masa de 2,75 Kg que equivale a un peso de:

$$P = m \cdot g = 2,75\ Kg \cdot 9,8\ m \cdot s^{-2} = 26,95\ N$$

Como se trata del mismo muelle la K = 107,8 N/m

De:

F = K . ΔL despejamos ΔL:

$$\Delta L = \frac{F}{K} = \frac{26,95\ \cancel{N}}{107,8\ \cancel{N}/m} = 0,25\ m$$

Al colocar una masa de 2,75 g el muelle sufre un incremento de longitud de 0,25 m. Sabemos que:

$$\Delta L = Lf - Lo \quad (1)$$

Lo = 0,25 m (viene como dato)
Lf = Longitud final del muelle

Nos vamos a (1) y sustituimos datos:

$$0,25\ m = Lf - 0,25\ m$$

Despejamos Lf:

$$Lf = 0,25\ m + 0,25\ m = 0,5\ m$$

Ejercicio resuelto7

Si a un resorte se le cuelga una masa de 200 gr y se deforma 15 cm, ¿cuál será el valor de su constante?

Resolución:

El peso correspondiente a la masa de 200 g es la fuerza que produce la deformación del muelle y tiene un valor de:

Pasamos los gramos a Kilogramos:

$$m = 200\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ Kg}{1000\ \cancel{g}} = 0,2\ Kg$$

$$\Delta L = 15\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0,15\ m$$

Recordemos que:

$$P = m \cdot g \quad (1)$$

$g = 9,8\ m/s^2$

Sustituimos datos en (1):

$$P = 0,2\ Kg \cdot 9,8\ m/s^2 = 1,96\ N$$

El amigo Hooke nos dice:

$$F = p = K \cdot \Delta L \quad (2)$$

De (2) despejamos K:

$$K = \frac{1{,}96\ N}{0{,}15\ m} = 13{,}06\ N/m$$

Ejercicio resuelto8

La longitud de un muelle es de 32 cm cuando aplicamos una fuerza de 1,2 N, y de 40 cm cuando la fuerza aplicada es de 1,8 N. Calcular: a) La longitud del muelle cuando no se aplica ninguna fuerza. b) La constante elástica del muelle.

Resolución

1ª Experiencia:

$$Lf_1 = 32\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0{,}32\ m$$

$F_1 = 1{,}2\ N$

Según Hooke:

$$F_1 = K \cdot \Delta L \quad ; \quad F_1 = K \cdot (Lf_1 - Lo)$$

$$1{,}2\ N = K \cdot (0{,}32\ m - Lo) \quad (1)$$

2ª Experiencia:

$$Lf_2 = 40\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0{,}40\ m$$

$F_2 = 1{,}8\ N$

$$F_2 = K \cdot \Delta L \quad ; \quad F_2 = K \cdot (Lf_2 - Lo)$$

$$1{,}8\ N = K \cdot (0{,}40\ m - Lo)\ (2)$$

Dividimos, miembro a miembro, la ecuación (1) entre la ecuación (2):

$$\frac{1{,}2\ \cancel{N}}{1{,}8\ \cancel{N}} = \frac{\cancel{K} \cdot (0{,}32\ m - Lo)}{\cancel{K} \cdot (0{,}40\ m - Lo)}$$

$$\frac{1{,}2}{1{,}8} = \frac{(0{,}32\ m - Lo)}{(0{,}40\ m - Lo)}$$

Quitamos denominadores:

$$1{,}2 \cdot (0{,}40\ m - Lo) = 1{,}8 \cdot (0{,}32\ m - Lo)$$

$$0{,}48\ m - 1{,}2\ Lo = 0{,}576\ m - 1{,}8\ Lo$$

$$1{,}8\ Lo - 1{,}2\ Lo = 0{,}576\ m - 0{,}48\ m$$

$$0{,}6\ Lo = 0{,}096\ m \quad ; \quad Lo = 0{,}096\ m / 0{,}6 = 0{,}16\ m$$

Para conocer la constante elástica del muelle podemos utilizar la ecuación (1) o la ecuación (2). Elegimos las (1):

$$1{,}2\ N = K\ .\ (0{,}32\ m - Lo) \quad (1)$$

$$1{,}2\ N = K\ .\ (0{,}32\ m - 0{,}16\ m)$$

$$1{,}2\ N = K\ .\ 0{,}16\ m \quad ; \quad K = 1{,}2\ N / 0{,}16\ m = 7{,}5\ N/m$$

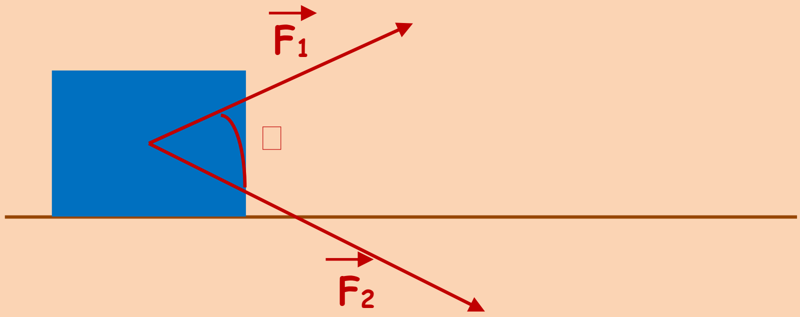
5.- Fuerza resultante

Sobre un cuerpo pueden actuar varias fuerzas. Todas estas fuerzas se pueden reducir a UNA con los mismos efectos de todas ellas y que recibe el nombre de FUERZA RESULTANTE.

Video: Grúa con varios tensores
http://www.youtube.com/watch?v=VdLaugm-HqY&feature=related

Video: Fuerzas en los cables de los puentes colgantes
http://www.youtube.com/watch?v=ZxLuJpvgMYA&feature=related

Tenemos dos fuerzas, F_1 y F_2, concurrentes en su punto de aplicación que coincide con el centro geométrico del paralelogramo sobre el cual actúan y entre ellas existe un ángulo .

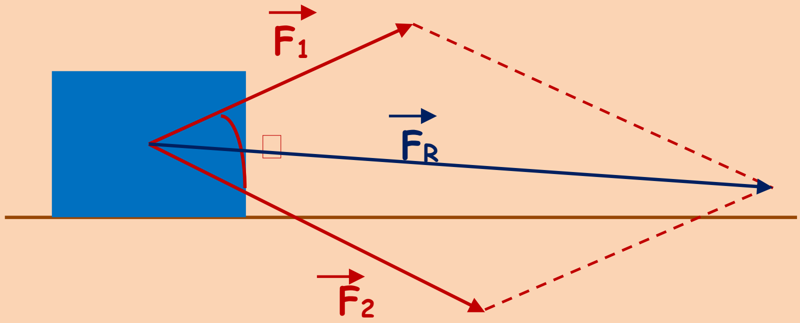


Estas dos fuerzas se pueden reducir a UNA llamada Fuerza Resultante (F_R) y que representa la acción que ejercerían F_1 y F_2 sobre el paralelogramo.

La Fuerza Resultante la podemos obtener:

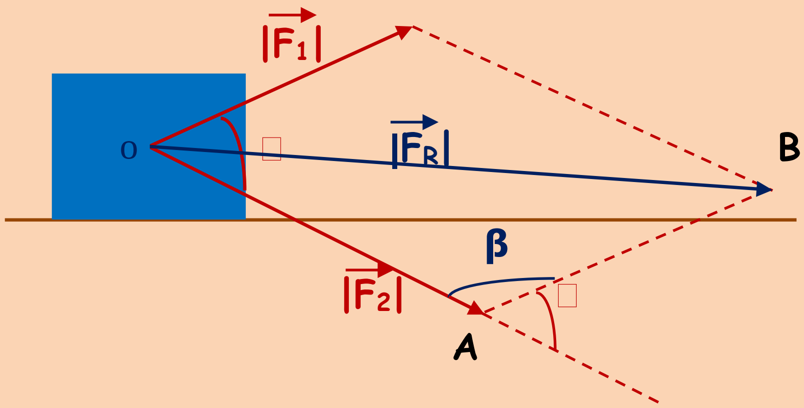
a) Gráficamente
b) En Intensidad o Módulo

Para obtenerla gráficamente utilizaremos la Regla del Paralelogramo: Desde la punta de flecha de F_1 trazamos una dirección paralela a la dirección de F_2 y de la punta de flecha de F_2 trazamos una dirección paralela a la fuerza F_1:



El cuerpo se desplazaría en la dirección del vector $\vec{F}_R$ y en el sentido marcado por la punta de flecha del citado vector.

En lo referente a la **Intensidad** o **Módulo** aplicaremos el Teorema del Coseno al triángulo $\widehat{OAB}$:



Teorema del Coseno:

$$|\vec{F_R}|^2 = |\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 - 2 \cdot |\vec{F_1}| \cdot |\vec{F_2}| \cdot \cos \beta \quad (1)$$

En el triángulo anterior podemos observar que:

$$\square + \beta = 180^{o}$$

Los ángulos son **suplementarios** (suman 180º). Se cumple que:

$$\cos \beta = (-\cos \square)$$

Llevada esta equivalencia a la ecuación (1) nos queda:

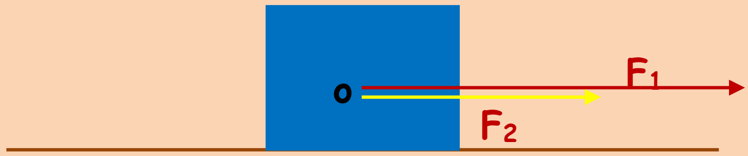
$$|\vec{F_R}|^2 = |\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 - 2 \cdot |\vec{F_1}| \cdot |\vec{F_2}| \cdot (-\cos \square)$$

$$|\vec{F_R}|^2 = |\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 + 2 \cdot |\vec{F_1}| \cdot |\vec{F_2}| \cdot \cos \square$$

$$|\vec{F_R}| = \sqrt{|\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 + 2 \cdot |\vec{F_1}| \cdot |\vec{F_2}| \cdot \cos \alpha} \quad (2)$$

La ecuación obtenida la podemos utilizar para cualquier circunstancia de las fuerzas concurrentes.

5.1.- Resultante de dos fuerzas de la misma dirección y sentido



En este caso el valor del ángulo $\alpha = 0$ y el $\cos 0^o = 1$, por lo que la ecuación (2):

NOTA: Trabajamos con módulos

$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 0)^{1/2}$$

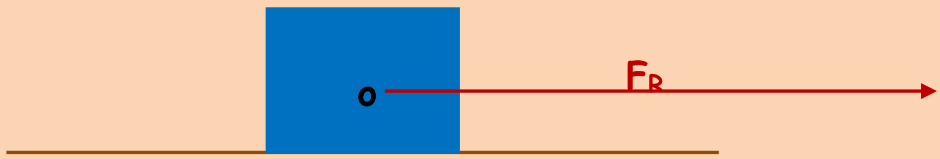
$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot 1)^{1/2}$$

$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2)^{1/2}$$

$$F_R = \cancel{\sqrt{\ }}\ (F_1 + F_2)^{\cancel{2}}$$

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (3)$$

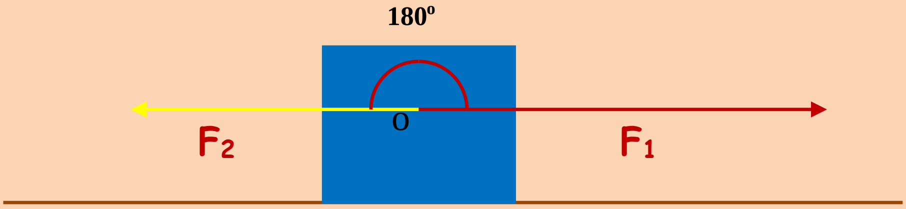
Gráficamente:



Podemos generalizar la ecuación (3):

La resultante de dos o más fuerzas concurrentes en un punto, de la misma dirección y sentido es igual a otra fuerza de la misma dirección y sentido de las anteriores y de módulo la suma de los módulos.

5.2.- Resultante de dos fuerzas concurrentes en un punto, de la misma dirección y sentido contrario.



□ = 180º → cos 180º = -1

La ecuación (2) quedará:

$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F^2 \cos 180º)^{1/2}$$

$$F_{12} = [(F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot (-1)]^{1/2}$$

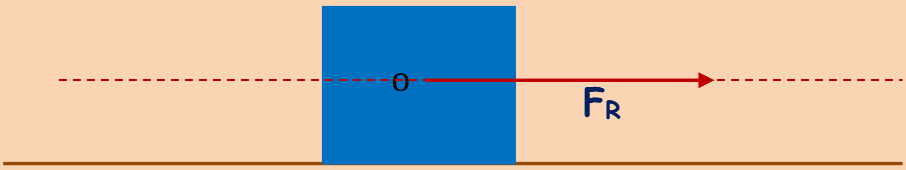
$$F_{12} = (F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2)^{1/2}$$

$$F_{12} = \sqrt{(F_1 - F_2)^2}$$

$$F_{12} = F_1 - F_2$$

La resultante de dos fuerzas concurrentes en un punto de la misma dirección pero de sentido contrario es otra fuerza de la misma dirección de las anteriores, de intensidad la diferencia de intensidades y de sentido el de la mayor.

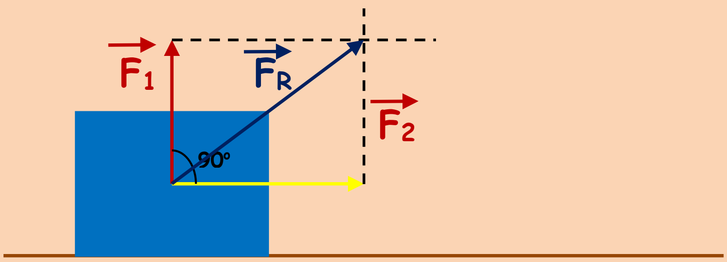
Gráficamente:



5.3.- Resultante de dos fuerzas rectangulares

Como dice el apartado se trata de dos vectores que forman entre ellos un ángulo de 90°.

Gráficamente:
Mediante la regla del paralelogramo



Módulo:

$$|\vec{F_R}|^2 = |\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 + 2 \cdot |\vec{F_1}| \cdot |\vec{F_2}| \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

$$\alpha = 90° \rightarrow \cos 90° = 0$$

La ecuación (1):

$$|\vec{F_R}|^2 = |\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 + 2 \cdot |\vec{F_1}| \cdot |\vec{F_2}| \cdot \cos 90^\circ$$

$$|\vec{F_R}|^2 = |\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 + 2 \cdot |\vec{F_1}| \cdot |\vec{F_2}| \cdot 0$$

$$|\vec{F_R}|^2 = |\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2$$

$$|\vec{F_R}| = \sqrt{|\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2}$$

Laboratorio virtual: Efectos de una fuerza.
Obtención de la resultante de varias fuerzas.
Leyes de Newton.
Fuerzas de rozamiento.
http://fisicayquimicaenflash.es

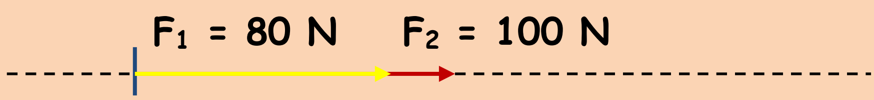
Problema resuelto9

Determinar numéricamente y gráficamente la resultante de dos fuerzas concurrentes de 80 N y 100 N, en los siguientes casos:

a) De la misma dirección y sentido
b) De la misma dirección y sentido contrario
c) Cuando forman un ángulo de 90º
d) Cuando forman un ángulo de 120º

Resolución

a) Misma dirección y mismo sentido



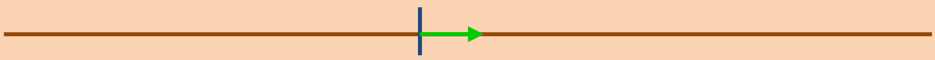
La fuerza resultante será otra fuerza de la misma dirección, del mismo sentido y de módulo la suma de sus módulos:

F_R = 100 N + 80 N = 180 N

b) De la misma dirección y de sentido contrario

F_2 = 80 N F_1 = 100 N

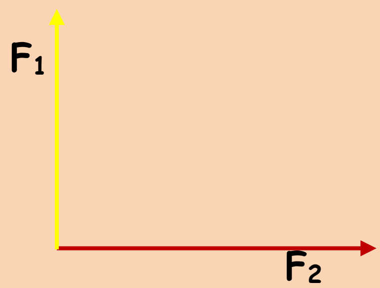
La fuerza resultante será de la misma dirección y sentido el da la mayor:



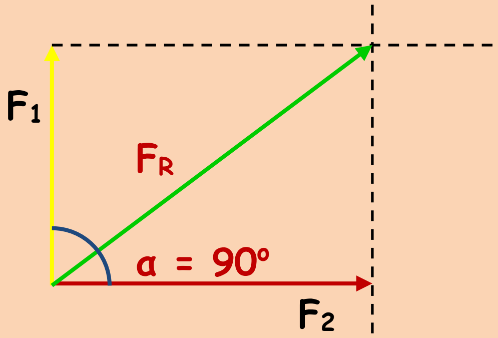
$F_R = F_2 - F_1$ = 100 N – 80 N = 2 N

c) Cuando las fuerzas concurrentes forman un ángulo de 90º

Gráficamente:



Obtendremos la resultante aplicando la regla del Paralelogramo: del extremo de la fuerza mayor describimos una directriz paralela a la fuerza menor y de la menor una paralela a la fuerza mayor:



Unimos los puntos de corte y obtenemos la F_R.

Su módulo:

$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2\ F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha)^{1/2}$$

$$\cos 90° = 0$$

$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 90°)^{1/2}$$

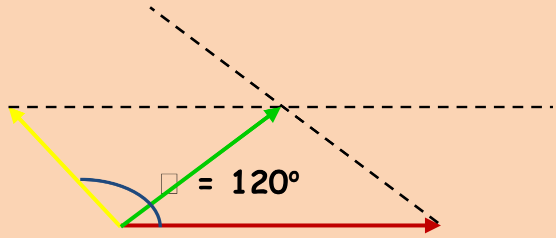
$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot 0)^{1/2}$$

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$F_R = \sqrt{(80\ N)^2 + (100\ N)^2} = 128.1\ N$$

d) $\alpha = 120° \rightarrow \cos 120° = -0,5$

Regla del paralelogramo:



Módulo:

$$F_R = [(F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 120°]^{1/2}$$

$$\cos 120º = -0,5$$

$$F_R = [(80\ N)^2 + (100\ N)^2 + 2 \cdot 80\ N \cdot 100\ N\,(-0,5)]^{1/2} =$$

$$= (6400\ N^2 + 10000\ N^2 - 2 \cdot 80\ N \cdot 100\ N \cdot 0,5)^{1/2} =$$

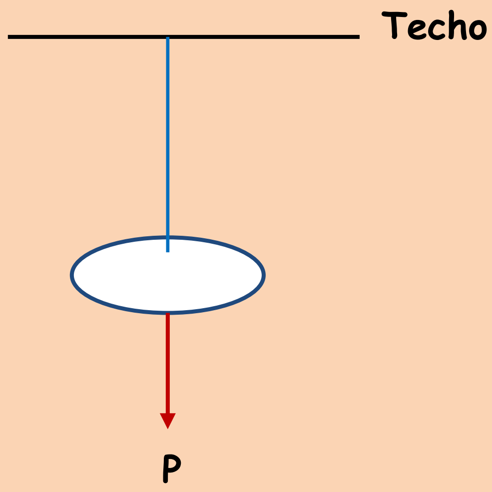
$$= \sqrt{(16400\ N^2 - 8000\ N^2)} = 91,7\ N$$

Ejercicio resuelto10

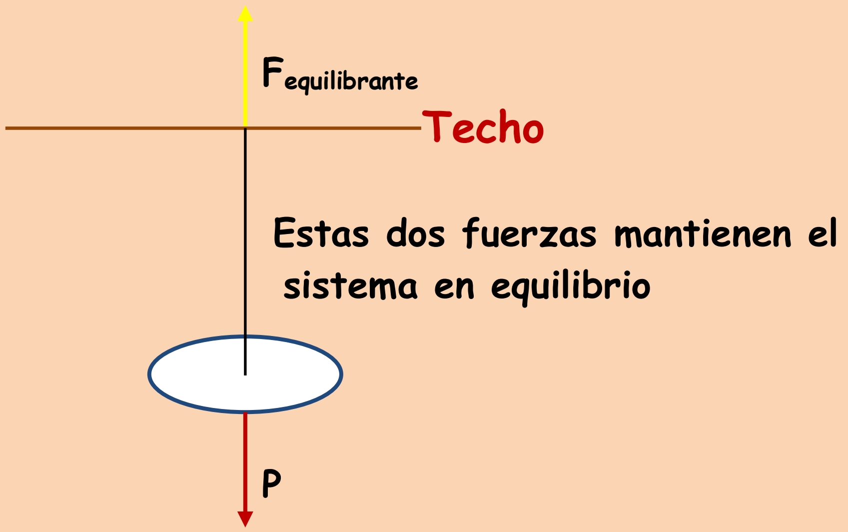
¿Cómo es posible que una lámpara que cuelga del techo no caiga por la acción de la gravedad?

Resolución

Tenemos el sistema siguiente:

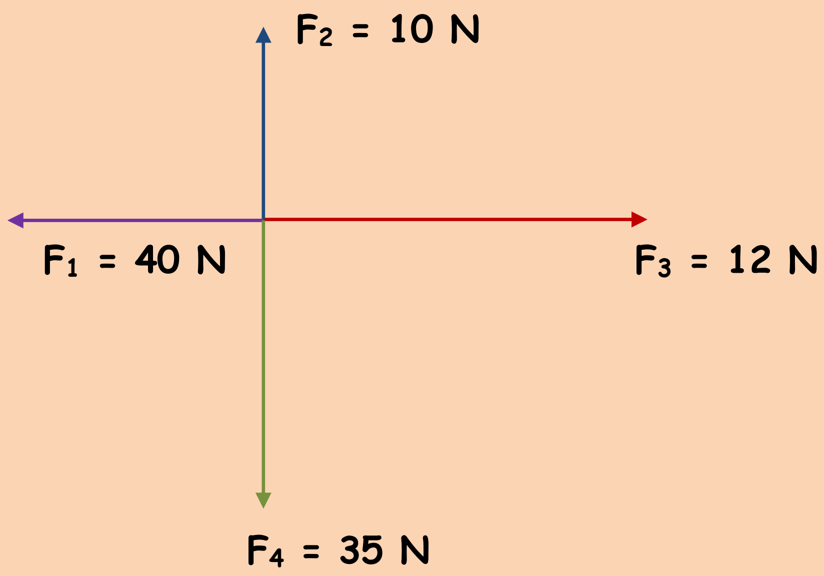


Si solo actúa el peso de la lámpara, ésta se iría hacia el suelo. Si permanece tal y como está es porque el sistema está en equilibrio. La fuerza Peso debe ser neutralizada por otra de igual dirección, igual módulo pero de sentido contrario. El cable que mantiene la lámpara actúa como transmisor de la fuerza equilibrante que tiene su punto de aplicación en el techo:



Ejercicio resuelto11

Tenemos el siguiente diagrama de fuerzas:



Determinar gráfica y numéricamente la resultante de las cuatro fuerzas.

Resolución

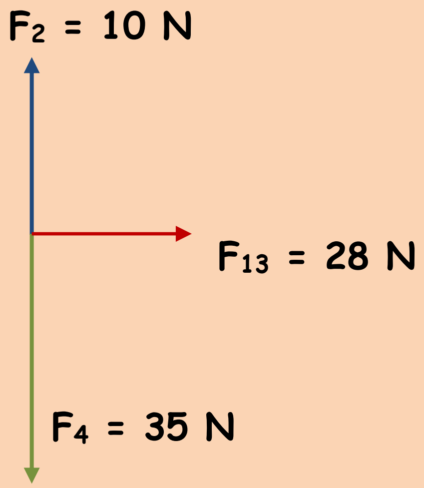
Calculamos la F_R (F_{13}) de las F_1 y F_3:

F_1 y F_3 son dos fuerzas de la misma dirección pero de sentido contrario por lo que:

$$F_{13} = F_1 - F_3$$

F_{13} = 40 N – 12 N = **28 N** en el sentido de F_1

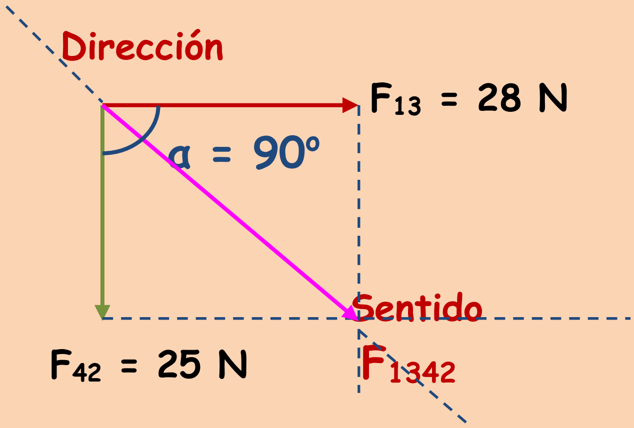
Nos queda el esquema:



Calculemos la F_{42}:

$F_{42} = F_4 - F_2$; F_{42} = 35 N – 10 N = 25 N

Nos queda ahora dos fuerzas, la F_{13} y F_{42} que forman entre ellas un ángulo recto:



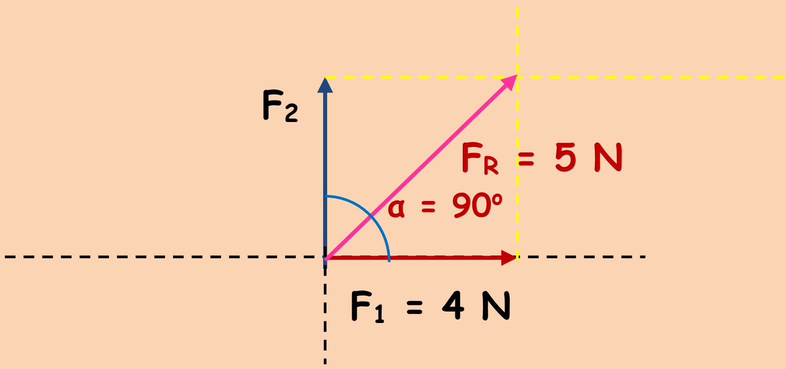
$F_{1342} = [\,(F_{13})^2 + (F_{42})^2]^{1/2}$

$F_{1342} = [(28\ N)^2 + (25\ N)^2]^{1/2} = (\ 784\ N^2 + 625\ N^2)^{1/2} =$
$= \sqrt{1409\ N^2} = 37{,}5\ N$

Ejercicio resuelto12

Dos fuerzas concurrentes en un punto con un ángulo recto entre ellas tienen como resultante una fuerza de 5 N. Si una de las fuerzas vale 4 N ¿Cuánto vale la otra? Ayúdate de un esquema de fuerzas.

Resolución



$F_R = (F_1)^2 + (F_2)^2]^{1/2}$

Elevamos los dos miembros de la ecuación al cuadrado:

$$(F_R)^2 = \left[[\,(F_1)^2 + (F_2)^2]^{1/2} \right]^2 \;;\; (5\ N)^2 = (4\ N)^2 + (F_2)^2$$

$$25\ N^2 = 16\ N^2 + F_2{}^2 \;;\; F_2{}^2 = 25\ N^2 - 16\ N^2$$

$$F_2{}^2 = 9\ N^2 \;;\; F_2 = \sqrt{9\ N^2} = 3\ N$$

Ejercicio resuelto13

Dos fuerzas concurrentes en un punto de 10 y 15 N respectivamente tienen una fuerza resultante. Calcular dicha fuerza resultante cuando el ángulo es de 120° y cuando es de 90°. Ayúdate de esquemas de fuerzas

Resolución

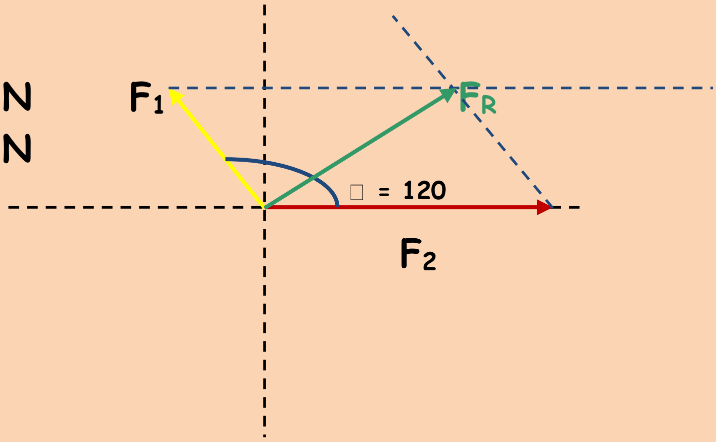
a)

α = 120º

Aplicamos la regla del paralelogramo

F_1 = 10 N

F_2 = 15 N



$F_R = [(F_1)^2 + (F_2)^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha]^{1/2}$

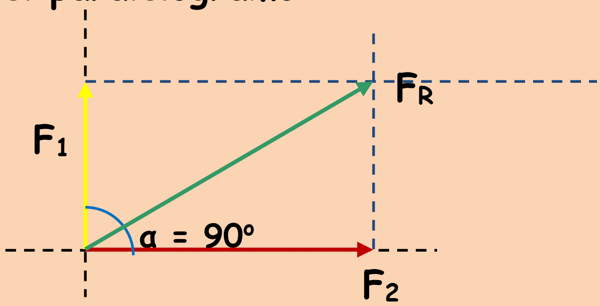
cos 120° = - 0,5

$F_R = [(10\ N)^2 + (15\ N)^2 + 2 \cdot 10\ N \cdot 15\ N \cdot (-0,5)]^{1/2}$
$= (100\ N^2 + 225\ N^2 - 150\ N^2)^{1/2} = \sqrt{175\ N^2} = 13,23\ N$

b)

α = 90º

Aplicamos la regla del paralelogramo



cos 90° = 0

$F_R = [(F_1)^2 + (F_2)^2 + 2 \,.\, F_1 \,.\, F_2 \,.\, \cos 90º]^{1/2}$

$F_R = [(10\ N)^2 + (15\ N)^2 + 2 \,.\, 10\ N \,.\, 15\ N \,.\, 0]^{1/2} =$

$= (\ 100\ N^2 + 225\ N^2)^{1/2} = \sqrt{325\ N^2} = 18{,}02\ N$

Laboratorio virtual: Fuerzas y acciones.
Leyes de Newton.
Fuerzas de rozamiento.
Sistemas inerciales.
Laboratorio de Dinámica.
Laboratorio de Rozamiento.
http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Dinamica/index.htm

Laboratorio virtual: Efectos de una fuerza.
Obtención de la resultante de varias fuerzas.
http://fisicayquimicaenflash.es

------------------- O ----------------